¡El libro sobre física para todos!

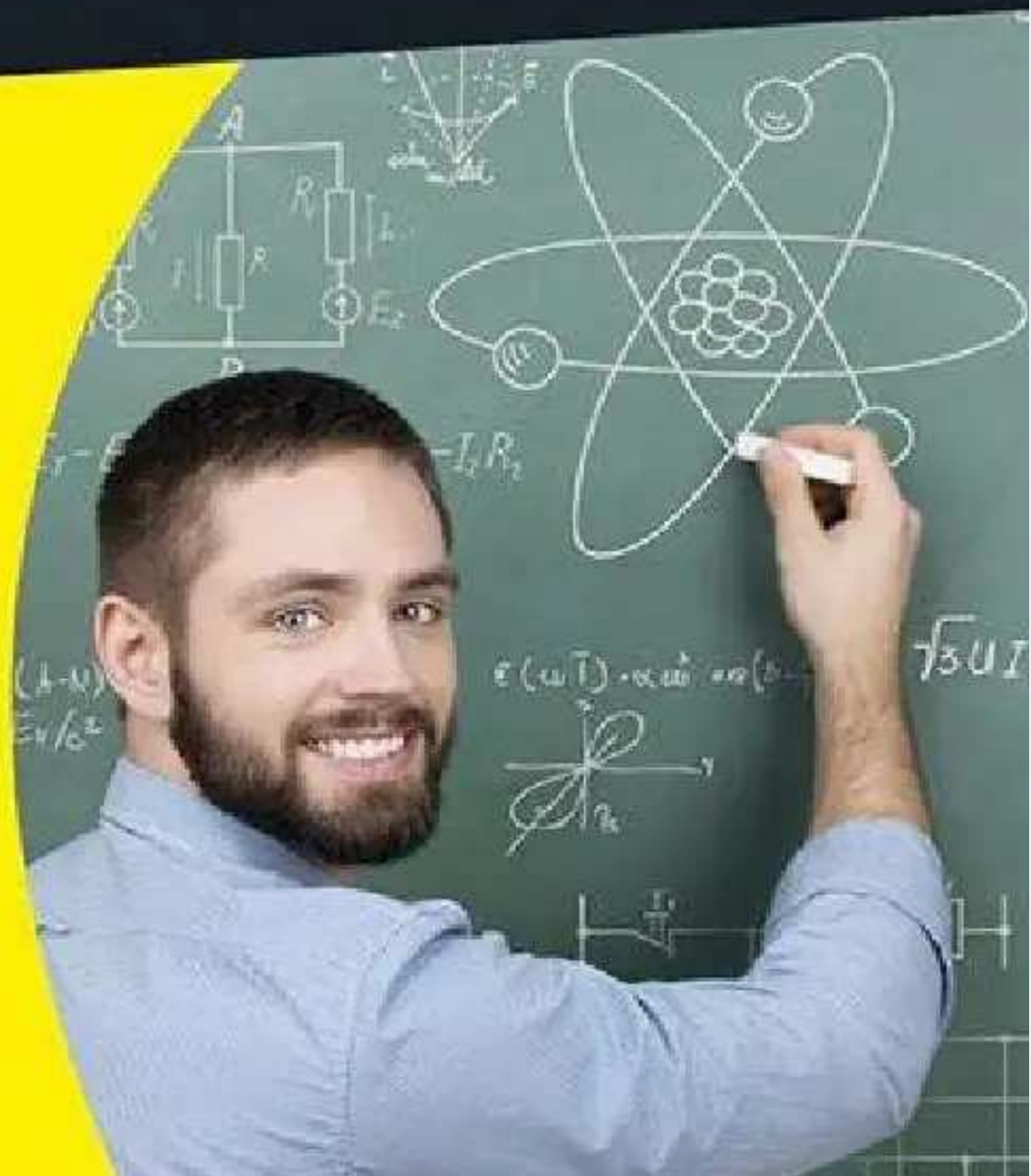
Física

PARA

DUMMIES®

Aprende a:

- Dominar los conceptos clave de la física
- Interpretar las fórmulas de forma correcta y rápida
- Ponerte al día de los últimos descubrimientos en este campo



Steven Holzner
Doctor en Ciencias

Índice

Portada

Introducción

Sobre este libro

Convenciones utilizadas en este libro

Lo que te puedes dejar sin leer

Algunas suposiciones sobre los lectores

Cómo está organizado este libro

Parte I: Pon la física en marcha

Parte II: Que las fuerzas de la física te acompañen

Parte III: La energía busca trabajo

Parte IV: Domina las leyes de la termodinámica

Parte V: Los decálogos

Los iconos utilizados en este libro

¿Y ahora qué?

Parte I. Pon la física en marcha

En esta parte...

Capítulo 1. Física para entender el mundo

De qué va la física

La observación del mundo

Formular predicciones

Los frutos de la física

La observación de objetos en movimiento

Cómo medir la celeridad, la dirección, la velocidad y la aceleración

Dale mil vueltas: el movimiento de rotación

Muelles y péndulos: el movimiento armónico simple

Por si necesitas un empujón: las fuerzas

La absorción de la energía que te rodea

Esto pesa: la presión en los fluidos

Acalórate sin avergonzarte: la termodinámica

Capítulo 2. Repaso de unidades físicas y rudimentos matemáticos

Cómo medir el mundo que te rodea y realizar predicciones

Cómo emplear los distintos sistemas de unidades

De metros a pulgadas y a la inversa: conversión de unidades

Prescinde de algunos ceros: usa la notación científica

Comprueba la exactitud y la precisión de las medidas

Cómo saber qué dígitos son significativos

Cómo estimar la exactitud

Ármate del álgebra básica

Un poco de trigonometría

El mundo se expresa mediante ecuaciones

Capítulo 3. La necesidad de la velocidad

Se hace camino al andar

Qué son el desplazamiento y la posición

Revisión de ejes

Respuesta rápida: ¿qué es la velocidad?

Lectura del velocímetro: velocidad instantánea

Sé constante: la velocidad uniforme

Cambio de marcha: el movimiento no uniforme
Mira el cronómetro: velocidad media
Písale (o reduce): la aceleración
Definición de la aceleración
Las unidades de la aceleración
Sobre la aceleración positiva y la negativa
Aceleración media y aceleración instantánea
Despega ya: pon en práctica la fórmula de la aceleración
Aceleración uniforme y aceleración no uniforme
Relación entre la aceleración, el tiempo y el desplazamiento
Relaciones no tan distantes: cómo deducir la fórmula
Cómo calcular la aceleración y la distancia
Cómo vincular la velocidad, la aceleración y el desplazamiento
Cómo hallar la aceleración
Cómo hallar el desplazamiento
Cómo hallar la velocidad final
Capítulo 4. Sigue la flecha: el movimiento en dos dimensiones
Cómo visualizar vectores
Pregunta por la dirección: la esencia de los vectores
Suma de vectores de principio a fin
Mano a mano con la sustracción de vectores
Vectores cazados en la red
Suma de vectores mediante suma de coordenadas
Variación de longitud: multiplicación de un vector por un número
Un poco de trigonometría: descomposición de vectores en componentes
Cómo hallar las componentes de un vector
Reconstrucción de un vector a partir de sus componentes
Con ustedes, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración en dos dimensiones
El desplazamiento: recorrer una distancia en dos dimensiones
Velocidad: corre en una dirección diferente
La aceleración: la variación de la velocidad desde otro ángulo
Aceleración hacia abajo: el movimiento bajo el influjo de la gravedad
El ejercicio de la pelota de golf que se cae por un precipicio
El ejercicio de hasta-dónde-eres-capaz-de-mandar-la-pelota
Parte II . Que las fuerzas de la física te acompañen
En esta parte...
Capítulo 5. Cuando la presión se convierte en empujón: las fuerzas
Primera ley de Newton: resistencia con inercia
Resistencia al cambio: inercia y masa
Cómo medir la masa
Segunda ley de Newton: relación entre fuerza, masa y aceleración
Relación entre la fórmula y el mundo real
Las unidades en las que se mide la fuerza
Suma de vectores: cómo reunir fuerzas netas
Tercera ley de Newton: fuerzas iguales y contrarias
La tercera ley de Newton en acción
Empuja lo bastante fuerte para superar el rozamiento
Poleas: el soporte duplica la fuerza
Análisis de ángulos y fuerzas en la tercera ley de Newton
Encuentra el equilibrio

Capítulo 6. Baja con la gravedad, los planos inclinados y el rozamiento

La aceleración de la gravedad: una de las pequeñas constantes de la vida
La gravedad desde otro ángulo: planos inclinados
Cómo hallar la fuerza de la gravedad a lo largo de una rampa
Cómo hallar la velocidad a lo largo de una rampa
Con derecho a roce
El rozamiento es muy normal
Cómo vencer el coeficiente de rozamiento
En marcha: diferencias entre el rozamiento estático y el dinámico
Una pendiente poco resbaladiza: el rozamiento ascendente y el descendente
¡Fuego! Lanza objetos por los aires
Disparo de un objeto justo en vertical
Movimiento de proyectiles: disparo de un objeto con un ángulo

Capítulo 7. Dale vueltas a los movimientos rotatorios y las órbitas

Aceleración centrípeta: cambio de dirección para moverse en círculo
Velocidad de módulo constante en el movimiento circular uniforme
Cómo calcular la aceleración centrípeta
En busca del centro: la fuerza centrípeta
Busca la fuerza que necesitas
Cómo afectan la masa, la velocidad y el radio a la fuerza centrípeta
Cómo tomar curvas planas y peraltadas
El desplazamiento, la velocidad y la aceleración angulares
Cómo medir ángulos en radianes
Cómo relacionar el movimiento lineal con el angular
Cuando la gravedad sustituye a la fuerza centrípeta
La ley de Newton de la gravitación universal
La fuerza de la gravedad en la superficie terrestre
La ley de la gravitación aplicada a órbitas circulares
Cerrando el círculo: el movimiento en un círculo vertical

Capítulo 8. Sigue la corriente: la presión en los fluidos

Densidad de masa: alguna información privilegiada
Cómo calcular la densidad
Diferencia entre densidad y densidad relativa
Qué ocurre al aplicar presión
Las unidades de presión
Relación entre la presión y la profundidad
Máquinas hidráulicas: transmisión de la presión por el principio de Pascal
Flotación: gracias a Arquímedes tu yate no se hunde
Dinámica de fluidos: fluidos en movimiento
Caracterización del tipo de flujo
Representación del flujo mediante líneas de corriente
Déjate llevar por el flujo y la presión
La ecuación de continuidad: relación entre el tamaño de un tubo y el flujo específico
La ecuación de Bernoulli: relación entre la velocidad y la presión
Tuberías y presión: júntalo todo

Parte III. La energía busca trabajo

En esta parte...

Capítulo 9. Consigue trabajo con la física

En busca de trabajo

El trabajo en los sistemas de medida
Empuja un peso: aplicación de fuerza en la dirección del movimiento
Usa un cable de remolque: aplica fuerza con un ángulo
Trabajo negativo: aplicación de fuerza en sentido contrario al movimiento
Muévete: energía cinética
El teorema trabajo-energía: conversión del trabajo en energía cinética
Para qué sirve la ecuación de la energía cinética
Cómo calcular la variación de la energía cinética usando la fuerza neta
Energía atesorada: la energía potencial
Un nivel superior: ganancia de energía potencial con trabajo en contra de la gravedad
Desarrolla tu potencial: transformación de la energía potencial en energía cinética
Elige tu camino: fuerzas conservativas frente a fuerzas no conservativas
Mantén la energía: la conservación de la energía mecánica
Intercambio de energía cinética y potencial
El balance de la energía mecánica: cómo hallar la velocidad y la altura
A toda potencia: el ritmo de trabajo
Unidades comunes de potencia
Otras maneras de calcular la potencia

Capítulo 10. Ponte en movimiento: cantidad de movimiento e impulso
El impacto del impulso
Encuentra el momento
Teorema del impulso-momento: cómo relacionar el impulso y el momento
La mesa de billar: calcular la fuerza a partir del impulso y el momento
Cantando bajo la lluvia: un acto impulsivo
Choques entre objetos: la conservación del momento
Deducción de la fórmula de la conservación
Cómo hallar la velocidad con la conservación del momento
Cómo hallar la velocidad de disparo con la conservación del momento
Cuando chocan dos mundos (o dos coches): colisiones elásticas e inelásticas
Cómo determinar si una colisión es elástica
Colisión elástica a lo largo de una línea
Colisión elástica en dos dimensiones

Capítulo 11. Acabemos con la cinética angular
Del movimiento lineal al movimiento rotatorio
Qué es el movimiento tangencial
Cómo hallar la velocidad tangencial
Cómo hallar la aceleración tangencial
Cómo hallar la aceleración centrípeta
Aplicación de vectores a la rotación
Cómo calcular la velocidad angular
Cómo calcular la aceleración angular
Date la vuelta en un momento
Esquema de la ecuación del momento de fuerza
Qué es el brazo de palanca
Cómo calcular el momento generado
El momento de fuerza es un vector
Giros a una velocidad constante: equilibrio rotatorio
¿Cuánto peso puede levantar Hércules?
Cuelga una bandera: un problema de equilibrio rotatorio
Escaleras seguras: introducción del rozamiento en el equilibrio rotatorio

Capítulo 12. Gira y gira con la dinámica de la rotación
La segunda ley de Newton convertida en movimiento angular
Conversión de la fuerza en momento de fuerza

Conversión de la aceleración tangencial en aceleración angular
Los factores del momento de inercia
El momento de inercia: análisis de la distribución de la masa
Reproductores de DVD y momento de fuerza: ejemplo de inercia en un disco giratorio
Aceleración angular y momento de una fuerza: un ejemplo de inercia de polea
No le des más vueltas al trabajo rotatorio y la energía cinética
Dale un giro al trabajo
Avanza con la energía cinética de rotación
¡Echa a rodar! Cómo hallar la energía cinética de rotación sobre una rampa
No puedo parar esto: el momento angular
Conservación del momento angular
Órbitas de satélites: un ejemplo de conservación del momento angular

Capítulo 13. Muelles: el movimiento armónico simple
Rebótate con la ley de Hooke
Estiramiento y compresión de muelles
Empuja o estira: la fuerza restauradora del muelle
Las vueltas del movimiento armónico simple
Alrededor del equilibrio: muelles horizontales y verticales
No pierdas la onda: el seno del movimiento armónico simple
Cómo hallar la frecuencia angular de una masa sobre un muelle
Factores de la energía en el movimiento armónico simple
Colúmpiate con los péndulos

Parte IV. Domina las leyes de la termodinámica
En esta parte...

Capítulo 14. Caldea el ambiente con la termodinámica
Medición de la temperatura
Fahrenheit y Celsius: los grados
Parte de cero con la escala Kelvin
Llega el calor: la dilatación térmica
La dilatación lineal: objetos más largos
La dilatación volumétrica
El calor: sigue el flujo de la energía térmica
Detalles sobre la variación de temperatura
Encuentros en otra fase: añade calor sin alterar la temperatura

Capítulo 15. Toma, ponte mi abrigo: cómo se transfiere el calor
Convección: deja que el calor fluya
Los fluidos calientes suben: en marcha por la convección natural
El control del flujo con la convección forzada
¿Demasiado caliente para tocarlo? Has contactado con la conducción
En busca de la ecuación de la conducción
Conductores y aislantes
La radiación: en la onda electromagnética
Radiación recíproca: dar y recibir calor
Los cuerpos negros: absorción y reflexión de la radiación

Capítulo 16. En el mejor de los mundos posibles: la ley de los gases ideales
Bucea entre las moléculas y los moles con el número de Avogadro
Relación entre presión, volumen y temperatura con la ley de los gases ideales
La de la ley de los gases ideales

En condiciones normales de presión y temperatura
Un problema respiratorio: examen de oxígeno
Las leyes de Boyle y de Charles: expresiones alternativas de la ley de los gases ideales
Sigue las moléculas de los gases ideales con la fórmula de la energía cinética
Cómo predecir la velocidad de una molécula de aire
Cómo calcular la energía cinética de un gas ideal

Capítulo 17. Calor y trabajo: las leyes de la termodinámica
Equilibrio térmico: ganancia de temperatura con el principio cero
Conservación de la energía: el primer principio de la termodinámica
Cálculos con la conservación de la energía
Valora la constancia: procesos isobárico, isocórico, isotérmico y adiabático
Escuela de calor: el segundo principio de la termodinámica
Motores térmicos: pon a trabajar el calor
Limitación del rendimiento: Carnot dice que no se puede tener todo
Para ir a contracorriente, las bombas de calor
No te enfríes: el tercer (y último) principio de la termodinámica

Parte V. Los decálogos

En esta parte...

Capítulo 18. Diez héroes de la física
Galileo Galilei
Robert Hooke
Isaac Newton
Benjamin Franklin
Charles-Augustin de Coulomb
Amedeo Avogadro
Nicolas Léonard Sadi Carnot
James Prescott Joule
William Thomson (lord Kelvin)
Albert Einstein

Capítulo 19. Diez teorías físicas salvajes
Se puede medir la distancia más pequeña posible
Tal vez exista una cantidad mínima de tiempo posible
Heisenberg afirma que la certeza es imposible
Los agujeros negros no dejan salir la luz
La gravedad curva el espacio
La materia y la antimateria se destruyen mutuamente
Las supernovas son las explosiones más potentes que existen
El universo empieza con el Big Bang y acaba con el Big Crunch
La física más candente está en los hornos de microondas
¿Se puede medir el universo?

Glosario

Créditos

Te damos las gracias por adquirir este EBOOK

Visita **Planetadelibros.com** y descubre una nueva forma de disfrutar de la lectura

---

¡Regístrate y accede a contenidos exclusivos!

Próximos lanzamientos
Clubs de lectura con autores
Concursos y promociones
Áreas temáticas
Presentaciones de libros
Noticias destacadas

PlanetadeLibros.com

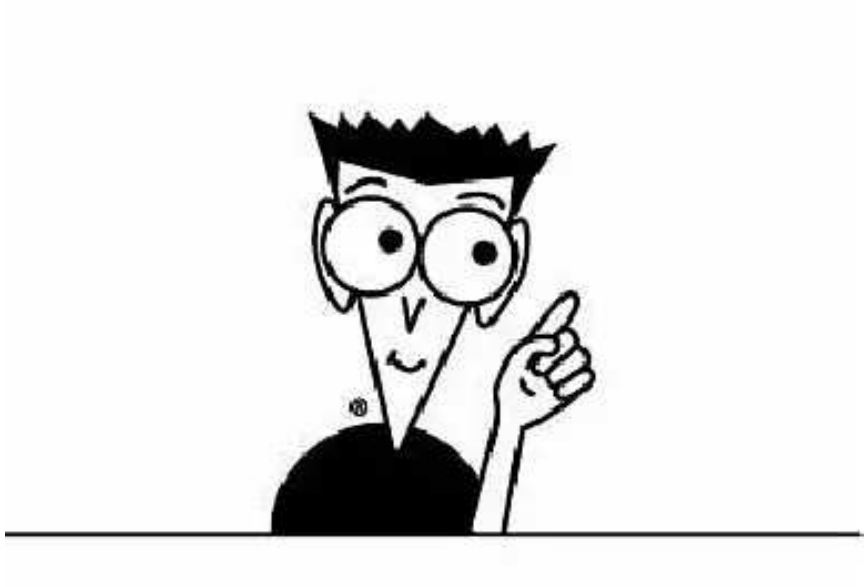
Comparte tu opinión en la ficha del libro y en nuestras redes sociales:

Explora Descubre Comparte

Física PARA DUMMIES™

Steven Holzner

Traducción de Dulcinea Otero-Piñeiro



¡La fórmula del éxito!

Tomamos un tema de actualidad y de interés general, añadimos el nombre de un autor reconocido, montones de contenido útil y un formato fácil para el lector y a la vez divertido, y ahí tenemos un libro clásico de la colección *Para Dummies*.

Millones de lectores satisfechos en todo el mundo coinciden en afirmar que la colección Para Dummies ha revolucionado la forma de aproximarse al conocimiento mediante libros que ofrecen contenido serio y profundo con un toque de informalidad y en lenguaje sencillo.

Los libros de la colección *Para Dummies* están dirigidos a los lectores de todas las edades y niveles del conocimiento interesados en encontrar una manera profesional, directa y a la vez entretenida de aproximarse a la información que necesitan.



¡Entra a formar parte de la comunidad Dummies!

El sitio web de la colección *Para Dummies* está pensado para que tengas a mano toda la información que puedas necesitar sobre los libros publicados. Además, te permite conocer las últimas novedades antes de que se publiquen y acceder a muchos contenidos extra, por ejemplo, los audios de los libros de idiomas.

Desde nuestra página web, también puedes ponerte en contacto con nosotros para comentarnos todo lo que te apetezca, así como resolver tus dudas o consultas.

También puedes seguirnos en Facebook (www.facebook.com/paradummies), un espacio donde intercambiar impresiones con otros lectores de la colección, y en Twitter @ParaDummies, para conocer en todo momento las últimas noticias del mundo Para Dummies.

10 cosas divertidas que puedes hacer en www.paradummies.es, en nuestra página en Facebook y en Twitter @ParaDummies

1. Consultar la lista completa de libros *Para Dummies*.
2. Descubrir las novedades que vayan publicándose.
3. Ponerte en contacto con la editorial.
4. Suscribirte a la Newsletter de novedades editoriales.
5. Trabajar con los contenidos extra, como los audios de los libros de idiomas.
6. Ponerte en contacto con otros lectores para intercambiar opiniones.
7. Comprar otros libros de la colección.
8. Publicar tus propias fotos en la página de Facebook.
9. Conocer otros libros publicados por el Grupo Planeta.
10. Informarte sobre promociones, descuentos, presentaciones de libros, etc.

Descubre nuestros interesantes y divertidos vídeos

en nuestro canal de Youtube:
www.youtube.com/paradummies

¡Los libros Para Dummies también están disponibles

en e-book y en aplicación para iPad!

El autor

Steven Holzner ha recibido varios premios y es autor de 94 libros que han vendido más de dos millones de ejemplares y que se han traducido a dieciocho idiomas. Trabajó durante más de una década en la Facultad de Física de la Universidad de Cornell, donde impartió dos asignaturas de introducción a la física. Se doctoró en Física en Cornell y se graduó en el Instituto Técnico de Massachusetts, el MIT, en el que también ejerció la docencia.

Dedicatoria

Para Nancy.

Agradecimientos del autor

Cualquier libro de este tipo incorpora el trabajo de mucha gente, aparte del autor. Quisiera manifestar mi agradecimiento al editor Stacy Kennedy, y a todas las personas que han contribuido al contenido del libro, entre ellas Tracy Barr, Danielle Voirol, Joel Bryan, Eric Hedin y Neil Clark. A todos ellos, gracias.

Introducción

La física lo es todo. ¿Qué es *todo*? Pues todo. La física interviene en cualquier acción que ocurra a tu alrededor. Y como la física está en todas partes, a veces se adentra en vericuetos por los que cuesta seguirla; pero el estudio de la física se complica aún más cuando te sientas a leer un libro de texto denso y difícil de digerir.

La mayoría de la gente que se inicia en la física sólo se ha acercado a esta materia increíblemente rica y gratificante a través de manuales de 1.200 páginas que caen sobre la mesa como auténticos ladrillos; y a continuación vienen los esfuerzos denodados para intentar escalar los imponentes baluartes de esos enormes tochos. ¿Es que ningún espíritu audaz ha pensado jamás en escribir un libro sobre física desde el punto de vista del lector? Aquí hay uno: por eso te presento esta obra.

Sobre este libro

Física para Dummies trata la física desde tu punto de vista. He enseñado física a muchos miles de estudiantes universitarios y esa experiencia me ha revelado que la mayoría de los alumnos comparten una característica común, la confusión; como cuando te dices: "No sé qué habré hecho yo para merecer este castigo".

Este libro es diferente. En lugar de escribirlo desde el punto de vista del físico o del profesor, lo he escrito teniendo en cuenta el punto de vista del lector. Después de miles de tutorías con alumnos, sé perfectamente en qué momento empieza a confundirse la gente con la presentación habitual de esta materia en los libros. Por eso he puesto especial cuidado en prescindir de las explicaciones que parten de los conceptos elevados para llegar desde ahí a lo básico. No sobrevives durante mucho tiempo a las tutorías individuales si desconoces qué tiene sentido para los demás, qué quieren ver desde su propio punto de vista. En otras palabras, he confeccionado este libro de manera que esté repleto de lo mejor, y nada más que lo mejor. También encontrarás formas especiales que emplean profesores y docentes para simplificar la resolución de problemas.

Convenciones utilizadas en este libro

Algunos libros contienen un montón de convenciones que hay que conocer antes de empezar. No es el caso de este. Lo único que necesitas saber es que las variables y los términos nuevos aparecen en cursiva *(así)* y que los vectores (elementos provistos tanto de magnitud como de dirección) aparecen en **negrita.** Las páginas de Internet aparecen en monofont.

De acuerdo con la costumbre internacional en textos científicos y con las últimas normas de la Real

De acuerdo con la costumbre internacional en textos científicos y con las últimas normas de la Real Academia Española en este libro los grupos de tres cifras en números formados por más de cuatro dígitos se han marcado mediante un espacio fino (y no mediante un punto). Así, cien mil se escribe 100.000. Por lo que respecta a la separación entre la parte entera y la decimal, tanto la norma internacional como la RAE admiten tanto la coma como el punto, por lo que en este libro se sigue la costumbre de toda la colección y se usa la coma. Así, el número pi se escribe 3,1416.

Lo que puedes dejar sin leer

A lo largo de este libro hay dos elementos que no necesitas leer si no te interesan los mecanismos internos de la física: son los recuadros y los párrafos marcados con el icono de "Información técnica".

Los recuadros aportan un poco más de información sobre un tema particular. Cuentan algo más sobre la historia, cómo hizo lo que hizo un físico famoso o una aplicación inesperada a la vida cotidiana del asunto del que esté hablando en esa parte del libro. Si quieres, puedes saltarte estos espacios sin perder ninguna información esencial sobre física.

Los párrafos señalados como "Información técnica" proporcionan explicaciones técnicas sobre un tema, pero si no los lees no perderás ningún contenido esencial para resolver un problema; tu visita guiada por el mundo de la física no se resentirá en absoluto.

Algunas presuposiciones sobre los lectores

Durante la redacción de este volumen he dado por supuestas algunas cosas sobre ti:

- Que careces de conocimientos previos sobre física o que tienes muy pocos.
- Que no andas mal de matemáticas. Sobre todo, que sabes álgebra y un poco de trigonometría. No hace falta que seas un *crack* en álgebra, pero debes saber pasar elementos de un lado al otro de una ecuación y despejar las incógnitas.
- Que quieres que te expliquen los conceptos físicos de una manera clara y concisa, así como encontrar ejemplos que te permitan ver esos conceptos en funcionamiento.

Cómo está organizado este libro

El mundo natural es, digamos, grande y, para manejarse con él, la física lo divide en distintas partes. Los siguientes apartados presentan las partes que encontrarás en este libro.

Parte I: Pon la física en marcha

Normalmente se empieza el recorrido por la física partiendo del movimiento, porque la descripción del movimiento (que abarca la aceleración, la velocidad y el desplazamiento) no es muy difícil. Solo tienes que enfrentarte a unas cuantas ecuaciones y lo tendrás dominado en un santiamén.
Examinar el movimiento es una manera fantástica de comprender el funcionamiento de la física, tanto para medir lo que pasa como para pronosticar lo que pasará.

Parte II: Que las fuerzas de la física te acompañen

"Toda acción tiene una reacción de igual intensidad y opuesta." ¿Lo has oído alguna vez? Esta ley (y sus implicaciones) la encontrarás en esta parte. Sin fuerzas, el movimiento de los objetos no experimentaría ningún cambio, lo que daría como resultado un mundo muy aburrido. Gracias a Isaac Newton, la física explica lo que sucede cuando se aplican fuerzas.

También echarás una ojeada al movimiento de los fluidos.

Parte III: La energía busca trabajo

Si aplicas una fuerza a un objeto para desplazarlo o hacer que vaya más deprisa, ¿qué estás haciendo en realidad? Estás realizando un trabajo y ese trabajo se convierte en la energía cinética de ese objeto. Juntos, el trabajo y la energía explican muchísimas cosas sobre el ajetreado mundo que te rodea, por eso he dedicado la parte III a estos temas.

Parte IV: Domina las leyes de la termodinámica

¿Qué ocurre cuando pones un dedo sobre la llama de una vela y no lo apartas? Pues que te lo quemas, eso es lo que pasa, y también que realizas un experimento sobre la transferencia del calor, uno de los temas que te encontrarás en la parte IV, que es un resumen de la termodinámica: la física del calor y de su flujo. Aquí también verás cómo funcionan las máquinas basadas en el calor, cómo se derrite el hielo, cómo se comportan los gases ideales y mucho más.

Parte V: Los decálogos

Los decálogos consisten en listas rápidas de diez elementos. En ellos hallarás todo tipo de temas sorprendentes, algo sobre física avanzada (desde los agujeros negros y el Big Bang hasta agujeros de gusano en el espacio y la fracción más pequeña en la que se puede dividir el espacio) y algunas pistas sobre celebridades científicas que marcaron un hito en su ámbito de trabajo.

Los iconos utilizados en este libro

A lo largo del libro encontrarás varios iconos que señalan algunos bocados de información particulares. He aquí el significado de esos iconos:



Este icono señala la información que hay que recordar, como la aplicación de una ley física o una ecuación especialmente sustanciosa.



Cuando te topes con este icono prepárate para encontrar un atajo matemático o información que te ayudará a entender mejor el tema en cuestión.



Este icono subraya los errores más comunes al estudiar física o resolver problemas.



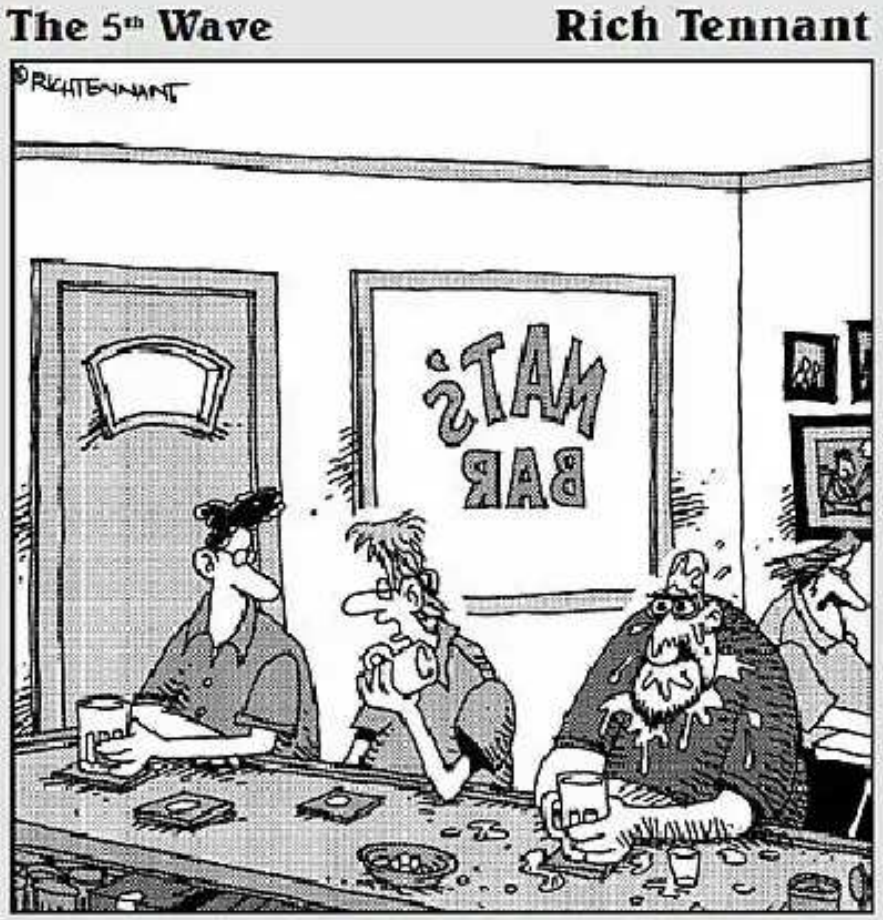
Este icono significa que la información que introduce es técnica. No tienes que leerla si no quieres, pero si aspiras a convertirte en un *crack* de la física (¿quién no aspira a ello?), échale un vistazo.

¿Y ahora qué?

Ya puedes zambullirte en este libro; no es necesario que lo leas de principio a fin. Al igual que otros títulos de la colección *Para Dummies*, está pensado para que puedas saltar de un lugar a otro a tu aire. Este libro es tuyo y tuya es la física. Puedes abrir el capítulo 1, que es donde empieza toda la acción; puedes ir directamente al capítulo 2 para conocer el álgebra necesaria y la trigonometría que debes saber; o puedes irte a cualquier lugar que desees para centrarte justo en el tema que te interese.

Parte I

Pon la física en marcha



"La física explica el movimiento. Como la aceleración de esta jarra al moverla hacia atrás, que crea una velocidad que resulta en un desplazamiento. Como sabe cualquier pardillo."

En esta parte...

La parte I está pensada para introducirte en las sendas de la física. El movimiento es uno de los temas más sencillos de esta ciencia y te convertirás en un maestro del movimiento con unas pocas ecuaciones. En esta parte conocerás los rudimentos matemáticos y las unidades necesarios para comprobar de qué manera las ecuaciones físicas describen el mundo que te rodea. Con solo introducir los números ya podrás hacer cálculos que dejarán atónitos a tus colegas.

Capítulo 1

Física para entender el mundo

En este capítulo

- Reconocerás la física que hay en tu mundo
- Entenderás el movimiento
- Dominarás la fuerza y la energía de tu alrededor
- Te acalorarás con la termodinámica

La física consiste en el estudio del mundo y del universo. Por suerte, el comportamiento de la materia y la energía (todo lo que compone el universo) no es un descontrol absoluto; por el contrario, obedece a leyes estrictas que los físicos van revelando paso a paso mediante la aplicación atenta del *método científico*, el cual se basa en hechos experimentales y en un razonamiento riguroso. Siguiendo ese procedimiento, la física ha ido desentrañando más y más la belleza que subyace en los entresijos del universo, desde lo infinitamente pequeño hasta lo más grandioso.

La física es una ciencia que lo engloba todo. Si estudias distintos aspectos del mundo natural (de hecho, la palabra *física* deriva del vocablo griego *fysicós*, que significa 'cosas naturales'), tratas con diferentes áreas de la física: la física de los objetos en movimiento, la física de la energía, de las fuerzas, de los gases, del calor y la temperatura, etc. En este libro disfrutarás con el estudio de todas esas materias y muchas más. Este capítulo es un resumen de los conocimientos que necesitas para empezar: qué es la física, de qué se ocupa y por qué las operaciones matemáticas son importantes en ella.

De qué va la física

Mucha gente se pone un poco nerviosa al pensar en la física. Ven esta materia como algo sesudo que se saca números y reglas de la manga. Pero lo cierto es que se trata de una ciencia que te permite tomar conciencia del mundo. La física es una aventura humana que se emprende en beneficio de todos para explorar el funcionamiento del mundo.



En el fondo, la física no es más que observar el mundo que habitamos y emplear modelos mentales y matemáticos para explicarlo. La base de la física es esta: partes de una observación, creas un modelo para simular esa situación, después añades algo de matemáticas para rellenarlo y, *¡voilà!*, ya tienes el poder de predecir lo que ocurrirá en el mundo real; y en ese contexto, las matemáticas te ayudan a ver qué sucede y por qué.

En este apartado explico cómo encajan las observaciones del mundo real con las matemáticas. En apartados posteriores haré un recorrido breve por los temas clave de la física básica.

La observación del mundo

A tu alrededor suceden un montón de cosas observables, que conforman este mundo complejo. Las hojas de los árboles se agitan, el sol brilla, las bombillas alumbran, los coches se mueven, las impresoras cumplen su función, la gente camina o va en bici, los ríos fluyen... Cuando te detienes a examinar esos fenómenos, la curiosidad humana te lleva a plantearte infinidad de preguntas:

- ¿Por qué resbalo al intentar subir por una ladera nevada?
- ¿A qué distancia están las estrellas y cuánto se tardaría en llegar a ellas?
- ¿Cómo funciona el ala de un avión?
- ¿Cómo es posible que los termos conserven calientes las cosas calientes y frescas las cosas frías?
- ¿Cómo se mantiene a flote un crucero enorme si un clip sujetapapeles se hunde?
- ¿Por qué borbotea el agua cuando hierve?

Toda ley física responde a la observación atenta del mundo; y toda teoría que se formule debe ser sometida a la prueba de los datos experimentales. La física va más allá de las afirmaciones cualitativas sobre las cosas físicas, por ejemplo: “Si empujo el columpio con más fuerza, el niño llega más alto”. Las leyes de la física permiten pronosticar con precisión qué altura alcanzará.

Formular predicciones

La física no es más que la creación de modelos del mundo (aunque hay otra manera de entenderla, que sostiene que, en realidad, la física desentraña la verdad sobre los mecanismos del mundo y no se limita solo a elaborar modelos). Esos modelos mentales se pueden usar para describir cómo funciona el mundo: cómo se deslizan los bloques por las rampas, cómo se forman y cómo brillan las estrellas,

cómo atrapan la luz los agujeros negros sin dejarla escapar, qué sucede cuando chocan los coches, etcétera.

A veces, cuando esos modelos se crean por primera vez, tienen poco que ver con los números; se limitan a la esencia de los hechos. Por ejemplo, esta estrella se compone de esta capa y después de otra capa y, como consecuencia, se produce esta reacción seguida por tal otra y ¡zas!, aparece una estrella. Con el paso del tiempo, esos modelos se hacen más precisos y es ahí donde algunos estudiantes de física empiezan a tener problemas. Las clases de física serían pan comido si pudiéramos decir sin más: "El carrito va a descender por esa colina y a medida que se acerque a la base irá ganando velocidad". Pero el asunto es más enrevesado porque la física no solo te permite afirmar qué irá más deprisa sino que, mostrando tu dominio sobre el mundo físico, puedes decir a qué velocidad irá.

Entre la teoría, formulada con matemáticas, y los datos experimentales se da una interacción sutil. Por lo general, los datos experimentales no solo confirman las teorías, sino que además dan lugar a teorías nuevas, lo que a su vez inspira experimentos nuevos. Ambos ámbitos se alimentan entre sí y generan nuevos descubrimientos.

Tal vez muchas de las personas que abordan esta materia consideren las matemáticas como algo tedioso y demasiado abstracto. Sin embargo, en su relación con la física, las matemáticas cobran vida. Una ecuación de segundo grado quizá parezca un tanto árida, pero si la usas para calcular el ángulo correcto para lanzar un cohete con la trayectoria perfecta, la encontrarás más jugosa. El capítulo 2 explica todas las matemáticas que necesitas saber para efectuar cálculos de física elemental.

Los frutos de la física

Entonces, ¿qué sacarás de la física? Si quieres hacer carrera dentro de esta disciplina o en un campo relacionado con ella, como la ingeniería, la respuesta está clara: necesitarás estos conocimientos continuamente. Pero, aunque no planees embarcarte en este tipo de estudios, el análisis de la materia te reportará mucho porque buena parte de lo que descubras en un curso introductorio de física te servirá para aplicarlo a la vida real:

- En cierto modo, todas las demás ciencias se basan en la física. Por ejemplo, la estructura y las propiedades eléctricas de los átomos condicionan las reacciones químicas, así que toda la química se rige por las leyes de la física. De hecho, cabría afirmar que en última instancia ¡todo se reduce a las leyes de la física!
- La física se ocupa de algunos fenómenos bastante sorprendentes. Muchos vídeos de fenómenos físicos han llegado a ser virales en YouTube; echa una ojeada. Busca "fluido no newtoniano" y contemplarás la progresiva y rebosante danza de una mezcla de harina

de maíz y agua sobre un altavoz.

- Más importantes aún que las aplicaciones de la física son las herramientas que te brinda para abordar y resolver cualquier tipo de problema. Los problemas de física te preparan para observar desde la distancia, evaluar las opciones que tienes para enfrentarte al asunto en cuestión y, a continuación, resolver el problema de la manera más sencilla posible.

La observación de objetos en movimiento

Algunos de los interrogantes esenciales que tal vez te plantees sobre el mundo guardan relación con los objetos en movimiento. ¿Llegará a pararse esa piedra que cae rodando hacia ti? ¿A qué velocidad tienes que moverte para apartarte de su camino? (Espera un momento, voy a sacar la calculadora...). El movimiento fue una de las primeras exploraciones de la física.

Cuando miras a tu alrededor ves que el movimiento de los objetos cambia sin cesar. Ves una moto que se detiene ante una señal de stop. Ves caer una hoja hasta el suelo y que vuelve a alzarse con el viento. Ves que una bola de billar choca mal contra otras bolas y las desplaza hacia donde no deben ir. La parte I de este libro trata de los objetos en movimiento, desde bolas hasta vagones de tren y la mayoría de los objetos intermedios. En este apartado te presento el movimiento en línea recta, el movimiento de rotación y el movimiento cíclico de muelles y péndulos.

Cómo medir la celeridad, la dirección, la velocidad y la aceleración

La velocidad hace furor entre los físicos: ¿A qué velocidad se mueve un objeto? ¿No son suficientes 50 km/h? ¿Qué tal 5.000? No hay ningún problema cuando tratas con la física. Para describir el movimiento de un objeto, además del valor de la velocidad (su *módulo* o *celeridad*), es importante la dirección en la que se desplaza. Si tu equipo de fútbol controla el balón dentro del campo, lo que te importa es que lo haga en la dirección correcta.

Al unir el valor numérico de la velocidad (la celeridad) con la dirección se obtiene un vector: el vector velocidad. Los vectores son instrumentos matemáticos muy útiles. Todo lo que posee magnitud y dirección se describe mejor con un *vector*. Los vectores suelen representarse como flechas cuya longitud indica la magnitud (el tamaño) y cuya orientación indica la dirección. En un vector que represente la velocidad, la longitud se corresponde con la celeridad del objeto y la flecha apunta en la dirección en que se desplaza el objeto. (Para saber cómo usar vectores consulta el capítulo 4.)

Todo tiene una velocidad, así que la velocidad es muy útil para describir el mundo que te rodea. Aunque un objeto se encuentre en reposo con respecto al suelo, está en la Tierra, la cual tiene una velocidad. (Y, si todo tiene una velocidad, no es de extrañar que los físicos sigan recibiendo subvenciones: alguien tiene que medir todo ese movimiento.)

subvenciones. alguien tiene que medir todo ese movimiento.)

Si has viajado alguna vez en coche, sabrás que la velocidad no lo es todo. Los coches no empiezan a andar a 100 km/h así de golpe, sino que tienen que acelerar hasta alcanzar esa rapidez. Al igual que la velocidad, la aceleración no solo se expresa mediante una cantidad, sino también con una dirección, así que la aceleración también es un vector en física. La velocidad y la aceleración se tratan en el capítulo 3.

Dale mil vueltas: el movimiento de rotación

Gran cantidad de cosas giran y giran en el mundo cotidiano: los CD, los DVD, los neumáticos, los brazos de una lanzadora de martillo, la ropa dentro de la lavadora, los bucles de una montaña rusa, o los niños cuando se ponen a dar vueltas por mera diversión bajo su primera nevada. Del mismo modo que mueves un coche y lo aceleras en línea recta, las ruedas del vehículo pueden girar y acelerar, pero en círculo.

El paso del mundo lineal al mundo de la rotación resulta sencillo porque existen analogías físicas muy prácticas para todo lo lineal en el universo de la rotación. Por ejemplo, la distancia recorrida se convierte en el ángulo girado. La velocidad en metros por segundo se transforma en velocidad angular expresada en ángulo girado por segundo. Hasta la aceleración lineal pasa a ser aceleración angular.

Por tanto, si entiendes cómo funciona el movimiento lineal, el movimiento de rotación caerá rendido a tus pies. Se usan las mismas ecuaciones tanto para el movimiento lineal como para el de rotación, solo que con símbolos diferentes, cuyo significado es ligeramente distinto (el ángulo sustituye a la distancia, por ejemplo). Cerrarás el círculo en un visto y no visto. El capítulo 7 contiene los detalles.

Muelles y péndulos: el movimiento armónico simple

¿Has visto alguna vez moverse una cosa sobre un muelle? Ese movimiento desconcertó a los físicos durante mucho tiempo hasta que se pusieron a trabajar en él. Descubrieron que al presionar un muelle, la fuerza no es constante. El muelle se resiste y, cuanto más se presiona, más resistencia opone.

Entonces, ¿qué relación hay entre la fuerza que opone el muelle y la distancia que se ha recorrido presionándolo? La fuerza es directamente proporcional a la cantidad de aplastamiento que ha experimentado el muelle: al duplicar la cantidad de aplastamiento del muelle se duplica la fuerza con la que se resiste.

Los físicos se quedaron encantados: aquel era el tipo de matemáticas que entendían. ¿Fuerza proporcional a distancia? Magnífico. Esa relación se puede introducir en una ecuación, y la ecuación se puede utilizar para describir el movimiento del objeto unido al muelle. Los resultados revelaron cómo se mueven los objetos sujetos a un muelle: otro triunfo de la física.

como se mueven los objetos sujetos a un muelle: otro triunfo de la física.

Este logro concreto recibió el nombre de *movimiento armónico simple*. Es simple porque la fuerza es directamente proporcional a la distancia, así que el resultado es simple. Es armónico porque se repite sin fin a medida que el objeto se desplaza arriba y abajo sobre el muelle. Los físicos consiguieron deducir ecuaciones sencillas que te permitirán conocer con exactitud dónde se encontrará el objeto en cualquier momento dado.

Pero eso no es todo. El movimiento armónico simple se aplica a muchos objetos del mundo real, no solo a las cosas sujetas a un muelle. Por ejemplo, los péndulos también siguen un movimiento armónico simple. Imagina que tienes una piedra que se balancea colgada de una cuerda. Mientras el arco que describa en su balanceo no sea demasiado amplio, la piedra atada a la cuerda formará un péndulo y, por tanto, su movimiento será armónico simple. Si conoces la longitud de la cuerda y la amplitud del ángulo que describe en el balanceo, puedes predecir en qué lugar se hallará la piedra en cualquier instante. El movimiento armónico simple se describe en el capítulo 13.

Por si necesitas un empujón: las fuerzas

La física tiene una predilección especial por las fuerzas. Hacen falta fuerzas para poner en movimiento cosas que están en reposo. Imagina una piedra del suelo. Muchos físicos (excepto, tal vez, los geofísicos) la mirarían con recelo. Ahí quieta, sin más. ¿Qué gracia tiene eso? Después de medir su tamaño y su masa, perdería todo el interés para ellos.

Pero dale un puntapié (es decir, aplícale una fuerza), y ya verás cómo acuden corriendo los físicos. Ahora ya sí que está pasando algo, la piedra empezó en reposo, pero ahora está moviéndose. Encontrarás toda suerte de números asociados a ese movimiento. Por ejemplo, puedes relacionar la fuerza aplicada a un objeto con su masa y deducir la aceleración. Y a los físicos les encantan los números porque ayudan a describir lo que está ocurriendo en el mundo físico.

Los físicos son expertos aplicando fuerzas a los objetos y prediciendo los resultados. ¿Tienes una nevera que hay que subir por una rampa y no sabes si vas a poder? Pues pregúntale a un físico. ¿Tienes que lanzar un cohete? Haz lo mismo.

La absorción de la energía que te rodea

No hay que mirar muy lejos para toparse con el siguiente tema. (En realidad nunca hay que hacerlo.) Al salir de casa por la mañana, por ejemplo, puede que oigas un estruendo algo más arriba en tu misma calle. Dos coches han chocado a gran velocidad, han quedado trabados el uno con el otro y bajan derrapando hacia donde te encuentras tú. Gracias a la física (y más en concreto a la parte III de este libro), podrás proceder a tomar las medidas y efectuar las predicciones necesarias para saber con exactitud cuánto deberás desplazarte para apartarte de su camino.

Dominar los conceptos de energía y cantidad de movimiento te ayudará en ese trance. Esos conceptos se emplean para describir el movimiento de objetos con masa. La energía del movimiento de denomina *energía cinética*, y cuando aceleras un coche de 0 a 100 km/h en 10 s, el coche acumula mucha energía cinética.

¿De dónde proviene la energía cinética? Procede del *trabajo*, que es lo que sucede cuando una fuerza desplaza un objeto a lo largo de una distancia determinada. También puede venir de la *energía potencial*, la energía almacenada en el objeto y debida al trabajo realizado por una clase particular de fuerza, como la gravedad o las fuerzas eléctricas. Así, por ejemplo, la gasolina permite al motor de un coche realizar trabajo para imprimirle velocidad. Pero hace falta una fuerza para acelerar algo y, curiosamente, la manera en que el motor de un coche realiza trabajo consiste en usar la fuerza de rozamiento estático contra la calzada. Sin rozamiento las ruedas se limitarían a girar, pero gracias a la fuerza de rozamiento estático, los neumáticos ejercen una fuerza contra el asfalto. Para toda fuerza entre dos objetos existe una fuerza reactiva de igual magnitud pero en sentido opuesto. Así que la carretera también ejerce sobre el coche una fuerza, que es la que causa su aceleración.

O supongamos que estás subiendo un piano por las escaleras hasta tu nuevo piso. Tras subir las escaleras, el piano tendrá energía potencial por la mera razón de que has realizado gran cantidad de trabajo contra la fuerza de la gravedad para subir el piano esas seis plantas. Por desgracia, tu compañero de piso detesta los pianos y tira el tuyo por la ventana. ¿Qué pasa ahora? La energía potencial del piano, debida a su altura dentro de un campo gravitatorio, se transforma en energía cinética, la energía del movimiento. Entonces decides calcular la velocidad final del piano cuando se estampe contra el suelo. (Después calcularás el precio del piano, se lo enseñarás a tu compañero y volverás a bajar las escaleras para comprarte unos timbales.)

Esto pesa: la presión en los fluidos

¿Has notado alguna vez que a 1.500 m bajo la superficie la presión es distinta que en la superficie? ¿Nunca has estado a 1.500 m por debajo de las olas del mar? Pero sí habrás notado el cambio de presión al zambullirte en una piscina. Cuanto más desciendes, más aumenta la presión debido a que el peso del agua que tienes encima ejerce fuerza hacia abajo. La *presión* no es más que una fuerza por unidad de área.

¿Te has comprado una piscina? Cualquier físico que se precie podrá decirte qué presión aproximada hay en la parte más baja si le dices qué profundidad tiene. El mundo de los fluidos te brindará un sinfín de cosas que medir, como la velocidad de los fluidos a través de orificios pequeños, la densidad de un fluido, etc. Una vez más, la física responde bien bajo presión. Ilústrate sobre las fuerzas en el seno de los fluidos en el capítulo 8.

Acalórate sin avergonzarte: la termodinámica

El calor y el frío forman parte de la vida cotidiana. ¿Has observado alguna vez las gotitas de condensación en un vaso de agua fría dentro de una habitación caliente? El vapor de agua que hay en el aire se enfría al entrar en contacto con el vaso y se condensa, es decir, adopta la forma de agua líquida. El vapor de agua que se condensa cede energía térmica a la bebida fría, la cual acaba calentándose como consecuencia de ello.

La *termodinámica* te revelará cuánto calor irradias en un día gélido, cuántas bolsas de hielo necesitas para enfriar una chimenea de lava y cualquier otra cosa relacionada con la energía calorífica. También puedes estudiar la termodinámica fuera de la Tierra. ¿Por qué está frío el espacio? En un entorno normal, emites calor hacia todo lo que te rodea; y todo lo que te rodea emite calor hacia ti. Pero en el espacio lo único que irradia calor eres tú, así que puedes llegar a helarte.

La radiación de calor no es más que una de las tres maneras posibles de transferir calor. Descubrirás mucho más acerca del calor, ya sea creado por una fuente emisora de calor (como el Sol) o mediante rozamiento, en la parte IV.

Capítulo 2

Repaso de unidades físicas y rudimentos matemáticos

En este capítulo

- Aprenderás a dominar las unidades (y a mantenerlas a raya al resolver ecuaciones)
- Controlarás los dígitos significativos y posibles errores
- Repasarás el álgebra elemental y unos cuantos conceptos de trigonometría

La física emplea la observación y los datos para desarrollar modelos mentales y matemáticos que explican cómo funciona el mundo (y todo lo que contiene). La mayoría de gente no está familiarizada con ese procedimiento; eso es lo que encontrarás en este capítulo.

Este capítulo trata sobre algunos conocimientos básicos necesarios para pasar a los capítulos siguientes. En él abordo las unidades y la notación científica, repaso el álgebra elemental y la trigonometría, e incido en los dígitos que debes tener más en cuenta y los que puedes ignorar. Ganarán así unos fundamentos científicos, sólidos e inquebrantables, en los que apoyarte a lo largo de todo este volumen.

Cómo medir el mundo que te rodea y realizar predicciones

La física destaca por medir y predecir el mundo físico; a fin de cuentas, esa es su razón de ser. Tomar medidas es el punto de partida, la parte que consiste en observar el mundo para poder elaborar modelos y definir qué ocurrirá en él. Para eso tienes unas cuantas varas de medir: unas son para la longitud, otras para la masa o el peso, varias son para medir el tiempo, etcétera. Dominar esas unidades es una parte importante de dominar la física.

Cómo emplear los distintos sistemas de unidades

Los físicos y los matemáticos han agrupado las unidades semejantes en *sistemas de unidades*. De todos los que hay, el que se ve con más frecuencia al introducirse en la física es el sistema cuyas unidades fundamentales son el metro, el kilogramo y el segundo; se trata del Sistema Internacional de

Unidades, que suele abreviarse por sus siglas: SI; pero también puedes encontrarte con el sistema sajón pie-libra-segundo. En la tabla 2-1 se relacionan algunas unidades del SI, junto con sus símbolos.

Tabla 2-1: Unidades del Sistema Internacional

Magnitud física	*Unidad*	*Símbolo*
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Fuerza	newton	N
Energía	julio	J
Presión	pascal	Pa
Corriente eléctrica	amperio	A
Densidad de flujo magnético	tesla	T
Carga eléctrica	culombio	C



Como cada sistema de unidades usa distintos patrones de longitud, puedes encontrarte con cantidades numéricas distintas para una misma magnitud al resolver una parte de un problema, dependiendo de la unidad de medida que uses. Por ejemplo, para medir la profundidad del agua de una piscina puedes emplear el SI, que te dará la respuesta en metros, o recurrir al sistema sajón (menos habitual), y en ese caso hallarás la profundidad en pies. La cuestión es que al resolver un problema, uses el mismo sistema de unidades en todas las ecuaciones implicadas. Si no lo haces, obtendrás como resultado un batiburrillo carente de sentido porque estarás cambiando la vara de medir y, sin embargo, aspiras a obtener una sola respuesta. Mezclar unidades da problemas, imagina que la receta de un bizcocho requiere dos tazas de harina y, en lugar de eso, echas dos litros.

De metros a pulgadas y a la inversa: conversiónde unidades

Acabas de ver que hay diversos sistemas de medida para registrar los datos de las observaciones. Pero ¿qué sucede cuando hay que convertir las unidades de un sistema a las de otro? A veces, el principal escollo de un problema de física es que los datos que necesitas están en unidades mezcladas: un dato en centímetros y aquel otro en metros, y tal vez incluso algún otro en pulgadas. No te dejes engañar. Antes de empezar a operar hay que convertirlo *todo* al mismo sistema de unidades y, dentro de él, a las mismas unidades. ¿Cómo realizar esa conversión de la manera más fácil posible? Usa los factores de conversión que explico en este apartado.



Cómo emplear factores de conversión

Para realizar conversiones entre unidades de sistemas distintos hay que multiplicar por un *factor de conversión*. Un factor de conversión es una fracción que, al multiplicarla por el elemento que quieres convertir, anula las unidades que no quieres y conserva tan solo las que necesitas. Esa fracción que actúa de factor de conversión tiene que valer 1.

Mira cómo funciona. En toda relación entre unidades (por ejemplo, un día es lo mismo que veinticuatro horas) puedes formar una fracción que valga 1. Si, por ejemplo, divides por 1 ambos lados de la ecuación 24 h = 1 d, obtienes:

$$\frac{24\ \text{h}}{1\ \text{día}} = 1$$

Supongamos que quieres convertir tres días en horas. Basta con multiplicar ese tiempo por la fracción anterior. Al hacerlo no alteras el valor temporal porque estás multiplicando por 1. Mira cómo se anula la unidad de los días para que quede tan solo una cantidad en horas:

$$\frac{3\ \text{d}}{1} \times \frac{24\ \text{h}}{1\ \text{d}} = \frac{3\ \cancel{\text{d}}}{1} \times \frac{24\ \text{h}}{1\ \cancel{\text{d}}} = 72\ \text{h}$$



Las unidades, como *días*, *segundos* o *metros*, funcionan igual que las variables *x* e *y* en cuanto a que, si aparecen tanto en el numerador como en el denominador de la fracción, se anulan entre sí.

Para realizar la transformación a la inversa (de horas a días, en este caso) basta con partir de la misma relación original, 24 h = 1 d, pero esta vez habrá que dividir ambos lados de la igualdad entre 24 h para obtener:

$$1 = \frac{1\ \text{d}}{24\ \text{h}}$$

Después hay que multiplicar por esa fracción para anular las unidades de abajo y quedarte tan solo con las de arriba.

Veamos el siguiente problema. Tras cruzar una frontera te das cuenta de que has recorrido 4.680 km en tres días justos. Impresionante. Si has viajado con una velocidad constante, ¿cuál ha sido? La velocidad, tal como imaginarás, no es más que la distancia dividida entre el tiempo. Así que tendrás que calcularla de esta manera:

que calcularía de esta manera:

$$\frac{4680\ \text{km}}{3\ \text{d}} = 1560\ \text{km/d}$$

No obstante, la respuesta que has obtenido no es una unidad de medida estándar. Tienes el resultado en kilómetros por día, que se escribe como km/d. Para pasarlo a km/h necesitas un factor de conversión que elimine los días del denominador y los convierta en horas, así que multiplicarás por d/h y anularás los días:

$$\frac{\text{km}}{\cancel{\text{d}}} \times \frac{\cancel{\text{d}}}{\text{h}} = \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

El factor de conversión que empleas es d/h. Al multiplicar por el factor de conversión tu obra tendrá este aspecto:

$$\frac{1560\ \text{km}}{1\ \text{d}} \times \frac{1\ \text{d}}{24\ \text{h}}$$

Conviene darse cuenta de que, como un día consta de 24 h, el factor de conversión vale exactamente 1, como debe ocurrir con cualquier factor de conversión. Así que al multiplicar 1.560 km/d por ese factor de conversión, no estás alterando nada, lo único que haces es multiplicar por 1. Cuando reduces los días y multiplicas las fracciones, hallas la respuesta que buscabas:

$$\frac{1560\ \text{km}}{1\ \cancel{\text{d}}} \times \frac{1\ \cancel{\text{d}}}{24\ \text{h}} = 65\ \text{km/h}$$

No es obligatorio que emplees un factor de conversión; si instintivamente ya sabes que hay que dividir entre 24 para convertir km/d en km/h, mejor que mejor. Pero siempre que te asalte la duda, usa un factor de conversión y anota los cálculos, porque seguir la ruta más larga es mucho mejor que cometer un fallo. Yo he visto a mucha gente hacerlo todo bien dentro de un problema, menos estas sencillas conversiones.



Si los números te marean, fíjate en las unidades

¿Quieres conocer un truco que los profesores usan para resolver problemas de física? Presta atención a las unidades con las que trabajes. Yo he hecho miles de tutorías con alumnos para

resolver problemas de los que se llevaban a casa como deberes y puedo decirte que este es uno de los trucos que siempre usan los docentes.

Como ejemplo sencillo digamos que te dan una distancia y un tiempo, y tienes que hallar la velocidad. Puedes ir de inmediato a la esencia del enunciado del problema porque sabes que la distancia (expresada, por ejemplo, en metros) dividida por el tiempo (por ejemplo, en segundos) equivale a la velocidad (m/s). La multiplicación y la división se reflejan en las unidades. En efecto, como la velocidad se calcula dividiendo la distancia recorrida entre el tiempo que se ha tardado en recorrerla, la unidad que la expresará será metros por segundo (m/s). Por poner otro ejemplo, la cantidad denominada cantidad de movimiento (o momento) se calcula multiplicando la velocidad (metros/segundo) por la masa (kilogramos); así que se expresa en unidades de kg·m/s.

A medida que los problemas son más complejos, intervienen más elementos (digamos, por ejemplo, una masa, una distancia, un tiempo, etc.). Te verás leyendo el enunciado de un problema en diagonal para tomar nota de los valores numéricos y sus unidades. ¿Te piden que halles una cantidad de energía? La energía es la masa por la distancia elevada al cuadrado partida por el tiempo al cuadrado, así que, si eres capaz de identificar esos elementos en la pregunta, ya sabes cómo encajarán en la solución y no te perderás con los números.

La conclusión es que las unidades son buenas amigas. Te ofrecen una manera sencilla de asegurarte de que vas por buen camino para llegar a la respuesta deseada. Así que, cuando te hagas un lío con los números, revisa las unidades para comprobar si vas bien. Pero recuerda que también deberás cerciorarte de estar empleando las ecuaciones correctas.

Prescinde de algunos ceros: usa la notación científica

Los físicos se las apañan para meter la cabeza en los lugares más recónditos y esos parajes implican a menudo números realmente grandes o pequeños. La física ofrece un método para tratar con números muy grandes y muy pequeños; para reducir el embrollo y facilitar su digestión, recurre a la *notación científica*.



La notación científica consiste en escribir un número en forma decimal (con un solo dígito delante de la coma decimal) multiplicado por una potencia de diez. La potencia de diez (un 10 elevado a un

la coma decimal) multiplicado por una potencia de diez. La potencia de diez (un 10 elevado a un

exponente) expresa el número de ceros. Para hallar la potencia de diez correcta para un número muy grande, hay que contar todas las posiciones que hay antes de la coma decimal, de derecha a izquierda, hasta el lugar situado justo a la derecha del primer dígito (el primer dígito no se cuenta porque debe quedar delante de la coma decimal en el resultado).

Por ejemplo, imagina que te encuentras con la distancia promedio que separa el Sol de Plutón, que ronda los 5.890.000.000.000 metros. Manejas un montón de metros además de muchos ceros. Pues bien, puedes escribir la distancia que media entre el Sol y Plutón de este modo:

$$5\,890\,000\,000\,000\ \text{m} = 5{,}89 \times 10^{12}\ \text{m}$$

El exponente es 12 porque hay 12 posiciones entre el final de 5.890.000.000.000 (allí donde correspondería escribir un decimal en el número entero) y el lugar que ocupa ahora la marca decimal justo después del 5.

La notación científica también funciona con los números muy pequeños, como el que sigue, en el que la potencia de diez es negativa. Cuenta la cantidad de posiciones de izquierda a derecha desde la coma decimal hasta justo antes del primer dígito que no es un cero (dejando también ahora el resultado con un solo dígito delante de la marca decimal):

$$0{,}000\,000\,000\,000\,000\,000\,533\,9\ \text{metros} = 5{,}339 \times 10^{-19}\ \text{metros}$$

El empleo de prefijos de unidades

Los científicos han desarrollado una notación que ayuda a controlar las variables con valores muy elevados o muy bajos en sus unidades.

Imagina que estás midiendo el grosor de un cabello humano y concluyes que mide 0,00002 m. Podrías usar la notación científica para escribir esa cifra como 2×10^{-5} m (20×10^{-6} m), pero también podrías emplear el prefijo μ, que significa 'micro': 20 μm. Cuando μ aparece delante de cualquier unidad, significa 10^{-6} veces la unidad. Por ejemplo, el kilómetro, km, equivale a 10^3m, es decir, 1.000 m. La siguiente tabla contiene otros prefijos frecuentes de unidades.

Prefijo de unidad	Símbolo	Potencia de la unidad básica
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}



Si el número que tienes que usar es mayor que diez, tienes un exponente positivo en notación científica; si es menor que diez, tienes un exponente negativo. Como ves, el empleo de números supergrandes o superpequeños con notación científica es más fácil que escribirlos enteros, por eso las calculadoras traen ya incorporada esta funcionalidad.

He aquí un ejemplo sencillo: ¿Qué aspecto tiene el número 1.000 escrito en notación científica? Podrías escribir 1.000 como 1,0 veces 10 elevado a una potencia, pero ¿a qué potencia? Habría que desplazar la coma decimal de 1,0 tres lugares hacia la derecha para obtener 1.000, así que la potencia es tres:

$$1000 = 1{,}0 \quad 10^3$$

Comprueba la exactitud y la precisión de las medidas

La exactitud y la precisión son importantes cuando se toman (y analizan) medidas en física. No puedes dar a entender que tus medidas son más precisas de lo que sabes que son, añadiéndoles dígitos significativos; por otra parte, hay que tener en cuenta la posibilidad de que haya algún error en el sistema de medición utilizado y, para ello, se pone el símbolo ± cuando sea necesario. Este apartado profundiza en el tema de los dígitos significativos, la precisión y la exactitud.

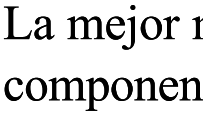
Cómo saber qué dígitos son significativos

Aquí encontrarás cómo indicar de manera adecuada la precisión conocida de las medidas y usarla dentro de los cálculos, cómo representar números ajustados a su precisión conocida y cómo efectuar

dentro de los cálculos, cómo representar números ajustados a su precisión conocida y cómo efectuar cálculos cuando intervienen medidas con distintos grados de precisión.

Cómo hallar la cantidad de dígitos significativos

Los *dígitos significativos* (o *cifras significativas*) de una medida son aquellos que se han registrado. Pongamos que mides una longitud con una regla en la que se leen los milímetros. La medida tomada podría ser 10,42 cm y ese resultado tendrá cuatro dígitos significativos (has calculado la distancia entre marcas para estimar el último dígito). Pero, si usaras un micrómetro muy preciso, podrías medir esa longitud hasta la centésima parte de la medida anterior, de modo que obtendrías que ese mismo objeto mide 10,4213 cm, un dato con seis dígitos significativos. Por convención los ceros que simplemente rellenan valores antes (o después) del punto decimal no se consideran significativos. Cuando te encuentras con un número como 3.600, sabes que el 3 y el 6 aparecen porque son significativos. Sin embargo, puede resultar espinoso saber qué ceros son significativos, si es que lo es alguno.



La mejor manera de escribir un número sin dejar lugar a dudas sobre cuántos dígitos significativos lo componen consiste en recurrir a la notación científica. Por ejemplo, si te encuentras con una medida de 1.000 m, no sabes si cuenta con una, dos, tres o cuatro cifras significativas. Pero si la vieras expresada como $1{,}0 \times 10^3$ m, sabrías que se compone de dos dígitos significativos. Si la vieras escrita como 1.000×10^3 m, entonces sabrías que tiene cuatro cifras significativas.

Cómo redondear las respuestas hasta el número adecuado de dígitos

Al realizar cálculos suele ser necesario redondear la respuesta hasta el número correcto de dígitos significativos. Si incluyes algún dígito más, entonces transmites una precisión que no es real y que no has medido.

Por ejemplo, si alguien te dice que un cohete recorrió 10,0 m en 7,0 s, te están comunicando que esa distancia se conoce hasta tres dígitos significativos, y que los segundos se conocen hasta dos dígitos significativos (la misma cantidad de dígitos de cada uno de esos datos numéricos). Para hallar la velocidad del cohete, puedes sacar la calculadora y dividir 10,0 metros (m) entre 7,0 segundos (s) y obtendrás como resultado 1,428.571.429 metros por segundo (m/s), lo que en efecto parece una medida muy precisa. Pero se trata de una precisión excesiva porque, si solo conoces los datos iniciales hasta dos o tres dígitos significativos, entonces no puedes decir que conoces la respuesta con diez dígitos significativos. Tal afirmación sería como medir algo con una regla hasta el milímetro más próximo, y después anotar una respuesta hasta la diezmillonésima de milímetro más próxima.

Hay que redondear la respuesta.



Las reglas para decidir la cantidad correcta de dígitos significativos después de realizar los cálculos son:

- **Al multiplicar o dividir números.** El resultado tiene la misma cantidad de dígitos significativos que el número de partida que tenga menos dígitos significativos. En el caso del cohete, en el que había que dividir, el resultado solo debe tener dos dígitos significativos (que son los que tiene 7,0). Lo mejor que puedes decir es que el cohete viaja a 1,4 m/s, que es el número 1,428.571.429 redondeado hasta una sola cifra decimal.
- **Al sumar o restar números.** Alinea en vertical los puntos decimales; el último dígito significativo del resultado se corresponderá con la columna situada más a la derecha en la que todos los números empleados tengan dígitos significativos. Si tienes que sumar 3,6, 14 y 6,33, tendrías que escribir la respuesta con el número entero que más se acerque al resultado porque, como el 14 no tiene cifras significativas después del punto decimal, la respuesta tampoco debe tenerlas. Echa una ojeada para ver a qué me refiero:

```
  3,6
 14
+6,33
------
 23,93
```

  La respuesta redondeada hasta el número correcto de dígitos significativos es 24.



Para redondear un número hay que mirar el dígito situado a la derecha de la posición hasta la que redondeas. Si ese dígito situado a su derecha es 5 o mayor, redondea al alza. Si ese número es 4 o menos, redondea a la baja. Por ejemplo, 1,428 se redondea al alza y da 1,43; pero 1,42 se redondea a la baja y da 1,4.

Cómo estimar la exactitud

Los físicos no siempre recurrimos a los dígitos significativos para registrar medidas. A veces te encontrarás medidas con el signo más-menos para indicar posibles errores de medición, como en el

siguiente caso:

$$5{,}36 \pm 0{,}05 \text{ m}$$

La parte que lleva el signo ± (0,5 m en el ejemplo anterior) es la estimación del posible error en la medida, así que nos están diciendo que el valor real se sitúa entre 5,36 + 0,05 (que es 5,41) m, y 5,36 – 0,05 (es decir, 5,31) m, ambos incluidos. Cuidado porque el posible error no radica en cuánto se aparta esa medida de la respuesta correcta, sino que indica la precisión del aparato empleado para efectuar esa medición; en otras palabras, indica la fiabilidad del resultado como medición.

Ármate del álgebra básica

La física conlleva un montón de ecuaciones y para poder manejarlas bien debes saber cómo mover las variables dentro de ellas. Fíjate que el álgebra no solo sirve para introducir números y hallar valores de distintas variables, sino que también te permite reorganizar las ecuaciones para realizar sustituciones en otras ecuaciones, las cuales, a su vez, pondrán de manifiesto conceptos físicos distintos. Si eres capaz de seguir la deducción de una fórmula en un libro de física, entenderás mejor por qué el mundo funciona tal como lo hace. ¡Esto es realmente importante! Ha llegado la hora de regresar al álgebra básica para refrescar la memoria.

Debes ser capaz de despejar distintas variables. Por ejemplo, la siguiente ecuación expresa la distancia, *s*, que recorre un objeto que parte de un estado de reposo y acelera a una tasa *a* durante un tiempo *t*:

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

Supongamos ahora que en realidad el problema te da el tiempo que permanece el objeto en movimiento y la distancia que recorre, pero te pide que calcules la aceleración del objeto. La reordenación algebraica de la ecuación anterior te permitirá despejar la aceleración:

$$a = \frac{2s}{t^2}$$

En este caso has multiplicado por dos ambos miembros de la ecuación y los has dividido entre t^2 para dejar despejada la aceleración, *a*, en un lado de la igualdad.

¿Y si tuvieras que hallar el tiempo, *t*? Desplazando el número y las variables, se obtiene la siguiente ecuación:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

¿Hay que memorizar estas tres variantes de la misma ecuación? Desde luego que no. Basta con

recordar una ecuación que relacione esos tres elementos (distancia, aceleración y tiempo) y después reordenarla según convenga en cada caso despejar una variable u otra.

Un poco de trigonometría

Debes saber algo de trigonometría, sobre todo las funciones seno, coseno y tangente, para resolver problemas de física. Para hallar esos valores, parte de un sencillo triángulo rectángulo. Echa una

ojeada a la figura 2-1 en la que encontrarás un triángulo rectángulo espléndido para seguir la explicación. Fíjate sobre todo en el ángulo θ, situado entre uno de los catetos y la hipotenusa (la hipotenusa es el lado más largo, opuesto al ángulo recto). El lado y es opuesto a θ, y el lado x es adyacente a θ.

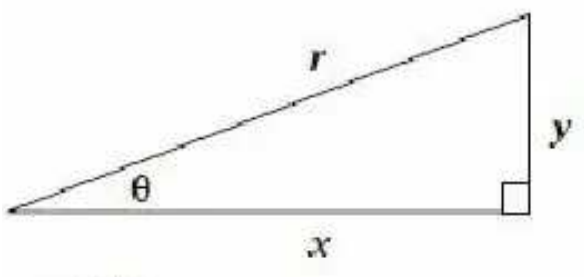


Figura 2-1.
Triángulo para hallar valores trigonométricos

Para hallar los valores trigonométricos del triángulo de la figura 2-1 hay que hacer divisiones de un lado entre otro (en diferentes combinaciones). He aquí la definición de seno, coseno y tangente:



- ✔ $\text{sen}\theta = \frac{y}{r}$
- ✔ $\cos\theta = \frac{x}{r}$
- ✔ $\tan\theta = \frac{y}{x}$

Si te dan el valor de un ángulo y un lado del triángulo, puedes calcular la longitud de los demás lados. Estas son otras formas de relaciones trigonométricas con las que sin duda te sentirás cómodamente familiarizado al acabar cualquier curso de física. Pero no tienes por qué memorizarlas. Si conoces las ecuaciones anteriores para seno, coseno y tangente, a partir de ellas deducirás estas

Si conoces las ecuaciones anteriores para seno, coseno y tangente, a partir de ellas deducirás estas

otras según las vayas necesitando:

- ✔ $x = r\cos\theta = \dfrac{y}{\tan\theta}$
- ✔ $y = r\,\text{sen}\theta = x\tan\theta$
- ✔ $r = \dfrac{y}{\text{sen}\theta} = \dfrac{x}{\cos\theta}$

Para hallar el ángulo θ puedes proceder al revés con el arcoseno, el arcocoseno y la arcotangente, que en este libro se escriben como sen^{-1}, $\cos^{-1}$ y $\tan^{-1}$. Básicamente, si introduces el seno de un ángulo en la fórmula del sen^{-1}, obtienes el valor del ángulo en sí. He aquí las funciones trigonométricas inversas para el triángulo de la figura 2-1:

- ✔ $\text{sen}^{-1}\left(\dfrac{y}{r}\right) = \theta$
- ✔ $\cos^{-1}\left(\dfrac{x}{r}\right) = \theta$
- ✔ $\tan^{-1}\left(\dfrac{y}{x}\right) = \theta$

El mundo se expresa mediante ecuaciones

Tras enseñar física a universitarios durante muchos años, soy muy consciente de uno de los mayores problemas a los que se enfrentan: sentirse perdidos e intimidados por las matemáticas.

Sé un genio: no te centres en las matemáticas

Richard Feynman fue un científico famoso, que recibió el Premio Nobel de Física, muy conocido entre las décadas de 1950 y 1960 por su portentosa genialidad. Más tarde explicó su método: relacionaba el problema que tenía entre manos con una situación de la vida real y se hacía una imagen mental, mientras que otros se quedaban atascados en las matemáticas. Así, por ejemplo, cuando alguien le enseñaba una larga deducción matemática que salía mal, él pensaba en alguno de los fenómenos físicos que la deducción debía explicar. Procediendo de ese modo llegaba un momento en que las fórmulas dejaban de encajar con lo que sucedía en el mundo

llegaba un momento en que las fórmulas dejaban de encajar con lo que sucedía en el mundo real; entonces señalaba dónde estaba el problema. Siempre daba en el clavo y desconcertaba a los demás, que, impresionados, lo tenían por un supergenio. ¿Quieres ser un supergenio? Haz lo mismo: no te dejes intimidar por las matemáticas.



Ten siempre presente que el mundo real va antes, y las matemáticas vienen después. Cuando te enfrentes a un problema de física, asegúrate de que no te pierdes en los entresijos matemáticos. Conserva una idea general de lo que sucede en el problema, porque eso te ayudará a mantener el control.

En física son importantes las ideas y las observaciones del mundo físico. En realidad, las operaciones matemáticas no son más que un lenguaje simplificado para describir con exactitud lo que está sucediendo. Por ejemplo, he aquí una ecuación sencilla para la velocidad:

$$v = \frac{s}{t}$$

En esta ecuación, *v* es la velocidad, *s* es la distancia y *t* es el tiempo. Puedes analizar los términos de esta ecuación para comprobar que engloba simples conceptos de sentido común sobre la velocidad. Imagina que recorres una distancia mayor en el mismo tiempo. En ese caso, la parte derecha de la ecuación debe ser más grande, lo que significa que tu velocidad, en la parte izquierda, también es mayor. Si recorres igual distancia pero tardas más tiempo, entonces la parte derecha de esta ecuación se vuelve menor, lo que implica que tu velocidad es más baja. La relación entre los distintos elementos tiene sentido.

Puedes aplicar la misma lógica a todas las ecuaciones que te encuentres para asegurarte de que tienen sentido en el mundo real. Si ves que la ecuación no tiene sentido físico, entonces sabrás que algo tiene que estar mal en ella.

En resumen: en física, las matemáticas son buenas amigas. No debes perderte en ellas, sino usarlas para formular el problema y para guiarte mejor hacia su resolución. Cada una de esas operaciones matemáticas es muy simple por sí sola, pero al juntarlas todas, se vuelven muy poderosas.

Capítulo 3

La necesidad de la velocidad

En este capítulo

- Te aclararás con el desplazamiento
- Diseccionarás distintos tipos de velocidad
- Te dejarás llevar por la aceleración
- Examinarás la relación entre aceleración, tiempo y desplazamiento
- Relacionarás la velocidad, la aceleración y el desplazamiento

Ahí estás tú dentro de tu monoplaza de Fórmula 1, acelerando hacia la gloria. Vas a la velocidad que necesitas, y los postes silban a tu paso. Tienes la seguridad de que puedes ganar y, cuando entras en la última vuelta, llevas mucha ventaja; o eso crees tú, pero parece que otro piloto también está haciendo un gran esfuerzo, porque vislumbras un destello plateado en el retrovisor. Miras mejor y compruebas que debes hacer algo porque el ganador del año pasado está alcanzándote por momentos.

Menos mal que lo sabes todo sobre velocidad y aceleración. Esos conocimientos te permiten saber con exactitud qué hacer: pisas a fondo el pedal del gas y aceleras sin problemas. Tu conocimiento de la velocidad te permite afrontar la última curva con facilidad. La bandera de cuadros se desdibuja cuando pasas la línea de meta en un tiempo récord. No está mal. Puedes dar las gracias a lo que aprendiste en este capítulo sobre desplazamiento, velocidad y aceleración.

Seguro que ya te haces una idea de lo que trata este capítulo. El desplazamiento guarda relación con el lugar donde te encuentras; la velocidad trata sobre lo rápido que vas y cualquiera que haya montado alguna vez en un coche sabe algo sobre aceleración. Con estas características del movimiento convive todo el mundo todos los días; lo que hace la física es estudiarlas de manera sistemática. Los conocimientos que se derivan de ese estudio han simplificado la planificación de carreteras, la construcción de naves espaciales, la organización del tráfico, la posibilidad de volar, el seguimiento de los movimientos planetarios, el pronóstico meteorológico y hasta la irritación de verse en medio de un atasco. Entender el movimiento es crucial para comprender la física y ese es el tema de este capítulo. Ha llegado el momento de avanzar.

Se hace camino al andar

Cuando algo se mueve desde el punto A hasta el punto B, se produce un desplazamiento tal como lo entiende la física. Dicho llanamente, el *desplazamiento* es una distancia recorrida en una dirección determinada.



Al igual que cualquier otra medida en física (excepto algunos ángulos), el desplazamiento siempre tiene unidades, por lo común centímetros o metros, pero también pueden usarse kilómetros, pulgadas, pies, millas o incluso años-luz (la distancia que recorre la luz en un año, una distancia inmensa que no puede medirse con una regla de un metro porque equivale a 9.460.800.000.000 km, es decir, 9.460.800.000.000.000 m).

En este apartado trataré la posición y el desplazamiento en espacios de una, dos o tres dimensiones.

Qué son el desplazamiento y la posición

Tendrás el desplazamiento si calculas la distancia recorrida desde la posición inicial del objeto hasta su posición final. Imagina que tienes una pelota de golf propensa a rodar sin parar, por ejemplo la de la figura 3-1. Como a esa pelota de golf le gusta rodar sobre una larga regla, la colocas en la posición 0 de la regla, tal como se ve en el diagrama A.

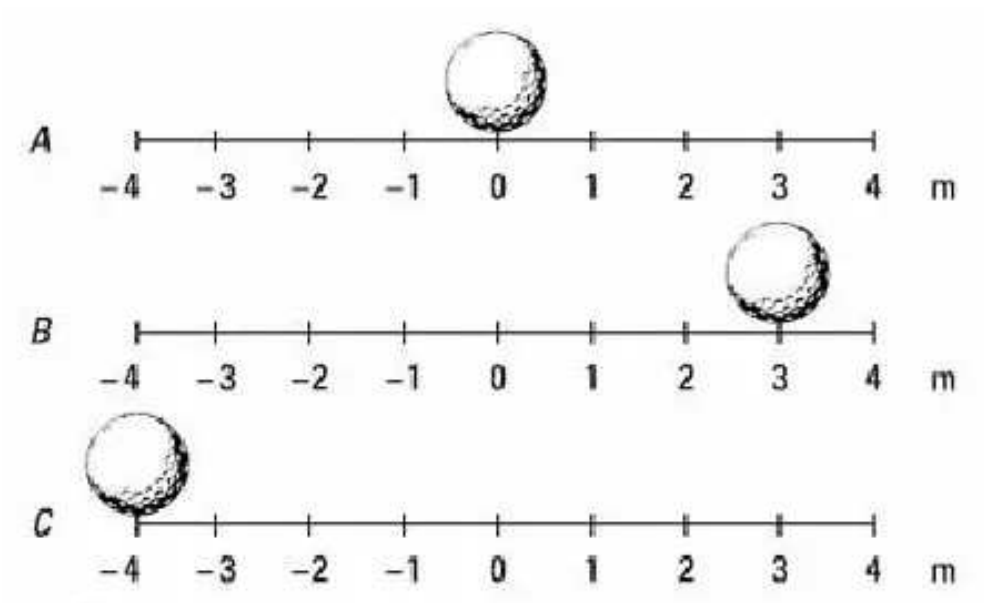


Figura 3-1.
Estudio del desplazamiento con una pelota de golf

La pelota rueda hasta otro lugar situado 3 m hacia la derecha, tal como se ve en el diagrama B de la figura 3-1. La pelota se ha movido, así que se ha producido un desplazamiento. En este caso, el desplazamiento solo ha sido de 3 m hacia la derecha. La posición inicial se hallaba en 0 m, y la

posición final se sitúa en +3 m. Así que el desplazamiento es de 3 m.



Por lo general, en términos físicos te encontrarás el desplazamiento expresado mediante la variable s (no me preguntes por qué).

Como los científicos son como son, les gusta conocer los detalles. Así que a menudo verás que el término s describe la *posición inicial* (la *i* alude a *inicial*); y también puedes encontrarte con el término s_f^i para describir la *posición final*.

Usando estos términos, y pasando del diagrama A al diagrama B de la figura 3-1, vemos que s_i se halla en la marca de 0 m y que s_f se encuentra en la marca de +3 m. El desplazamiento s equivale a la posición final menos la posición inicial:

$$s = s_f - s_i$$
$$= 3\text{ m} - 0\text{ m} = 3\text{ m}$$



Los desplazamientos no tienen por qué ser positivos; también pueden ser nulos (iguales a cero) o tener un valor negativo. Si la dirección positiva crece hacia la derecha, entonces un desplazamiento negativo implicaría que el objeto se ha movido hacia la izquierda.

En el diagrama C, la pelota de golf inicialmente en reposo se ha movido hasta otro lugar medido como –4 metros sobre la regla. El desplazamiento resulta de la diferencia entre la posición inicial y la final. Si quieres conocer el desplazamiento que ha experimentado la pelota desde su posición inicial en el diagrama B, tienes que considerar que la posición inicial de la pelota es $s_i = 3$ metros, así que el desplazamiento se halla mediante

$$s = s_f - s_i$$
$$= -4\text{ m} - 3\text{ m} = -7\text{ m}$$



Al trabajar con problemas de física puedes optar por situar el origen del sistema de medida en la

posición donde estimes conveniente. La medición de la posición de un objeto depende de dónde

sitúes el origen; sin embargo, el desplazamiento desde una posición inicial s_i hasta una posición final s_f no tendrá nada que ver con el lugar donde se encuentre el origen, porque el desplazamiento depende únicamente de la *diferencia* entre ambas posiciones, no del valor de las posiciones en sí.

Revisión de ejes

Los movimientos no siempre ocurren en una sola dimensión. El movimiento se puede producir

también en dos o tres dimensiones. Para estudiar el movimiento en dos dimensiones, necesitas la intersección de dos líneas graduadas, denominadas *ejes*. Tendrás un eje horizontal (el eje *X*) y un eje vertical (el eje *Y*). (Con problemas de tres dimensiones busca un tercer eje, el eje *Z*, que se elevaría verticalmente desde el papel).

Cómo hallar la distancia

Echa una ojeada a la figura 3-2, que representa el desplazamiento en dos dimensiones de una pelota de golf. La pelota parte del centro de la gráfica y avanza hacia arriba a la derecha. Con relación a los ejes, la pelota de golf se desplaza +4 m sobre el eje X y +3 m sobre el eje Y, lo que se representa

como el punto (4, 3); el valor x se pone en primer lugar, el valor de y después y entre ambos se escribe una coma: (x, y).

Pero ¿qué significa eso en términos de desplazamiento? La variación en la posición x, Δx (Δ, la letra griega delta, representa en la notación científica 'variación') es igual a la posición x final menos la posición x inicial. Si la pelota de golf parte del centro de la gráfica (el origen de la gráfica, la posición 0, 0), obtienes una variación en la posición x de

$$\Delta x = x_f - x_i$$
$$= \quad 4\text{ m} - 0\text{ m} = 4\text{ m}$$

El cambio en la posición y es

$$\Delta y = y_f - y_i$$
$$= \quad 3\text{ m} - 0\text{ m} = 3\text{ m}$$

Si lo que te interesa es evaluar la longitud (el tamaño) del desplazamiento, más que la variación de las posiciones x e y de la pelota de golf, entonces la cuestión sería: ¿Cuánto dista la pelota de golf

del punto de partida situado en el centro de la gráfica?



Usando la *fórmula de la distancia* (que no es más que la que da el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo según el teorema de Pitágoras) hallarás la *longitud del desplazamiento* de la pelota de golf, que se corresponde con la distancia que recorre desde el comienzo hasta el final. El teorema de Pitágoras afirma que la suma del cuadrado de los catetos de un triángulo rectángulo ($a^2 + b^2$) es igual al cuadrado de la hipotenusa (c^2).

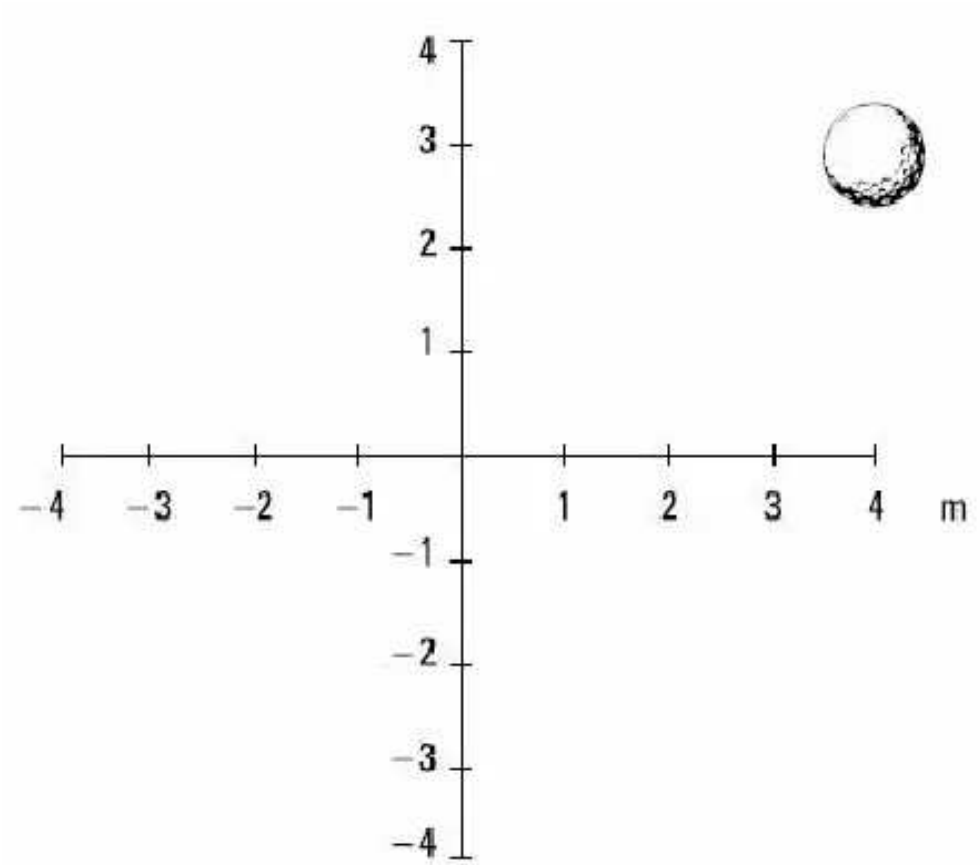


Figura 3-2.
Una pelota que se mueve en dos dimensiones

Aquí los catetos del triángulo son Δx y Δy, y la hipotenusa es s. La ecuación se usa de este modo:

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\ &= \sqrt{(4\text{ m})^2 + (3\text{ m})^2} \\ &= \sqrt{16\text{ m}^2 + 9\text{ m}^2} \\ &= \sqrt{25\text{ m}^2} \\ &= 5\text{ m} \end{aligned}$$

Así que, en este caso, la longitud del desplazamiento de la pelota asciende a 5 m.



Cómo establecer la dirección

La dirección de un objeto en movimiento se puede establecer a partir de los valores de Δx y Δy.

Como estos no son más que los catetos de un triángulo rectángulo, puedes recurrir a trigonometría básica para hallar el ángulo del desplazamiento de la pelota medido desde el eje X. La tangente de este ángulo viene dada sencillamente por

$$\tan\theta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Por tanto, el ángulo en sí no es más que la función arcotangente de eso:

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{3\text{ m}}{4\text{ m}}\right)\\ &\approx 37^\circ\end{aligned}$$

La pelota de la figura 3-2 se ha movido según un ángulo de 37° medido desde el eje X.

Respuesta rápida: ¿qué es la velocidad?

El movimiento no se describe tan solo refiriéndose al desplazamiento que ha tenido lugar. Todo desplazamiento se produce en una cantidad de tiempo determinada. Quizá ya sepas que la velocidad es la distancia recorrida en un período concreto de tiempo:

$$\text{velocidad} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}$$

Por ejemplo, si recorres la distancia s en un tiempo t, la velocidad v será:

$$v = \frac{s}{t}$$



La variable v representa la velocidad, pero la velocidad auténtica también lleva asociada una dirección, mientras que por ahora nos estamos refiriendo tan solo a su valor numérico. Por eso la velocidad verdadera es un vector (normalmente te encontrarás el vector velocidad representado como $\mathbf{v}$ o $\vec{v}$. Los vectores tienen tanto una magnitud (módulo o tamaño) como una dirección, de modo que con el vector velocidad no solo sabes lo rápido que vas, sino también en qué dirección te mueves. El módulo de la velocidad tan solo da la magnitud del vector, así que lo encontrarás

representado con el símbolo *v* (sin la negrita y sin la flecha). Puedes leer algo más sobre la velocidad y el desplazamiento como vectores en el capítulo 4.



Igual que puedes medir el desplazamiento, también puedes medir la diferencia de tiempo desde el comienzo hasta el final del movimiento; lo más habitual es expresarlo de este modo: $\Delta t = t_f - t_i$. En rigor (a los científicos les gusta expresarse con rigor) la velocidad es el cambio de la posición (desplazamiento) dividido entre la variación del tiempo, de modo que también se puede representar así, si por ejemplo te mueves a lo largo del eje X:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

La velocidad puede adoptar muchas formas, tal como descubrirás en los siguientes apartados.

Lectura del velocímetro: velocidad instantánea

En realidad ya tenías una idea de lo que es la velocidad: es lo que mide el velocímetro del coche, ¿a que sí? Cuando conduces, lo único que tienes que hacer para saber a qué velocidad vas es mirar el velocímetro. Esto es lo que marca en este instante: 120 km/h. Mmmm, quizá sea mejor que reduzcas un poco. Ahora indica 100 km/h. Estás viendo la velocidad que llevas en un momento concreto. En otras palabras, estás viendo la *velocidad instantánea*.



La velocidad instantánea es un concepto importante para comprender la física de la velocidad, así que consérvalo en la memoria. Si en este instante circulas a 100 km/h, ese es el módulo de la velocidad instantánea que llevas. Si aceleras hasta 120 km/h, esa será entonces la velocidad instantánea. Por tanto, la velocidad instantánea es la velocidad que llevas en un instante determinado. Dentro de dos segundos tal vez tengas una velocidad instantánea distinta.

Sé constante: la velocidad uniforme

¿Y si siguieras circulando para siempre a 100 km/h? Irías a lo que en física se denomina *velocidad uniforme* (también llamada *velocidad constante*).

El movimiento uniforme corresponde al modo más simple en el que puede cambiar la velocidad,

porque consiste justo en que la velocidad nunca cambia.

La velocidad uniforme quizá sea posible en las llanuras de La Mancha, donde las carreteras son largas rectas interminables y nada te obliga a cambiar de velocidad. También es posible mantenerla, al menos su módulo, si el movimiento se produce en círculos. Imagina que circulas por una pista de carreras: el vector velocidad cambiaría (debido al cambio constante de la dirección del vector), pero el módulo de la velocidad permanecería constante siempre que mantuvieras pisado el pedal igual todo el rato. Hablaré del movimiento circular uniforme en el capítulo 7, pero en este capítulo seguiremos con el movimiento en línea recta.

Cambio de marcha: el movimiento no uniforme

El *movimiento no uniforme* varía con el tiempo: es la clase de velocidad que se da con más frecuencia en el mundo real. Cuando conduces, por ejemplo, cambias a menudo de velocidad, y esas variaciones cobran vida en una ecuación como esta, en la que v_f es la velocidad final y v_i es la velocidad inicial:

$$\Delta v = v_f - v_i$$

La última parte de este capítulo está dedicada íntegramente a la aceleración, que es característica del movimiento no uniforme. Ahí verás qué relación hay entre la variación de la velocidad y la aceleración, y que incluso es posible acelerar ¡sin cambiar de velocidad!

Mira el cronómetro: velocidad media



La *velocidad media* es igual a la distancia total recorrida dividida entre el tiempo total invertido en ello. La velocidad media se expresa en ocasiones como , porque una raya sobre una variable significa 'promedio' en términos físicos.

Digamos, por ejemplo, que quieres chuparte el trecho de carretera que separa Córdoba de Berlín para visitar a tu tía, una distancia aproximada de 2.781 km. Si el viaje dura cuatro días, ¿a qué velocidad media fuiste? Divide la distancia total entre la diferencia de tiempo y obtendrás que viajaste a una velocidad media de:

$$\frac{2\,781\ \text{km}}{4\ \text{d}} \approx 695.3\ \text{km/d}$$

$$\frac{}{4\text{ d}} \approx 695{,}3\text{ km/d}$$

Esta solución divide los kilómetros entre los días, así que obtienes el resultado de 695,3 km/d. Pero esa no es una unidad de medida estándar. ¿Cómo se traduce eso a kilómetros por hora? Para ello hay que eliminar los días de la ecuación y convertirlos en horas (consulta el capítulo 2 si no sabes cómo hacerlo). Como un día consta de 24 horas, puedes realizar la siguiente multiplicación (fíjate en que los días se anulan entre sí y solo quedan kilómetros entre horas, cuyo símbolo es km/h).

$$\frac{2\,781\text{ km}}{4\text{ d}} \times \frac{1\text{ d}}{24\text{ h}} \approx 28{,}97\text{ km/h}$$

Esta respuesta ya está mejor.

Puedes relacionar la distancia total recorrida, s, con la velocidad media, $\bar{v}$, y el tiempo, t, de este modo:

$$s = \bar{v}t$$

Diferencias entre la velocidad media y la instantánea



La velocidad media es distinta de la velocidad instantánea, a menos que viajes con un movimiento uniforme (en cuyo caso la velocidad nunca varía). De hecho, como la velocidad media se corresponde con la distancia total dividida entre el tiempo total, puede diferir mucho de la instantánea.

Si recorres 2.781 km en cuatro días (un total de 96 horas) es porque viajaste a una velocidad media de 28,97 km/h. Parece una velocidad más bien lenta porque se suele circular bastante más rápido. Has calculado la velocidad media a lo largo de todo el viaje, y la has hallado dividiendo la distancia total entre la duración total del viaje, lo que incluye el tiempo que no has estado conduciendo. Seguramente tuviste que parar varias noches en hoteles, y mientras dormías la velocidad instantánea era 0 km/h; ¡pero incluso en esos momentos la velocidad media seguía siendo 28,97 km/h!

Diferencias entre el valor medio del módulo de la velocidad y el vector velocidad media

Hay una diferencia entre el valor medio del módulo de la velocidad y el vector velocidad media. Digamos, por ejemplo, que mientras conducías por La Mancha a la altura de Valdepeñas, durante ese viaje en el que te cruzaste media Europa, quisiste dar un rodeo para visitar a una hermana que tienes en Ciudad Real después de dejar en Puertollano a un autoestopista que quería coger el AVE. La ruta que seguiste recorría más o menos las líneas rectas de la figura 3-3, primero 80 m hasta Puertollano y después 30 km hasta Ciudad Real.

Si circulaste a una velocidad con un módulo medio o uniforme de 55 km/h (valor bajo, pero adecuado a las carreteras secundarias) y tuviste que recorrer 80 + 30 = 110 km, aquel viaje te llevó 2 horas. Pero si calculas el vector velocidad media teniendo en cuenta la distancia entre el punto de partida y el destino final, de unos 85 km, obtienes:

$$\frac{85\ \text{km}}{2\ \text{h}} \approx 43\ \text{km/h}$$

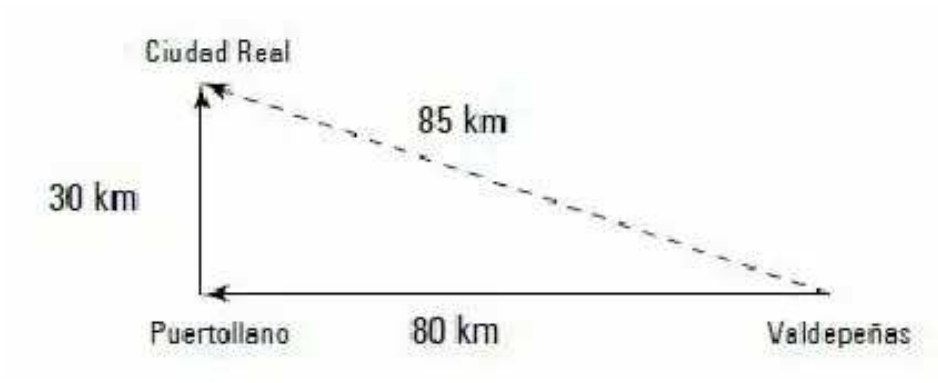


Figura 3-3.
Un viaje desde Valdepeñas hasta Ciudad Real

La dirección del vector velocidad media no es más que la dirección que va desde el punto de partida hasta el destino final. Pero si lo que te interesa es conocer el valor medio del módulo de la velocidad a lo largo de los dos catetos del viaje, tendrás que medir el tiempo invertido en recorrer cada cateto y dividir la longitud de ese cateto entre el tiempo para calcular el valor medio del módulo de la velocidad correspondiente a ese intervalo.

Para calcular el valor medio del módulo de la velocidad del viaje íntegro, tienes que tener en cuenta la distancia global recorrida, que asciende a 80 + 30 = 110 km, no solo a 85 km. Si divides 110 km entre 2 h, tendrás 55 km/h, y ese será el valor medio del módulo de la velocidad.

Otro ejemplo ilustrativo de la diferencia entre el valor medio del módulo de la velocidad y el vector velocidad media lo encontramos en el movimiento de la Tierra alrededor del Sol. La Tierra recorre su órbita alrededor del Sol con un valor medio del módulo de la velocidad enorme, de casi 30 km/s.

Sin embargo, si de lo que hablamos es de una vuelta completa del planeta, este volverá a situarse en la misma posición de partida un año después. Tras un año no habrá habido ningún desplazamiento relativo respecto del Sol, así que el vector velocidad media de la Tierra después de ese tiempo sera 0, ¡aunque el valor medio del módulo de la velocidad sea enorme!



Al hablar de movimiento no solo cuenta el módulo de la velocidad, sino también la dirección. Por eso es importante el vector velocidad, porque te permite registrar tanto el módulo como la dirección de la velocidad con los que se mueve un objeto. Emparejar el módulo con la dirección de la velocidad te permite abordar situaciones tales como un viaje muy largo, en las que la dirección

puede variar.

Písale (o reduce): la aceleración

La *aceleración* es una medida de lo rápido que cambia la velocidad. Cuando pasas por la salida de un aparcamiento y oyes un chirriar de neumáticos ya sabes qué viene después: alguien está acelerando para pasar antes que tú. Después de conseguirlo, reduce delante de ti y te obliga a pisar el freno para reducir la marcha. Menos mal que te has empapado de física.



Con tanto acelerar y reducir, quizá pienses que los términos correctos son *aceleración* y *deceleración*. Pues bien, en física no se emplearía el término deceleración porque la deceleración no es más que un tipo concreto de aceleración: ese en el que el módulo de la velocidad desciende.

Al igual que con la velocidad, la aceleración tiene muchas variantes que influyen en los cálculos de

diversas situaciones físicas. En distintos problemas de física hay que tener en cuenta la dirección de la aceleración (si la aceleración es positiva o negativa en una dirección particular), si es media o instantánea, y si es uniforme o no lo es. En este apartado encontrarás más información sobre la aceleración y sus variantes.

Definición de la aceleración



En términos físicos, la *aceleración*, *a*, es la cantidad de variación que experimenta la velocidad en un intervalo de tiempo determinado, o:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Dadas una velocidad inicial y otra final, v_i y v_f, y los tiempos inicial y final en los que cambia la velocidad, t_i y t_f, también podrías escribir la ecuación de esta manera:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

La aceleración, como la velocidad, es en realidad un vector y suele expresarse mediante **a**, al estilo de los vectores (consulta el capítulo 4). En otras palabras, la aceleración, al igual que la velocidad, tiene una dirección asociada.

Las unidades de la aceleración

La aceleración se obtiene dividiendo la velocidad entre el tiempo que se requiere para conseguir esa aceleración:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

En cuando a las magnitudes, la ecuación sería así:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{\text{distancia/tiempo}}{\text{tiempo}} = \text{distancia/tiempo}^2$$

¿Distancia por tiempo al cuadrado? No dejes que eso te desconcierte. Acabas obteniendo el tiempo al cuadrado en el denominador porque has dividido la velocidad entre el tiempo. En otras palabras, la aceleración es la tasa de variación de la velocidad, porque las tasas tienen el tiempo en el denominador. Como unidades para expresar la aceleración te encontrarás con m/s^2, cm/s^2, millas/s^2, pies/s^2 o, incluso, km/h^2.



Con algún que otro problema tal vez te resulte más fácil usar las unidades (km/h)/s (km/h/s). Esta opción resulta útil si la velocidad en cuestión tiene una magnitud de varios km/h y cambia en un intervalo de varios segundos.

Sobre la aceleración positiva y la negativa

Al igual que el desplazamiento y la velocidad, la aceleración puede ser positiva o negativa. En este apartado explico cómo se relacionan la aceleración positiva y negativa con los cambios de velocidad y de dirección.

Variación de la velocidad

El signo de la aceleración indica si vas cada vez más deprisa o cada vez más despacio (dependiendo de la dirección en la que viajes).

Por ejemplo, imagina que conduces a 75 km/h, y que de pronto ves por el retrovisor unas luces azules que se encienden y se apagan. Te arrimas al arcén y tardas 20 s en detenerte por completo. El agente se acerca a la ventanilla y te suelta: “Circulaba usted a 75 km/h en una zona limitada a 30 km/h”. ¿Qué dirías en tu defensa?

Mientras te apartas a la cuneta puedes calcular la tasa de aceleración que has aplicado, lo cual, sin duda, impresionará al agente. ¡Piensa en ti y en tu tendencia natural a respetar las normas! Sacas la calculadora y empiezas a introducir los datos. Recuerda que la aceleración se expresa como la variación de la velocidad dividida entre la variación del tiempo:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Tras introducir los números tus cálculos se parecerán a esto:

$$\begin{aligned} a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ &= \frac{75\ \text{km/h}}{20\ \text{s}} \\ &\approx 3{,}8\ (\text{km/h})/\text{s} \end{aligned}$$

La aceleración era de 3,8 (km/h)/s. ¡Pero eso no puede ser correcto! Tal vez hayas detectado ya dónde está el error; échale una ojeada a la definición original de la aceleración:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Tu velocidad final era 0 km/h y la velocidad original era 75 km/h, así que al introducir los números resulta esta aceleración:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

$$= \frac{0 - 75 \text{ km/h}}{20 \text{ s}}$$

$$\approx -3{,}8 \text{ (km/h)/s}$$

En otras palabras, –3,8 (km/h)/s, no +3,8 (km/h)/s, lo que supone una gran diferencia en la resolución de un problema de física (y ante los agentes de la autoridad). Si llevaras una aceleración de +3,8 (km/h)/s en lugar de -3,8 (km/h)/s, habrías terminado circulando a 150 km/h al cabo de los 20 s, y no a 0 km/h; y seguramente no le habría hecho ninguna gracia al agente.

Ahora que sabes la aceleración que has imprimido, ya puedes guardar la calculadora y sonreír diciendo: “Tal vez fuera un poco deprisa, señor agente, pero procuro cumplir las normas. Por eso en cuanto oí la sirena aceleré a –3,8 (km/h)/s para detenerme al instante”. El policía sacará su propia calculadora y hará un cálculo rápido antes de responder impresionado: “No está mal”. Entonces sabrás que esta vez te has librado de la multa.

¿Cuál es tu dirección?



El signo de la aceleración depende de la dirección. Si aminoras hasta detener el coche, por ejemplo, de manera que la velocidad inicial era positiva y la velocidad final ha sido 0, entonces tendrás que la aceleración habrá sido negativa, porque una velocidad positiva se redujo a 0. Sin embargo, si reduces hasta detener un coche pero la velocidad inicial era negativa y la velocidad final nula, entonces la aceleración habría sido positiva, porque una velocidad negativa aumentó hasta 0.

La aceleración positiva y negativa

Cuando oyes que hay una aceleración implicada en cualquier suceso de la vida cotidiana, normalmente piensas que el módulo de la velocidad aumenta. Sin embargo, en física no siempre es así. La aceleración puede hacer que el módulo de la velocidad aumente, que disminuya o, incluso, y que permanezca igual.

La aceleración indica la tasa de variación de la velocidad. Como la velocidad es un vector, hay que tener en cuenta sus cambios tanto de magnitud como de dirección. La aceleración puede alterar la magnitud o la dirección de la velocidad. El módulo de la velocidad no es más que la magnitud del vector.

Veamos un ejemplo simple que ilustra cómo una aceleración constante simple puede hacer que

aumente y disminuya el módulo de la velocidad mientras se mueve un objeto. Imagina que tienes una pelota, que la lanzas al aire justo hacia arriba y que la recuperas cuando cae. Si la lanzas hacia arriba con una velocidad cuyo módulo es 9,8 m/s, esa es la magnitud del vector, 9,8 m/s, cuando inicia el camino ascendente. Pero entonces la pelota experimenta el efecto de la gravedad, la cual hace que en la Tierra todos los objetos en caída libre estén sujetos a una aceleración vertical de –9,8 m/s^2. Esta aceleración es negativa porque está orientada en sentido descendente en dirección vertical.

Con esa aceleración ¿qué velocidad lleva la pelota después de un segundo? Bueno, sabes que:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Reordena esta ecuación, introduce los datos y verás que la velocidad final después de 1 s es 0 m/s:

$$\begin{aligned} v_f &= v_i + a(t_f - t_i) \\ &= 9{,}8\ \text{m/s} + (-9{,}8\ \text{m/s}^2)(1\ \text{s}) \\ &= 0\ \text{m/s} \end{aligned}$$

Después de un segundo, la pelota lleva velocidad cero porque alcanza el punto más alto de su trayectoria, justo en el punto donde empieza a caer otra vez. Así que, en realidad, la aceleración ha frenado la pelota porque iba en sentido opuesto a la velocidad.

Pero ¿qué pasa cuando la pelota cae hacia el suelo? Ahora el módulo de la velocidad de la pelota es cero, pero la aceleración debida a la gravedad acelera la pelota hacia abajo con una tasa de –9,8 m/s^2. A medida que la pelota cae, acumula velocidad antes de que tú la recojas. ¿Qué velocidad final tiene cuando la coges, si su velocidad inicial en el punto más alto de su trayectoria era 0?

El tiempo que tarda la pelota en volver a descender hasta ti es justo el mismo que ha tardado en

llegar hasta el punto más alto de su trayectoria, que es 1 s, así que puedes hallar la velocidad final de esta parte del movimiento de la pelota con el siguiente cálculo:

$$\begin{aligned} v_f &= v_i + a(t_f - t_i) \\ &= 0\ \text{m/s} + (-9{,}8\ \text{m/s}^2)(1\ \text{s}) \\ &= -9{,}8\ \text{m/s} \end{aligned}$$

De modo que la velocidad final es 9,8 m/s en una dirección recta hacia abajo. La magnitud de esta velocidad (es decir, el módulo del vector velocidad de la pelota) es de 9,8 m/s. La aceleración

incrementa la velocidad de la pelota a medida que cae porque la aceleración está orientada en la misma dirección y sentido que la velocidad en esta parte de la trayectoria de la pelota.



Cuando trabajes en problemas de física ten en cuenta que la aceleración puede imprimir rapidez o lentitud a un objeto, dependiendo de la dirección de la aceleración y de la velocidad de dicho objeto. No des por supuesto que si algo está acelerado, entonces irá cada vez más deprisa. (Por cierto, si quieres ver un caso en el que la aceleración mantiene inalterada la magnitud de la velocidad de un

objeto, echa una ojeada al tema del movimiento circular que se trata en el capítulo 7.)

Aceleración media y aceleración instantánea

Como ocurre con la velocidad, la aceleración también da lugar a dos magnitudes: la media y la instantánea. La *aceleración media* es el cociente entre la variación de la velocidad y la variqación del tiempo. La aceleración media, también escrita como ā, se calcula restando la velocidad final a la velocidad inicial y dividiendo el resultado entre el tiempo total (el tiempo final menos el tiempo inicial):

$$\bar{a} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$



La aceleración medida en cualquier instante es igual a la aceleración instantánea y esa cifra puede diferir de la aceleración media. Por ejemplo, la primera vez que ves las luces de la policía detrás de ti, tal vez pises el freno de golpe, lo que te dará una gran aceleración, en el sentido opuesto al que te estás moviendo (en el lenguaje cotidiano, dirías que has desacelerado pero ese término es inadmisible en física). Pero después te relajas un poco y circulas en punto muerto hasta detenerte, de modo que la aceleración es menor. A pesar del cambio, la aceleración media es un valor único, que procede de dividir la variación total de velocidad entre el tiempo en el que se ha producido esa variación.



La aceleración es la tasa de variación del vector velocidad, no su módulo. Si varía la dirección de la velocidad sin que cambie su módulo, también hay un tipo de aceleración.

Despega ya: pon en práctica la fórmula de la aceleración

He aquí un ejemplo de aceleración. Mientras te pones el cinturón de seguridad en en un reactor situado en la cubierta de un portaaviones, el mecánico te comenta que debes despegar a una velocidad mínima de 62 m/s. Saldrás catapultado con una aceleración de 31 m/s^2. Te preguntas si será suficiente la lanzadera para conseguirlo y preguntas por su longitud. “Cien metros”, responde el mecánico, mientras termina de sujetarte.

Te pones a pensar si bastará una aceleración de 31 m/s^2 a lo largo de una distancia de 100 m. Abres la libreta y te preguntas qué distancia tienes que recorrer sometido a una aceleración de 31 m/s^2 para alcanzar una velocidad de 62 m/s.

En primer lugar, piensa en la distancia a lo largo de la cual experimentarás esa aceleración como si se tratara del desplazamiento total desde la posición de partida. Para hallar ese desplazamiento puedes recurrir a la ecuación $s = \bar{v}t$, en la que s es la distancia, es decir, ese desplazamiento, $\bar{v}$ es la velocidad media, y t es el tiempo (lo que significa que debes hallar el tiempo durante el cual vas a estar acelerado). Para ello puedes emplear la ecuación que relaciona la variación de la velocidad, Δv, la aceleración a, y la variación del tiempo, Δt:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Si despejas Δt, obtienes:

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a}$$

Al introducir los números y resolver la ecuación hallas la variación en el tiempo:

$$\begin{aligned}\Delta t &= \frac{\Delta v}{a} \\ &= \frac{62\ \text{m/s}}{31\ \text{m/s}^2} \\ &= 2\ \text{s}\end{aligned}$$

Bien. Así que necesitarías dos segundos (2 s) para alcanzar una velocidad de 62 m/s, si tu aceleración es de 31 m/s^2. Ahora puedes usar esa ecuación para conocer la distancia total que necesitas recorrer para llegar a esa velocidad; eso se corresponde con la magnitud del desplazamiento, que viene dada por $s = \bar{v}t$, donde $\bar{v} = (1/2)(v_i + v_f)$, $v_i = 0$ m/s, y $v_f = 62$ m/s. Así que la ecuación que necesitas es

$$s = \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$$

Al introducir los datos se obtiene

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2}(v_i + v_f)t \\ &= \frac{1}{2}(0\ \text{m/s} + 62\ \text{m/s})(2\ \text{s}) \\ &= 62\ \text{m} \end{aligned}$$

De modo que recorrerás 62 m sometido a una aceleración de 31 m/s^2 antes de alcanzar la velocidad de despegue, y la lanzadera tiene 100 m de longitud. No hay problema.

Aceleración uniforme y aceleración no uniforme

La aceleración puede ser uniforme o no uniforme. La aceleración no uniforme implica una variación en la aceleración. Por ejemplo, al conducir te encuentras a menudo señales o semáforos que te obligan a detenerte, y cuando aminoras para parar y luego vuelves a ponerte en marcha, experimentas una aceleración no uniforme.

Otras aceleraciones son muy uniformes (en otras palabras, no cambian), como la aceleración debida a la gravedad cerca de la superficie de la Tierra. Esta aceleración es de 9,8 m/s^2 hacia abajo, hacia el centro de la Tierra, y no varía nunca (si lo hiciera, dejaría pasmada a mucha gente).

Relación entre la aceleración, el tiempoy el desplazamiento

Este capítulo trata sobre cuatro magnitudes del movimiento: la aceleración, la velocidad, el tiempo y el desplazamiento. Para hallar la velocidad usas la ecuación de referencia que relaciona la velocidad y el tiempo:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i}$$

Y recurres a la fórmula habitual que relaciona la velocidad con el tiempo y arroja la aceleración:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Pero cada una de esas dos ecuaciones solo establece la relación entre tres variables: la velocidad con el desplazamiento y el tiempo, y la aceleración con la velocidad y el tiempo. ¿Qué pasa si lo que hay que relacionar es la aceleración con el desplazamiento y el tiempo? Este apartado te enseña a eliminar la velocidad de la ecuación.



Cuando te enredes con el álgebra tal vez te resulte más fácil escribir las magnitudes mediante un solo símbolo, como v (para referirte a Δv) en lugar de escribir $v_f - v_i$. Podrás volver a sustituir v por $v_f - v_i$ más tarde en caso de necesidad.

Relaciones no tan distantes: cómo deducir la fórmula

La aceleración, el desplazamiento y el tiempo se relacionan enredando con las ecuaciones hasta obtener lo que quieres. En primer lugar, fíjate en que el desplazamiento es igual a la velocidad media multiplicada por el tiempo:

$$s = \bar{v}t$$

Ya tienes un punto de partida. Pero ¿cuál es la velocidad media? Si la aceleración es constante, la velocidad aumenta en línea recta desde 0 hasta su valor final, tal como ilustra la figura 3-4.

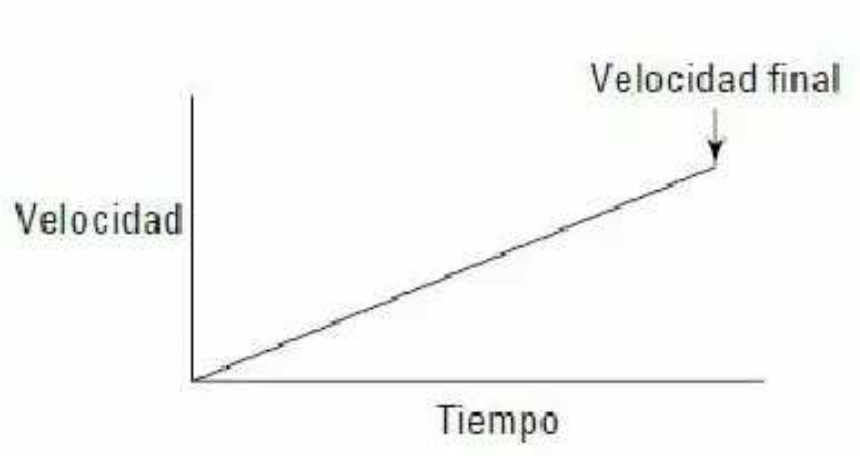


Figura 3-4.
Aumento de la velocidad con una aceleración constante

La velocidad media es la mitad de la velocidad final; eso lo sabes porque la aceleración es constante. La velocidad final es $v_f = at$, así que la velocidad media será la mitad:

$$\bar{v} = \frac{1}{2}at$$

Hasta ahora, todo perfecto. Ahora puedes introducir esa velocidad media en la ecuación $s = \bar{v}t$ y obtienes:

$$s = \bar{v}t = \left(\frac{1}{2}at\right)t$$



Y eso se convierte en:

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

También podrías escribir t_f-t_i en lugar de poner tan solo t:

$$s = \frac{1}{2}a(t_f - t_i)^2$$

¡Enhorabuena! Has deducido una de las ecuaciones más importantes para resolver problemas de física relacionados con la aceleración, el desplazamiento, el tiempo y la velocidad.

Fíjate en que antes de deducir esta ecuación, tenías una velocidad inicial de cero. ¿Y si la velocidad inicial no es cero, pero sigues queriendo relacionar la aceleración con el tiempo y el desplazamiento? ¿Y si la velocidad inicial es de 100 km/h? Entonces, la velocidad inicial se sumará a la distancia final que recorras. Como la distancia es igual a la velocidad multiplicada por el tiempo, la ecuación se queda así (no olvides que la aceleración es constante):

$$s = v_i(t_f - t_i) + \frac{1}{2}a(t_f - t_i)^2$$



Esto también lo encontrarás escrito de una manera simplificada así (donde t representa Δt, el tiempo durante el cual se produjo la aceleración):

$$s = v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

Cómo calcular la aceleración y la distancia

Cómo calcular la aceleración y la distancia

Con la fórmula que relaciona la distancia, la aceleración y el tiempo puedes hallar cualquiera de esos valores siempre que conozcas los otros dos. Si además cuentas con una velocidad inicial, calcular la distancia o la aceleración no plantea ninguna dificultad. En este apartado resuelvo varios problemas de física para ilustrar cómo funcionan esas fórmulas.

Cómo hallar la aceleración

Si tienes una distancia y un tiempo, puedes hallar la aceleración. Imagina que te haces piloto de carreras de un cuarto de milla para estudiar la aceleración que llevas por la pista. Tras una carrera de prueba, conoces la distancia que recorriste (402 m, que equivalen a la magnitud del desplazamiento) y sabes el tiempo que tardaste (5,5 s). Entonces, ¿qué aceleración llevabas mientras volabas por la pista?

Bueno, ya sabes cómo relacionar el desplazamiento, la aceleración y el tiempo (consulta el apartado anterior si no lo tienes claro), y eso es lo que buscas. Para relacionar los valores que conoces con el que quieres conocer solo tienes que aplicar un poco de álgebra; en este caso tienes:

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

(¡No olvides que en este caso la velocidad inicial es cero porque en las carreras de aceleración no te permiten efectuar la salida estando ya en marcha!) Aplicando algo de álgebra podrás reorganizar esa ecuación para despejar la aceleración; basta con dividir ambos lados de la ecuación entre t^2 y luego multiplicar por 2; obtendrás:

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

Excelente. Si introduces los números obtienes lo siguiente:

$$\begin{aligned} a &= \frac{2s}{t^2} \\ &= \frac{2(402\ \text{m})}{(5.5\ \text{s})^2} \\ &= \frac{804\ \text{m}}{30.25\ \text{s}^2} \\ &\approx 27\ \text{m/s}^2 \end{aligned}$$

Vale. La aceleración equivale aproximadamente a 27 m/s^2. ¿Qué significa eso en términos más comprensibles? Si la aceleración debida a la gravedad, g, es de 9,8 m/s^2, la que acabas de calcular viene a ser 2,7 veces la de la gravedad, de modo que habrás sentido un tirón hacia atrás en el asiento con una fuerza unas 2,7 veces mayor que tu propio peso.

Cómo calcular el tiempo y la distancia

Si conoces la aceleración constante y la variación de la velocidad, puedes calcular tanto el tiempo como la distancia. Por ejemplo, imagina que sigues ejerciendo como piloto de un coche de carreras. La aceleración es de 26,6 m/s^2 y la velocidad final es de 146,3 m/s. Calcula la distancia total recorrida. Lo tienes, ¿no? "Aún no", respondes con una seguridad extrema. "Espera que saque la calculadora."

Conoces la aceleración y la velocidad final, y quieres hallar la distancia total necesaria para alcanzar esa velocidad. Este problema parece desconcertante porque en las ecuaciones que figuran en este capítulo siempre, hasta ahora, aparecía la variable tiempo. Pero si no la tienes y la necesitas, puedes calcularla. Conoces la velocidad final, v_f, y la velocidad inicial, v_i (que es cero), y sabes la aceleración, a. Como $v_f - v_i = at$, sabes que:

$$t = \frac{v_f - v_i}{a}$$
$$= \frac{146.3\ \text{m/s} - 0\ \text{m/s}}{26.6\ \text{m/s}^2}$$
$$= 5.50\ \text{s}$$

Ahora ya conoces el tiempo, pero aún necesitas hallar la distancia y para eso puedes proceder así:

$$s = v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

El primer término del lado derecho desaparece porque $v_i = 0$, así que lo único que te resta por hacer es introducir los números:

$$s = \frac{1}{2}at^2$$
$$= \frac{1}{2}(26.6\ \text{m/s}^2)(5.50\ \text{s})^2$$
$$\approx 402\ \text{m}$$

En otras palabras, la distancia total recorrida es de 402 m. Tiene que tratarse de una carrera de un cuarto de milla.

Cómo hallar la distancia cuando hay una velocidad inicial

Si conoces la velocidad inicial, el tiempo y la aceleración, puedes calcular el desplazamiento. He aquí un ejemplo: mírate, eres el ganador del Tour de Francia y estás a punto de ofrecer una exhibición de tus dotes ciclistas. Vas a correr una contrarreloj de 8 s. Tu velocidad inicial es de 6 m/s, y cuando suena el silbato aceleras a 2 m/s^2 durante los 8 s que te dan de tiempo. ¿Qué distancia

habrás recorrido al final de la prueba?

Podrías usar la relación $s = (1/2)at^2$, pero resulta que no partías de una velocidad nula, ya te estabas moviendo, así que tendrías que emplear lo siguiente:

$$s = v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

En este caso, $a = 2$ m/s^2, $t = 8$ s, y $v_i = 6$ m/s, de modo que obtienes lo siguiente:

$$\begin{aligned} s &= v_i t + \frac{1}{2}at^2 \\ &= (6\ \text{m/s})(8\ \text{s}) + \frac{1}{2}(2\ \text{m/s}^2)(8\ \text{s})^2 \\ &= 48\ \text{m} + \frac{1}{2}(128\ \text{m}) \\ &\approx 110\ \text{m} \end{aligned}$$

Escribirás la respuesta con dos dígitos significativos (110 m), puesto que conoces el tiempo hasta solo dos dígitos significativos (mira el capítulo 2 para consultar cómo redondear resultados). En otras palabras, ruedas hasta la victoria recorriendo unos 110 m en 8 s. La multitud te aclama.

Cómo vincular la velocidad, la aceleración y el desplazamiento

Digamos que quieres relacionar el desplazamiento, la aceleración y la velocidad sin necesidad de saber el tiempo. Aquí ves cómo hacerlo. En primer lugar, despejas el tiempo en la fórmula de la aceleración:

$$t = \frac{v_f - v_i}{a}$$

Como el desplazamiento es $s = \bar{v}t$ y la velocidad media es $\bar{v} = (1/2)\ (v_i + v_f)$ cuando la aceleración es constante, puedes deducir la siguiente ecuación:

$$s = \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$$

Al sustituir el tiempo t obtienes:

$$s = \frac{1}{2}(v_i + v_f)\left(\frac{v_f - v_i}{a}\right)$$

Después de aplicar el álgebra y simplificar, deduces:

$$s = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$$



Al pasar $2a$ al otro lado de la ecuación, obtienes una ecuación importante sobre el movimiento:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2as$$

¡Vaya! Si eres capaz de memorizar esta fórmula, podrás relacionar la velocidad, la aceleración y el desplazamiento. Utiliza esta ecuación, la encontrarás a menudo en problemas de física.

Cómo hallar la aceleración

Ahí estás tú, poniéndote al volante de tu bólido de la escudería Física mientras la multitud te aclama. Ha llegado el momento de experimentar una aceleración considerable. Sacas la libreta. ¿Qué aceleración necesitarías para alcanzar los 100 km/h habiendo recorrido una pista cuya longitud total es de 1 km?

Bueno, piensas. Necesitas una ecuación que relacione la velocidad, la aceleración y el desplazamiento. Es el momento de recurrir a:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2as$$

En este caso, hasta resulta algo más fácil porque sabes que la velocidad inicial es 0 ($v_i = 0$), así que tienes

$$v_f^2 = 2as$$

Vale, vale, parece un problema medio resuelto. Al introducir los números obtienes

$$(100 \text{ km/h})^2 = 2a(1 \text{ km})$$

Ahora despeja a:

$$a = \frac{(100\ \text{km/h})^2}{2(1\ \text{km})}$$
$$= 5000\ \text{km/h}^2$$

El resultado está en kilómetros por hora al cuadrado; pero ¿qué clase de unidad es esa? Pásala a algo más comprensible, como kilómetros por hora por segundo. Para traducir de unidades por hora a unidades por segundo, multiplica por el factor de conversión (consulta el capítulo 2):

$$a = \frac{5000\ \text{km}}{1\ \text{h}^2}$$
$$= \frac{5000\ \text{km}}{1\ \text{h} \times 1\ \cancel{\text{h}}} \times \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{60\ \cancel{\text{min}}} \times \frac{1\ \cancel{\text{min}}}{60\ \text{s}}$$
$$\approx 1{,}4\ \text{km/h/s}$$

De modo que solo aumentarás la velocidad 1,4 km/h cada segundo; no es tan terrible, sentirás una ligera aceleración, nada más.

Cómo hallar el desplazamiento

Imagina ahora que estás llegando al final del primer kilómetro y que quieres saber cuánto te queda aún por recorrer (con la misma aceleración) para alcanzar los 200 km/h. Otra vez tendrás que relacionar la velocidad, la aceleración y el desplazamiento, así que esta es tu ecuación:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2as$$

Como lo que quieres hallar es el valor de s, el desplazamiento, tienes esto:

$$s = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$$

Fantástico. Ahora vienen los números. En este caso $v_f = 200$ km/h, $v_i = 100$ km/h, y $a = 5.000$ km/h^2, y lo que desconoces es s. Para hallar s introduce los números en la ecuación anterior y te encuentras con

$$
\begin{aligned}
s &= \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} \\
&= \frac{(200\ \text{km/h})^2 - (100\ \text{km/h})^2}{2(5000\ \text{km/h}^2)} \\
&= \frac{40\,000\ \text{km/h}^2 - 10\,000\ \text{km/h}^2}{10\,000\ \text{km/h}^2} \\
&= 3\ \text{km}
\end{aligned}
$$

Así que recorrerás 3 km más antes de alcanzar 200 km/h.

Cómo hallar la velocidad final

En este otro ejemplo estás feliz dentro de un cohete moviéndote a una velocidad de unos 3,25 km/s cuando ves una señal que pone: zona de velocidad limitada dentro de 215 km. Nuevo límite de velocidad: 3 km/s.

Pisas el freno (que consiste en un retrocohete situado en la parte frontal de la nave). El retrocohete es capaz acelerar la nave a –10 m/s^2.

Pasas un momento de angustia. ¿Conseguirás reducir la velocidad hasta que sea inferior a 3 km/s antes de 215 km? Calcúlalo con esta fórmula que para ti ya es una vieja amiga:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2as$$

En este caso quieres hallar la velocidad final, que es

$$v_f^2 = 2as + v_i^2$$

donde $a = -10$ m/s^2, $s = 215$ km $= 215.000$ m, y $v_i = 3{,}25$ km/s $= 3.250$ m/s. Al introducir los datos y despejar la v, obtienes lo siguiente:

$$
\begin{aligned}
v_f^2 &= 2as + v_i^2 \\
v_f^2 &= 2(-10\ \text{m/s}^2)(215\,000\ \text{m}) + (3\,250\ \text{m/s})^2 \\
v_f^2 &= -4\,300\,000\ \text{m}^2/\text{s}^2 + 10\,562\,500\ \text{m/s}^2 \\
v_f^2 &= 6\,262\,500\ \text{m}^2/\text{s}^2 \\
\sqrt{v_f^2} &= \sqrt{6\,262\,500\ \text{m}^2/\text{s}^2} \\
v_f &\approx 2500\ \text{m/s} = 2{,}5\ \text{km/s}
\end{aligned}
$$

Uf, piensas, 2,5 km/s es bastante menos que el límite de velocidad de 3 km/s. No hay peligro.

Ya puedes considerarte un as del movimiento.

Capítulo 4

Sigue la flecha: el movimiento en dos dimensiones

En este capítulo

- Dominarás la suma y la resta de vectores
- Traducirás los vectores a coordenadas numéricas
- Descompondrás vectores en sus componentes
- Identificarás el desplazamiento, la aceleración y la velocidad como vectores
- Completarás un ejercicio sobre gravedad

Tus movimientos no están limitados a izquierda y derecha, o delante y detrás; puedes moverte en más de una dimensión. En el mundo real necesitas saber hacia dónde te diriges y cuánta distancia vas a recorrer. Por ejemplo, cuando una persona te señala una dirección, tiene que decirte algo como: "La pandilla recorrió 24 km hacia allá". Si ayudas a alguien a colgar una puerta, tal vez te diga: "¡Empuja fuerte hacia la izquierda!". Y si das un volantazo para evitar chocar contra algo, estás acelerando en otra dirección. Todas estas afirmaciones implican vectores.

Un *vector* es una cantidad que tiene un tamaño (o magnitud) y una dirección. Como los físicos elaboran modelos de la vida cotidiana, hay muchísimos conceptos físicos que también son vectores, como la velocidad, la aceleración y la fuerza. Por eso te conviene acercarte a los vectores, ya que te los encontrarás en cualquier curso de física que sigas. Los vectores son fundamentales.

Mucha gente que ha tenido que pelearse con los vectores llega a la conclusión de que no le gustan, lo cual es un error porque los vectores son fáciles una vez que te haces con ellos; y tu lo harás en este capítulo. Verás cómo se descomponen los vectores de arriba abajo y aprenderás a relacionar las características del movimiento (el desplazamiento, la velocidad y la aceleración) con el concepto de vectores. Aquí encontrarás pelotas que vuelan por el aire y que ruedan por precipicios, carreras de jugadores de béisbol para apuntarse tantos y un gran atajo para llegar en el parque al banco más próximo. Sigue leyendo.

Cómo visualizar vectores

En una sola dimensión, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración son o bien positivos, o bien negativos (consulta el capítulo 3). Por ejemplo, serán negativos si van hacia la izquierda y positivos si lo hacen hacia la derecha. El tamaño del desplazamiento, la velocidad o la aceleración lo expresa su valor absoluto (con independencia del signo) del número que lo representa (es lo que se denomina la *magnitud*). Mientras que el signo del número indica la dirección (izquierda o derecha).

Pero ¿qué haces si tienes más de una dimensión? Si el objeto se puede mover arriba y abajo, además de a izquierda y derecha, entonces ya no puedes usar un solo número para representar el

desplazamiento, la velocidad o la aceleración. Necesitas vectores. En este capítulo verás los vectores representados como flechas y sabrás qué pinta tienen las sumas y restas de vectores.

Pregunta por la dirección: la esencia de los vectores



Cuando te encuentres con un vector, deberás tener en cuenta dos cantidades: la dirección y el módulo o magnitud. Las cantidades que sólo tienen magnitud se denominan *escalares*. Si atribuyes una dirección a una magnitud escalar, creas un vector.

En textos de física te puedes encontrar los vectores representados visualmente como flechas, lo cual resulta perfecto, porque una flecha tiene tanto una dirección clara como un tamaño (la longitud de la flecha). Mira la figura 4-1. La flecha representa un vector que empieza en la base de la flecha (también llamada *origen)* y termina en la cabeza (el *extremo*).

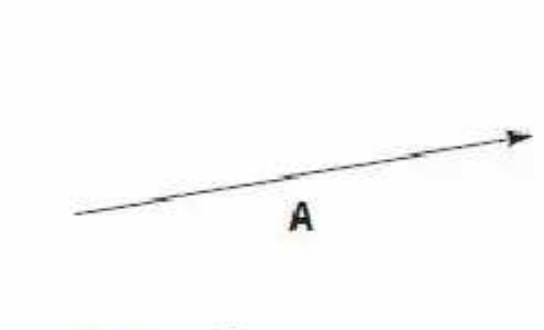


Figura 4-1.
Un vector representado mediante una flecha tiene tanto una dirección como un módulo

En los textos de física es común emplear una letra en negrita para representar un vector y ésa será la notación que verás en este libro; sin embargo, en otros manuales te encontrarás una letra con una flecha encima: $\vec{A}$. La flecha significa que no sólo se trata de un valor escalar, que se representaría mediante *A*, sino de algo que además tiene una dirección.

mediante *A*, sino de algo que además tiene una dirección.

Imagina que le cuentas a algún listillo que lo sabe todo sobre vectores. Cuando te pida que le des un

vector, **A**, no le das tan sólo el módulo, sino también la dirección, porque precisas esos dos datos para definir el vector. ¡Ya lo has dejado completamente impresionado! Por ejemplo, puedes decir que **A** es un vector a 15° sobre la horizontal con un módulo de 12 m/s. El sabelotodo tiene todos los datos que necesita conocer, incluso que **A** es un vector velocidad.

Observa la figura 4-2, donde se han representado dos vectores, **A** y **B**. Se parecen mucho entre sí: igual longitud e igual dirección. De hecho, esos dos vectores son iguales. Dos vectores son *iguales* si tienen la misma magnitud y dirección; y eso se puede expresar así **A** = **B**.

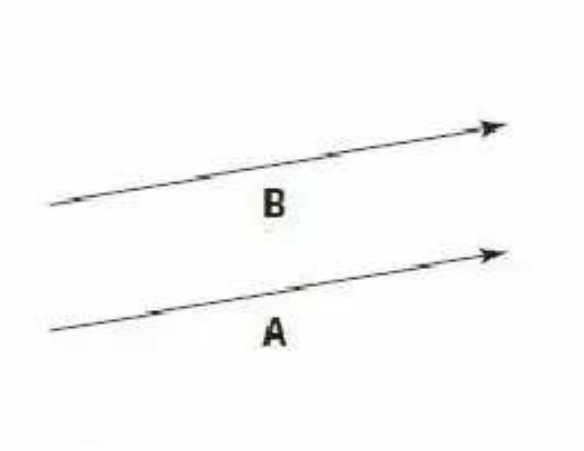


Figura 4-2.
Los vectores iguales tienen la misma longitud y dirección, pero pueden tener puntos de partida diferentes

Suma de vectores de principio a fin



Del mismo modo que puedes sumar dos números para obtener un tercero, también puedes sumar dos vectores y obtener un vector *resultante*. Para manifestar que estás sumando dos vectores, une ambas flechas de manera que una de ellas empiece donde termina la otra. La suma es una flecha nueva que comienza en la base de la primera flecha y que termina en la cabeza (el extremo con punta) de la otra. Veamos un ejemplo con vectores desplazamiento. Un *vector desplazamiento* indica el cambio de posición: la distancia desde el punto de partida hasta el punto final se corresponde con el módulo del vector desplazamiento, y la dirección seguida es la dirección del vector desplazamiento.

Imagina que un transeúnte te dice que para llegar a tu destino tienes que seguir primero el vector **A** y después el vector **B**. ¿Dónde se encuentra entonces ese destino? Resuelves este problema igual que encuentras un lugar en la vida cotidiana. En primer lugar te diriges hasta el final del vector **A** y después, desde ese punto, te diriges al final del vector **B**, tal como ilustra la figura 4-3.

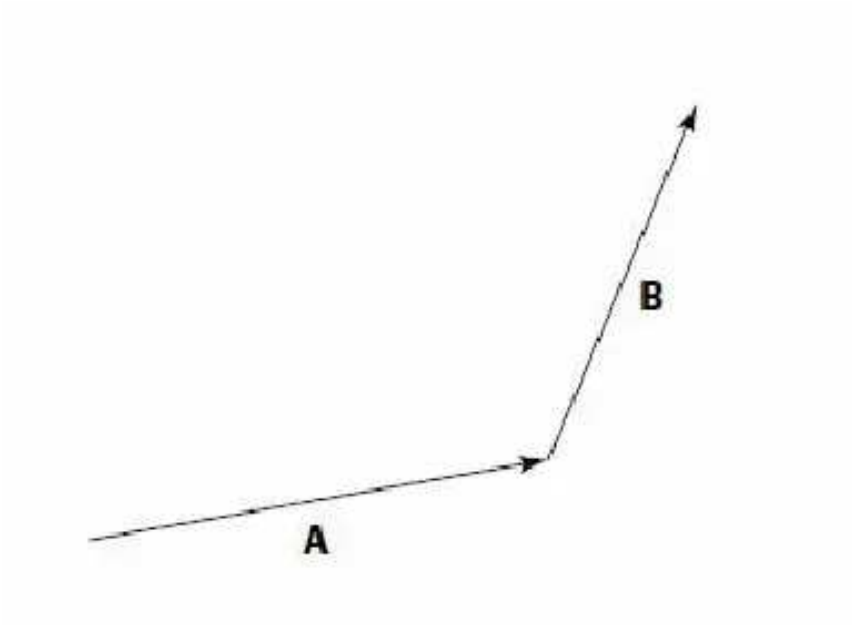


Figura 4-3.
Llegarás a tu destino si vas desde el origen de uno de los vectores hasta el extremo del otro vector

Cuando llegues al final del vector **B**, ¿a qué distancia estarás del punto del que partiste? Para hallar esto debes trazar un vector **C** que vaya desde el punto de partida (la base, o el origen, del primer vector) hasta el punto de destino (el extremo del segundo vector), tal como se ve en la figura 4-4. Este nuevo vector representa todo tu recorrido, desde el comienzo hasta el final. En otras palabras, **C** = **A** + **B**. El vector **C** es la *suma*, el *resultado*, o el *vector resultante*, se llama de las tres maneras.

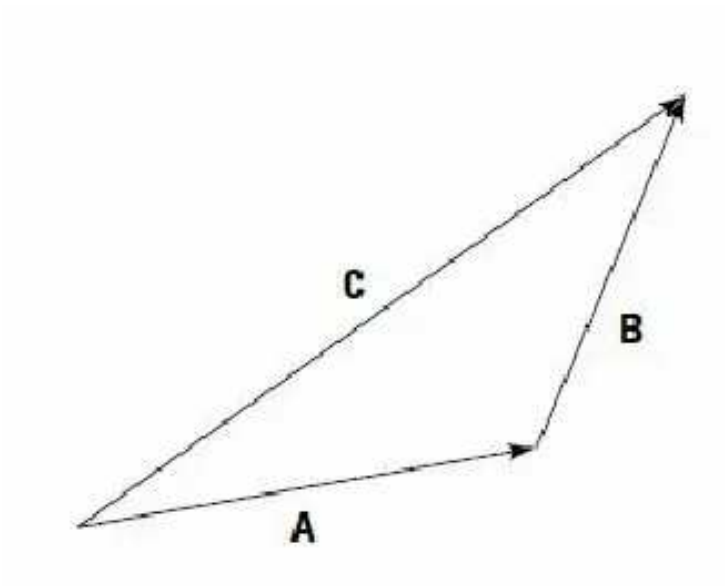


Figura 4-4.
Forma un vector nuevo como la suma de otros dos

Mano a mano con la sustracción de vectores

En los problemas de física no es frecuente encontrar restas de vectores, pero a veces aparecen. Para restar dos vectores tienes que juntar las dos bases (los extremos sin punta), y después trazar el vector

resultante, que consiste en la diferencia de los dos vectores tomada desde el extremo del vector sustraendo hasta extremo del vector minuendo.

Te ayudará a entenderlo la figura 4-5, en la que se resta **A** de **C** (en otras palabras, **C** – **A**). Como ves, el resultado es **B** porque **C** = **A** + **B**.

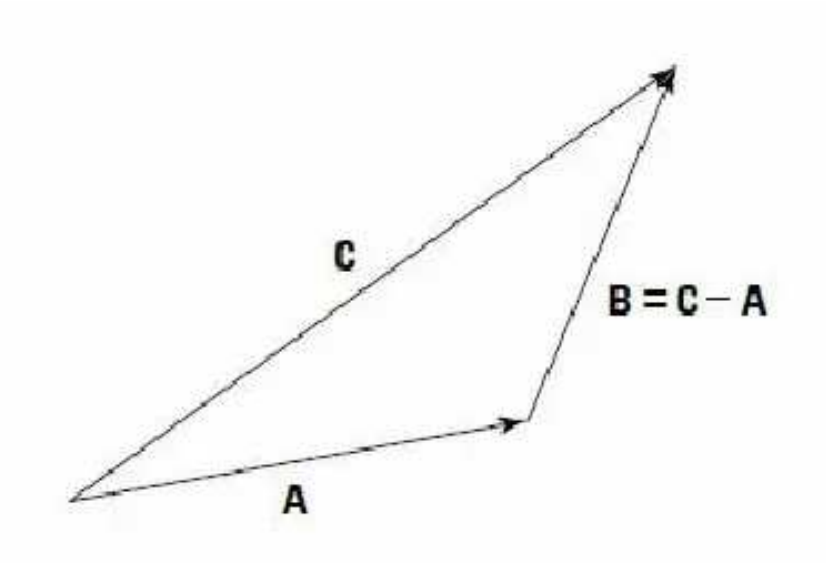


Figura 4-5.
Resta de dos vectores juntando sus bases y trazando el resultado



Otra manera (más fácil, según algunas opiniones) de restar vectores consiste en invertir la dirección del segundo vector (**A** en **C** – **A**) y aplicar la suma de vectores; es decir, partir del primer vector (**C**), poner la base del vector invertido (**A**) en la cabeza del primer vector y trazar el vector resultante.

Vectores cazados en la red

Puede que los vectores tengan buena pinta representados como flechas flotantes en el espacio, pero esa no es la manera más precisa de hacerlo. Se pueden hacer cálculos numéricos con vectores si se descomponen situando las flechas en una red: el plano coordenado. El plano de coordenadas permite trabajar con vectores utilizando las coordenadas (*x, y*) y el álgebra.

Suma de vectores mediante suma de coordenadas

En este apartado verás cómo usar las componentes de vectores para sumar vectores entre sí. Eso reduce el problema de la adición de vectores a una combinación simple de números sumados entre sí, lo cual resulta muy útil a la hora de resolver problemas. Echa una ojeada al problema de la suma de vectores **A** + **B** de la figura 4-6. Ahora que tienes los vectores representados en una gráfica, verás

lo fácil que es en realidad la suma de vectores. Si las medidas de la figura 4-6 estuvieran expresadas en metros, significarían que el vector **A** mide 5 m hacia la derecha y 1 m hacia arriba, y que el vector

B mide 1 m hacia la derecha y 4 m hacia arriba. Para sumarlos entre sí y hallar el vector resultante, el vector **C**, suma las partes horizontales por un lado y las partes verticales por otro.

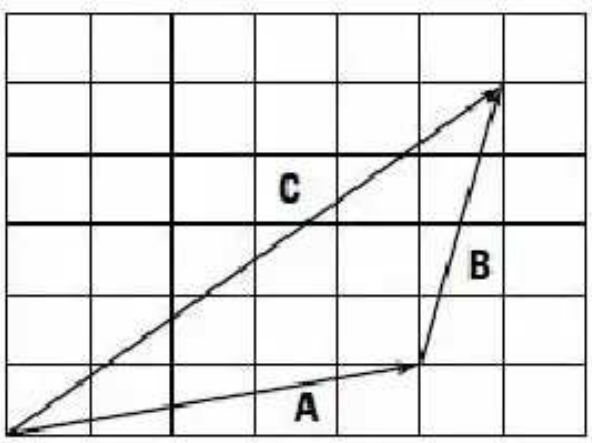


Figura 4-6.
Usa las coordenadas de los vectores para manejarte con ellos con facilidad

El vector resultante **C** mide 6 m hacia la derecha y 5 m hacia arriba. Observa su aspecto en la figura 4-6: para hallar la parte horizontal de la adición, suma la parte horizontal de **A** (5 m) a la parte horizontal de **B** (1 m). Para hallar la parte vertical de la adición, **C**, bastará con sumar la parte vertical de **A** (1 m) a la parte vertical de **B** (4 m).



Si la suma de vectores aún te resulta enrevesada, puedes usar una notación que se inventó para facilitar los vectores a los físicos y a los lectores de la colección *Para Dummies*. Como **A** mide 5 m hacia la derecha (la dirección positiva del eje X) y 1 m hacia arriba (la dirección positiva del eje Y), puedes expresarlo con las coordenadas (*x*, *y*) de este modo:

$$\mathbf{A} = (5, 1)$$

Y, como **B** tiene 1 m hacia la derecha y 4 m hacia arriba, puedes expresarlo con las coordenadas (*x*, *y*) de esta manera:

$$\mathbf{B} = (1, 4)$$

Tener una notación es fantástico, porque vuelve trivial la suma de vectores. Para sumar dos vectores entre sí, basta con sumar sus coordenadas *x* e *y* para obtener las coordenadas *x* e *y* del resultado:

$$\mathbf{A}\ (5, 1) + \mathbf{B}\ (1, 4) = \mathbf{C}\ (6, 5)$$

$$A\,(3,\ 1) + B\,(1,\ 4) = C\,(6,\ 5)$$



El único secreto para sumar vectores consiste en descomponer cada vector en sus partes *x* e *y* y después sumarlas por separado para obtener las partes *x* e *y* del vector resultante. Así de simple. De esta manera puedes volverte tan numérico como quieras, porque simplemente estás sumando o restando números. La obtención de esas coordenadas *x* e *y* puede suponer algún esfuerzo, pero es un paso necesario. Y, una vez que las tienes, ya has ganado.

Este es un ejemplo del mundo real: imagina que estás buscando un hotel situado 20 km hacia el norte y, a continuación, 20 km hacia el este. ¿Cuál es el vector que apunta hacia el hotel desde el lugar del que tú partes? Si tienes en cuenta los datos de las coordenadas, es un problema sencillo. Digamos que la dirección este se halla sobre la parte positiva de eje X y que la del norte radica sobre la parte positiva de eje Y. El primer paso de las indicaciones del viaje es 20 km al norte y el segundo paso es 20 km al este. Puedes escribir el problema con notación vectorial de esta manera (este —*x* positiva —, norte —*y* positiva—):

paso 1: (0, 20)

paso 2: (20, 0)

Para sumar estos dos vectores entre sí, suma las coordenadas:

$$(0,\ 20) + (20,\ 0) = (20,\ 20)$$

El vector resultante es (20, 20), y apunta directamente desde el lugar del que partiste hacia el hotel.

Variación de longitud: multiplicación de un vector por un número



Puedes realizar la multiplicación de un vector simple por un (número) escalar. Por ejemplo, supón que conduces a 150 km/h por hora hacia el este por un circuito de velocidad y que ves por el retrovisor que se te acerca un rival. No hay problema, piensas; doblarás la velocidad:

$$2(0,\ 150) = (0,\ 300)$$

Ahora vuelas a 300 km/h en la misma dirección. En este problema has multiplicado un vector por un escalar.

Un poco de trigonometría: descomposición de vectores en componentes

Los problemas de física tienden a no decirte directamente lo que quieres saber. Tal como explica el apartado anterior, los vectores se pueden describir mediante sus componentes, lo cual es suficiente para especificar un vector de forma única. Como un vector es, por definición, una cantidad que consta tanto de magnitud como de dirección, otra manera de especificar un vector consiste en dar su módulo y su dirección directamente. Si tienes un vector descrito de una de las maneras, puedes calcular la otra.

He aquí dos maneras simplemente distintas de especificar lo mismo, y cada una de ellas encuentra una aplicación particular en los problemas de física. Estas son las razones por las que tal vez uses componentes de vectores:

- **Cuando tienes vectores expresados en forma de componentes, son fáciles de sumar, restar y de manipular en general.** Cuando un problema te da vectores expresados mediante el módulo y la dirección (lo cual ocurre con frecuencia), lo habitual es que tengas que calcular sus componentes para resolver el problema.

- **Es útil saber tratar por separado las direcciones horizontal y vertical porque a menudo te permiten dividir un problema difícil en dos problemas sencillos. Emplear las componentes también ayuda cuando una dirección es más importante que la otra.** Por ejemplo, un problema te dice que una pelota rueda sobre una mesa con un ángulo de 15° y una velocidad cuyo módulo es de 7 m/s y te pregunta cuánto tardará la pelota en caerse por el borde de la mesa si este se encuentra a 1 m de distancia. En este caso, solo te importa el módulo de la velocidad a la que se desplaza la pelota en horizontal, directamente hacia el borde de la mesa; la velocidad en la dirección vertical no tiene ninguna relevancia aquí.

Después de resolver cualquier problema, lo óptimo es expresar el resultado mediante su módulo y su dirección, así que después de hallar la respuesta en forma de componentes, es habitual volver a calcular la magnitud y la dirección.

El siguiente apartado te mostrará cómo partir de la magnitud y la dirección de un vector para calcular las componentes; y cómo partir de las componentes de un vector para hallar su módulo y su dirección.

Cómo hallar las componentes de un vector

Cómo hallar las componentes de un vector

Las partes en las que se puede descomponer un vector se denominan *componentes*. Por ejemplo, en el vector (4, 1), la componente del eje X (horizontal) es 4, y la componente del eje Y (vertical) es 1. Por lo común, los problemas de física te darán un ángulo y un módulo para definir un vector, lo que te obliga a hallar las componentes recurriendo a un poco de trigonometría. Supón que sabes que una bola rueda por una mesa plana formando 15° respecto a la dirección paralela al borde inferior y con una velocidad cuyo módulo es de 7 m/s. Imagina que quieres conocer el recorrido de la bola antes de que se caiga por el borde situado 1 m hacia la derecha.

Define los ejes de manera que la bola parta del origen y que el eje X discurra paralelo al borde inferior de la mesa (mira la figura 4-7). Así que el problema se reduce a calcular cuánto tardará la bola en recorrer 1 m en la dirección del eje X. Para hallar el tiempo, necesitas saber primero con qué rapidez se mueve la bola en la dirección X.

El enunciado del problema decía que el objeto rueda con una velocidad cuyo módulo es de 7 m/s y formando 15° con respecto a la horizontal (a lo largo de la parte positiva del eje X); por tanto un vector de 7 m/s y 15° te da un módulo y una dirección. Lo que tienes aquí es un vector velocidad. El vector velocidad **v** resulta al añadir la dirección a la magnitud de la velocidad.

Para hallar con qué rapidez se desplaza la bola hacia el borde de la mesa no necesitas tener en cuenta el módulo de la velocidad total de la bola, sino la componente x de la velocidad de ese objeto. La componente x es un escalar (un número, no un vector), y se escribe así: v_x. La componente y del vector velocidad de la bola es v_y. Así que puedes afirmar que:

$$\mathbf{v} = (v_x, v_y)$$

Esta es la manera de expresar la descomposición de un vector en sus componentes. Entonces, ¿qué es v_x aquí? Y ¿qué es v_y, la componente y de la velocidad? El vector tiene una longitud (7 m/s) y una dirección ($\theta = 15°$ con respecto a la horizontal). Y sabes que el borde de la mesa se encuentra 1 m hacia la derecha.

Tal como ves en la figura 4-7, debes emplear algo de trigonometría para descomponer este vector en sus componentes. No sudes. La trigonometría es fácil una vez que tienes los ángulos que ves en la figura 4-7.

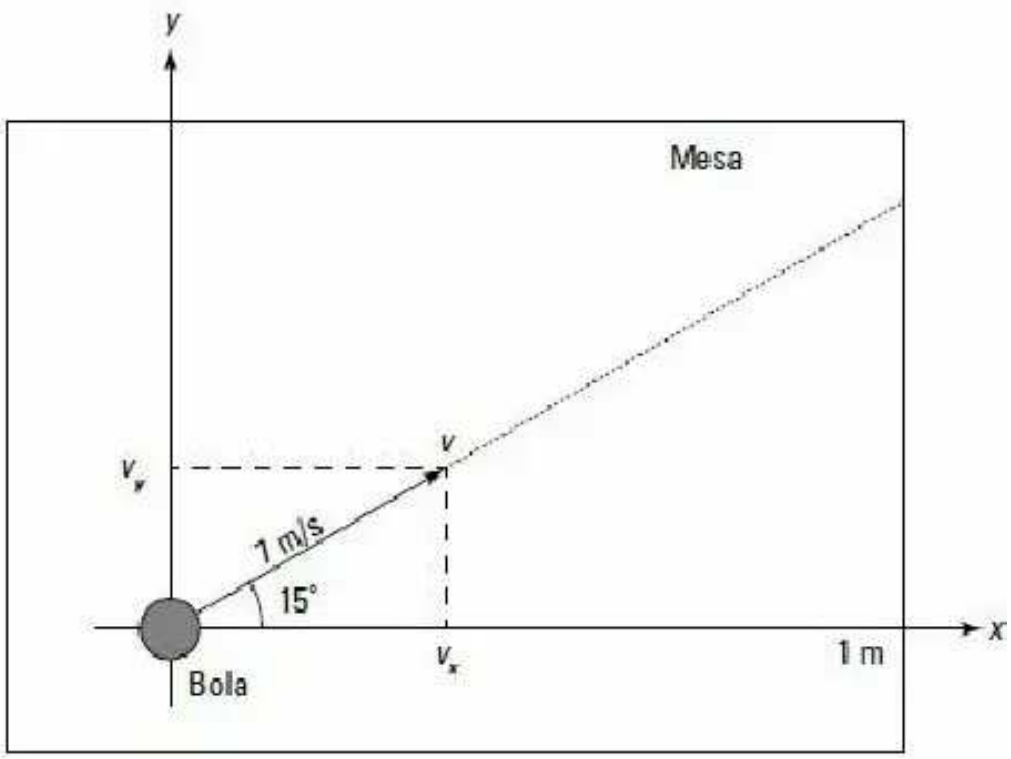


Figura 4-7.
La descomposición de un vector en componentes te permite sumarlas o restarlas con facilidad



La magnitud de un vector **v** se expresa como *v*, y de la figura 4-7 se deduce lo siguiente:

- **Componente horizontal:** $v_x = v \cos \theta$
- **Componente vertical:** $v_y = v \operatorname{sen} \theta$

Vale la pena saberse las dos ecuaciones de las componentes vectoriales porque te las encontrarás mucho en cualquier curso introductorio de física. Asegúrate de que sabes usarlas, y tenlas siempre a mano.

Por supuesto, si olvidaras estas ecuaciones siempre podrías deducirlas a partir de la trigonometría básica. Tal vez recuerdes que el seno y el coseno de un ángulo en un triángulo rectángulo se definen como la razón de los lados opuesto y adyacente a la hipotenusa, así: sen $\theta = v_y/v$ y cos $\theta = v_x/v$ (si te suena un poco raro, consulta el capítulo 2). Si multiplicas por *v* ambos lados de esas ecuaciones, puedes expresar las componentes *x* e *y* del vector como

$$v_x = v \cos \theta$$

$$v_y = v \operatorname{sen} \theta$$

Pero aún puedes ir más allá relacionando entre sí cada lado del triángulo (y si sabes que tan θ = sen θ/cos θ, podrás inferir todo esto en caso de necesidad a partir de las dos ecuaciones anteriores; no es necesario que lo memorices todo):

- ✔ $v_x = v\cos\theta = \dfrac{v_y}{\tan\theta}$
- ✔ $v_y = v\operatorname{sen}\theta = v_x \tan\theta$
- ✔ $v = \dfrac{v_y}{\operatorname{sen}\theta} = \dfrac{v_x}{\cos\theta}$

Sabes que $v_x = v \cos \theta$, así que puedes hallar la componente *x* de la velocidad de la bola, v_x, de este modo:

$$v_x = v \cos \theta$$

Al introducir los números obtienes:

$$\begin{aligned} v_x &= v \cos \theta \\ &= (7 \text{ m/s})\cos 15^\circ \\ &= 6{,}8 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Ahora sabes que la bola se mueve a 6,8 m/s hacia la derecha. Y como también sabes que el borde de la mesa se encuentra a 1 m de distancia, puedes dividir la distancia entre la velocidad para hallar el tiempo:

$$\frac{1 \text{ m}}{6{,}8 \text{ m/s}} \approx 0{,}15 \text{ s}$$

Como sabes lo rápido que se mueve el objeto en la dirección *x*, ahora conoces la respuesta del problema: la bola tardará 0,15 s en caer por el borde de la mesa. Y ¿qué hay de la componente *y* de la velocidad? También ésta es fácil de hallar:

$$v_y = v \operatorname{sen} \theta = (7 \text{ m/s})\operatorname{sen} 15^\circ \approx 1{,}8 \text{ m/s}$$

Reconstrucción de un vector a partir de sus componentes

A veces tienes que hallar el ángulo y el módulo de un vector, en lugar de sus componentes. Para calcular el módulo recurre al teorema de Pitágoras. Y para hallar θ, emplea la función arcotangente

(o arcoseno o arcocoseno). Este apartado muestra cómo se usan esas fórmulas.

Por ejemplo, supón que estás buscando un hotel situado 20 km hacia el este y después 20 km hacia el norte. ¿Cuál es el ángulo (medido desde el este) de la dirección hacia el hotel desde tu posición actual y a qué distancia se encuentra el hotel? Se puede escribir el problema en notación vectorial de esta manera (consulta el apartado "Vectores cazados en la red"):

paso 1: (20, 0)
paso 2: (0, 20)

Al sumar entre sí esos vectores, obtienes este resultado:

(20, 0) + (0, 20) = (20, 20)

El vector resultante es (20, 20). Esta es una manera de especificar un vector: usar sus componentes. Pero este problema no pide el resultado expresado en componentes. Lo que pregunta es en qué ángulo y a qué distancia está el hotel. En otras palabras (mira la figura 4-8), el problema pregunta cuánto vale *h* y cuánto vale θ.

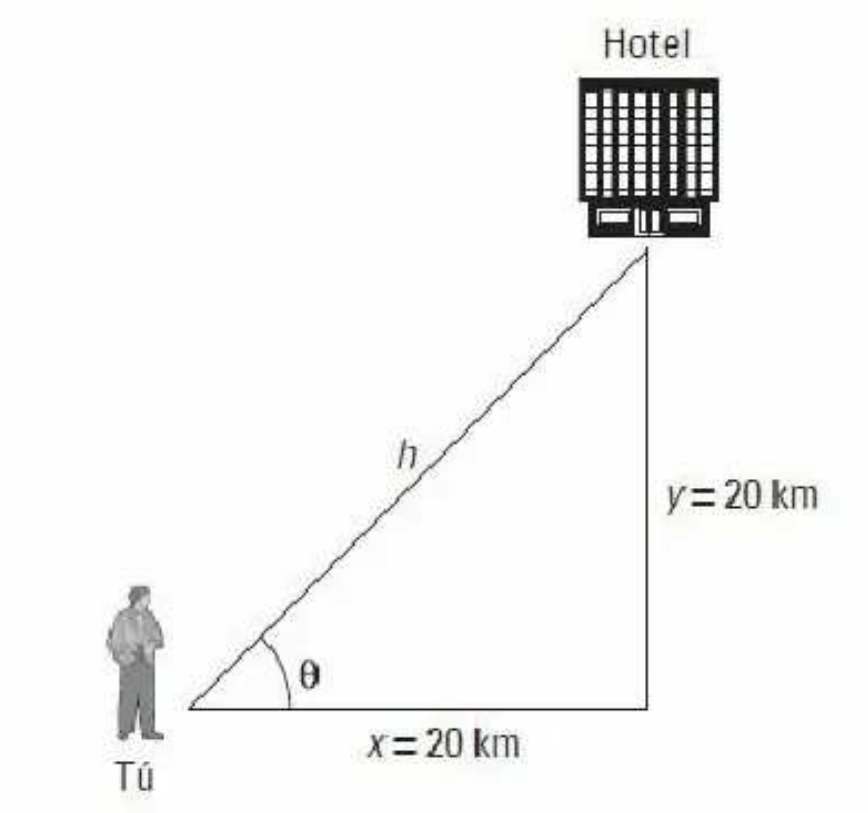


Figura 4-8.
Empleo del ángulo que forma un vector para llegar a un hotel

Cómo hallar el módulo

Si conoces las componentes vertical y horizontal de un vector, no es nada complicado hallar el

módulo del vector, porque solo necesitas calcular la longitud de la hipotenusa de un triángulo. Para eso puedes recurrir al teorema de Pitágoras ($x^2 + y^2 = h^2$) y hallar la h:

$$h = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Al introducir los números obtienes:

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ &= \sqrt{(20\ \text{km})^2 + (20\ \text{km})^2} \\ &= \sqrt{400\ \text{km}^2 + 400\ \text{km}^2} \\ &= \sqrt{800\ \text{km}^2} \\ &\approx 28\ \text{km} \end{aligned}$$

Cómo hallar y comprobar el ángulo



Si conoces las componentes horizontal y vertical de un vector, puedes emplear la tangente para calcular el ángulo, puesto que $\tan \theta = y/x$. Lo único que hay que hacer es usar la función arcotangente de y/x:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

Imagina que recorres en coche 20 km hacia el este y 20 km hacia el norte. Para calcular θ, el ángulo entre la posición inicial y la final, debes proceder así:

$$\begin{aligned} \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{20\ \text{km}}{20\ \text{km}}\right) \\ &= \tan^{-1}(1) \\ &= 45^\circ \end{aligned}$$

Así que el hotel se encuentra a unos 28 km de distancia (tal como se ve en el apartado anterior, titulado “Cómo hallar el módulo”) con un ángulo de 45°.



Ten cuidado al realizar los cálculos con las arcotangentes, porque los ángulos que difieren 180° entre sí tienen la misma tangente. Al usar la arcotangente puede que necesites sumar o restar 180° para hallar el verdadero ángulo que necesitas. El botón de la calculadora de la función arcotangente siempre te dará un ángulo que vaya desde 90° hasta –90°. Si el ángulo que buscas no se encuentra dentro de ese rango, deberás sumarle o restarle 180°.

En este ejemplo concreto, la respuesta de 45° tiene que ser correcta. Pero imagina una situación en la que tuvieras que sumar o restar 180°: Supón que echas a andar en la dirección completamente opuesta a la del hotel. Recorres 20 km hacia el oeste y 20 km hacia el sur ($x = –20$ km, $y = –20$ km), de modo que si aplicas el mismo método para calcular el ángulo, llegas a lo siguiente:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$
$$= \tan^{-1}\left(\frac{-20\text{ km}}{-20\text{ km}}\right)$$
$$= \tan^{-1}(1)$$
$$= 45^{\circ}$$

¡Obtienes la misma respuesta para el ángulo aunque camines en sentido opuesto al de antes! Eso se debe a que la tangente de los ángulos que difieren 180° son iguales. Sin embargo, ambas componentes del vector son negativas ($x = –20$ km, $y = –20$ km), así que el ángulo debe valer entre 180° y 270° (o, de manera equivalente, entre –90° y –180°). Si le restas 180° al resultado obtenido antes, 45°, sale –135°, que es el ángulo real (sumando 180° se obtiene 225°, que también es un valor válido).



Un método alternativo para hallar la dirección consiste en calcular el módulo del vector (la hipotenusa) y después usar las componentes como seno y coseno del ángulo:

- ✔ $x = h \cos \theta$

$y = h \operatorname{sen} \theta$

Esto te permite escribir el coseno y el seno del ángulo como:

$$\frac{x}{h} = \cos\theta$$

$$\frac{y}{h} = \operatorname{sen}\theta$$

Lo único que queda por hacer ahora es hallar el arcoseno o el arcocoseno:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{x}{h}\right)$$

$$\theta = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{y}{h}\right)$$

Con ustedes, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración en dos dimensiones

Cuando un objeto se mueve en una sola dimensión (como en el capítulo 3) solo tienes que enfrentarte a una componente, que no es más que un solo número (el desplazamiento solo es una distancia, la velocidad no es más que su módulo, y la aceleración solo es un aumento o una disminución del módulo de la velocidad). Así que en una dimensión, los vectores son como números: la magnitud del vector se corresponde con el valor del número y la dirección del vector no es más que el signo del número.

Sin embargo, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración siempre son vectores. En el mundo real los objetos se pueden mover en dos o más dimensiones, así que la dirección es importante. En este apartado vuelvo a tratar las ecuaciones del movimiento, solo que en más de una dimensión, para que veas con más claridad que las ecuaciones son, en realidad, ecuaciones vectoriales.

El desplazamiento: recorrer una distancia en dos dimensiones

El *desplazamiento*, que es el cambio de posición (mira el capítulo 3), lleva asociadas una longitud y una dirección. Cualquier cambio de posición en una dirección particular y con una distancia determinada se expresa mediante el módulo y la dirección del vector desplazamiento.

En lugar de representar el desplazamiento como *s*, deberías representarlo como **s**, como un vector (si estás escribiendo en papel, puedes trazar una flecha sobre la *s* para marcar su naturaleza vectorial).

Al hablar de desplazamiento en el mundo real, la dirección tiene la misma relevancia que la

distancia.

Por ejemplo, imagina que ves cumplido tu gran sueño de ser un gran jugador de béisbol y que al

batear la bola vuelves a mandarla fuera del campo. Echas a correr hacia la primera base, situada a 90 pies (algo más de 27 m) de distancia. Pero 90 pies ¿en qué dirección? Como eres consciente de la importancia de la física, sabes que la primera base se encuentra a 90 pies de distancia con un ángulo de 45°, tal como se ve en la figura 4-9.

Ahora sí que estás preparado, porque sabes que el desplazamiento es un vector. En este caso, el vector desplazamiento es este:

$\mathbf{s}$ = 90 pies a 45°

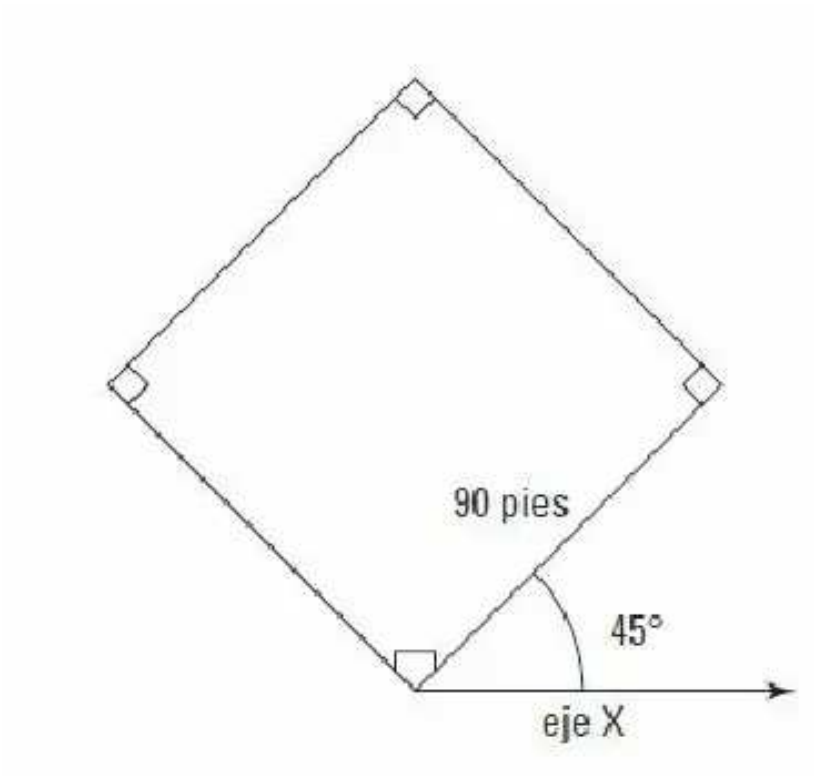


Figura 4-9.
El diamante del béisbol consiste en una serie de vectores definidos respecto del eje X y del eje Y

¿Cómo se expresa eso en componentes?

$$\mathbf{s} = (s \cos\theta, s \operatorname{sen}\theta)$$
$$= (90 \cos 45°, 90 \operatorname{sen} 45°) \approx (64 \text{ pies}, 64 \text{ pies})$$

A veces no es tan fácil trabajar con ángulos y módulos como hacerlo con las componentes *x* e *y*. Por ejemplo, imagina que estás en un parque y que preguntas en qué dirección se encuentra el banco más próximo. La persona que te responde es muy precisa y te dice con una premeditación absoluta: "Camina diez metros hacia el norte".

"Diez metros hacia el norte —repites—. Gracias."

“Luego, veinte metros hacia el este. Y después cincuenta metros más hacia el norte.”

“Vaya —piensas— diez metros al norte, después veinte metros al este y, por último, cincuenta metros al este... digo, al norte. ¿No es eso?”

“Luego, sesenta metros al este.”

La miras con recelo y añades: “¿Y ya está?”.

“Sí, ya está. Ahí encontrarás el banco más cercano.”

De acuerdo, ha llegado la hora de practicar algo de física. El primer paso consiste en transformar todo ese jaleo de puntos cardinales en coordenadas con la forma (x, y). Así que, suponiendo que la parte positiva del eje X apunta al este y la del eje Y apunta al norte (como en un mapa), el primer paso consistirá en avanzar 10 m hacia el norte, lo que se traduce en lo siguiente (con todos los datos en metros):

$$(0, 10)$$

Es decir, el primer paso es 10 m al norte, lo que se traduce en 10 m en la dirección positiva de Y. Al añadir el segundo paso, 20 m al este (la dirección positiva de X), obtienes:

$$\begin{aligned} &(0, 10) \\ +\,&(20, 0) \end{aligned}$$

El tercer paso es 50 m al norte, y al incorporarlo te encuentras con:

$$\begin{aligned} &(0, 10) \\ +\,&(20, 0) \\ +\,&(0, 50) \end{aligned}$$

Y, por último, el cuarto paso es 60 m al este, lo que da:

$$\begin{aligned} &(0, 10) \\ +\,&(20, 0) \\ +\,&(0, 50) \\ +\,&(60, 0) \end{aligned}$$

Perfecto. Entonces ¿qué da la suma de todos esos vectores? Pues bastará con sumar las componentes.

$$
\begin{array}{r}
(0,\ 10) \\
+\ (20,\ 0) \\
+\ (0,\ 50) \\
+\ (60,\ 0) \\
\hline
(80,\ 60)
\end{array}
$$

Así que el vector resultante es (80, 60). Vaya, parece mucho más fácil que todas las indicaciones que te dieron en un principio. Ahora ya sabes que hacer: avanza 80 m hacia el este y 60 m hacia el norte. ¿Ves lo fácil que es sumar vectores?

Pero, si quieres, puedes ir aún más lejos. Ahora conoces el desplazamiento hasta el banco más próximo expresado como coordenadas *x* e *y*. Pero parece que tienes que andar 80 m hacia el este y después 60 m hacia el norte para llegar al banco. ¿No sería más fácil que supieras sin más la dirección exacta en la que se encuentra el banco y la distancia total? Eso te ahorraría recorrer la esquina y te permitiría caminar directamente en línea recta para llegar hasta él.

Este es un ejemplo en el que sería bueno saber convertir un vector en forma de coordenadas (*x*, *y*) a la forma de módulo-ángulo. Y puedes hacerlo con todos los conocimientos de física que ya tienes. La conversión de (80, 60) a la forma módulo-ángulo te permite no tener que hacer el ángulo recto al andar hacia el banco, y ahorrarte unos cuantos pasos.

Sabes que las componentes *x* e *y* de un vector forman un triángulo rectángulo, y que la magnitud total de un vector equivale a la hipotenusa del triángulo rectángulo, *h*. Así que el módulo de *h* es

$$h = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Al introducir los números obtienes

$$
\begin{aligned}
h &= \sqrt{(80\ \text{m})^2 + (60\ \text{m})^2} \\
&= \sqrt{6\,400\ \text{m}^2 + 3\,600\ \text{m}^2} \\
&= \sqrt{10\,000\ \text{m}^2} \\
&= 100\ \text{m}
\end{aligned}
$$

Voilà! El banco se encuentra a tan solo 100 m de distancia. Así que, en lugar de andar 80 m hacia el este y después 60 m hacia el norte, una distancia total de 140 m, bastará con que camines 100 m. Tus conocimientos superiores sobre vectores te han ahorrado 40 m.

Pero ¿en qué dirección está el banco? Sabes que está a 100 m de distancia, pero ¿100 m hacia dónde? Hallarás el ángulo medido a partir del eje X con esta operación trigonométrica:

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

Así que, al insertar los números, obtienes:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{60\ \text{m}}{80\ \text{m}}\right)$$

De modo que el ángulo θ es el siguiente (usando la práctica tecla $\tan^{-1}$ de la calculadora):

$$\theta \approx 36{,}9^\circ$$

Ya lo tienes: el banco más próximo se encuentra a 100 m de distancia y según un ángulo de 36,9° desde el eje X. Así que echas a andar con resolución en línea recta siguiendo un ángulo de 36,9° desde el este y dejas pasmada a la persona que te informó, quien esperaba que siguieras la ridícula ruta en zigzag que te dio en un principio.

Velocidad: corre en una dirección diferente

La *velocidad*, que es la tasa de variación de la posición, es un vector. Imagina que solo consigues batear una bola rasante dentro justo del diamante del campo y que corres por la línea de la primera base, o el vector s, 90 pies (27,45 m) con un ángulo de 45° medido respecto de la parte positiva del eje X. Pero, mientras corres, se te ocurre preguntarte si podrás esquivar al primera base con la velocidad que llevas. Buena pregunta, porque la pelota va camino de la posición del campo corto.

Así que sacas raudo la calculadora y obtienes que necesitas tres segundos para llegar a la primera base desde el lugar donde bateaste, entonces ¿a qué velocidad vas? Para hallar la velocidad divides rápidamente el vector **s** entre el tiempo que tardas en alcanzar la primera base:

$$\frac{\mathbf{s}}{3\ \text{s}}$$

Esta expresión representa un vector desplazamiento dividido entre un tiempo, el tiempo no es más que un escalar. El resultado tendrá que ser asimismo un vector. Y lo es: velocidad, o **v**:

$$\frac{\mathbf{s}}{3\ \text{s}} = \frac{27{,}45\ \text{m a } 45^\circ}{3\ \text{s}} = 9{,}1\ \text{m/s a } 45^\circ = \mathbf{v}$$

Vas a una velocidad de 9,1 m/s a 45°, y se trata de un vector, **v**.



Al dividir un vector entre un escalar obtienes un vector con unidades que pueden ser distintas y con la misma dirección.

En este caso se ve que al dividir un vector desplazamiento, **s**, entre un tiempo, se obtiene un vector velocidad, **v**. Tiene el mismo módulo que cuando dividiste una distancia entre un tiempo, pero ahora ves que también lleva asociada una dirección, porque el desplazamiento, **s**, es un vector. Así que acabas teniendo como resultado un vector en lugar de los escalares que hay en el capítulo 3.

La aceleración: la variación de la velocidad desde otro ángulo

¿Qué pasa cuando te desvías de pronto, ya sea en coche o a pie? Pues que aceleras en una dirección determinada. Y, al igual que el desplazamiento y la velocidad, la aceleración, **a**, es un vector.

Imagina que acabas de batear una bola rasante en un partido de béisbol y que corres hacia la primera base. Entonces calculas que la componente *y* de tu velocidad debe ser al menos de 7,62 m/s, y que puedes desviarte 90° respecto de la trayectoria que llevas ahora con una aceleración de 18,3 m/ s^2 para intentar esquivar al primer base. ¿Bastará esa aceleración para cambiar a la velocidad que necesitas en la décima de segundo que te queda antes de que el primer base te toque con la bola? ¡Seguro que puedes con este reto!

Tu tiempo final, t_f, menos tu tiempo inicial, t_i, te da la variación de tiempo, Δt. Hallarás la variación de velocidad con la siguiente ecuación:

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{a}\Delta t$$

Ahora puedes calcular la variación de la velocidad a partir de la velocidad inicial, tal como muestra la figura 4-10.

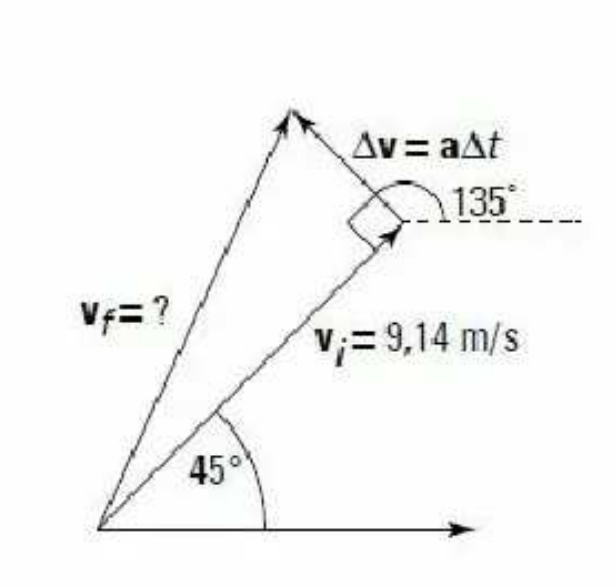


Figura 4-10.
Puedes recurrir a la aceleración y la variación de tiempo para hallar el cambio de la velocidad

El cálculo de la nueva velocidad, v_f, se transforma en una suma de vectores. Eso significa que tienes que descomponer la velocidad inicial, v_i, y la variación de la velocidad, Δv, en componentes. Así, v_i equivale a:

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_i &= (\mathbf{v}_i \cos\theta, \mathbf{v}_i \operatorname{sen}\theta) \\ &= ([9{,}14 \text{ m/s}]\cos 45°, [9{,}14 \text{ m/s}]\operatorname{sen} 45°) \\ &\approx (6{,}46 \text{ m/s}, 6{,}46 \text{ m/s})\end{aligned}$$

Ya has llegado a la mitad. Ahora ¿qué pasa con $\Delta\mathbf{v}$, la variación de la velocidad? Sabes que $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{a}\Delta t$ y que $\mathbf{a} = 18{,}3 \text{ m/s}^2$ a 90° de tu trayectoria actual, tal como muestra la figura 4-10. Puedes hallar la magnitud de $\Delta\mathbf{v}$ porque

$$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{a}\Delta t = (18{,}3 \text{ m/s}^2)(0{,}10 \text{ s}) = 1{,}8 \text{ m/s}$$

¿Y qué pasa con el ángulo de $\Delta\mathbf{v}$? Si observas la figura 4-10 verás que $\Delta\mathbf{v}$ forma un ángulo de 90° con tu trayectoria actual, que a su vez mantiene un ángulo de 45° con la parte positiva del eje X; por tanto, $\Delta\mathbf{v}$ mantiene un ángulo total de 135° con respecto al eje X. La consecuencia de todo eso es que puedes separar $\Delta\mathbf{v}$ en sus componentes:

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{v} &= (1{,}8 \text{ m/s} \cos 135°, 1{,}8 \text{ m/s} \operatorname{sen} 135°) \\ &\approx (-1{,}3 \text{ m/s}, 1{,}3 \text{ m/s})\end{aligned}$$

Ya tienes todo lo que necesitas para realizar la suma vectorial y conocer la velocidad final:

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \Delta\mathbf{v}$$
$$= (6{,}46\ \text{m/s}, 6{,}46\ \text{m/s}) + (-1{,}3\ \text{m/s}, 1{,}3\ \text{m/s})$$
$$= (5{,}18\ \text{m/s}, 7{,}74\ \text{m/s})$$

Lo hiciste: $\mathbf{v}f = (5{,}18, 7{,}74)$. La componente *y* de la velocidad final es mayor que la que necesitabas, que era de 7,62 m/s. Una vez completado el cálculo, apartas la calculadora y te desvías tal como habías planeado. Y, ante el estupor general, funciona: esquivas al sorprendido jugador y llegas seguro a la primera base sin salirte de la línea de base (¡aunque un poco por los pelos!). La multitud ruge y tú te quitas el casco sabiendo que todo ha sido obra de tus conocimientos superiores de física. Cuando el clamor remite echas una mirada artera a la segunda base. ¿Podrás alcanzarla en el siguiente lanzamiento? Ha llegado la hora de calcular los vectores, así que vuelves a echar mano de la calculadora (aunque no sea del agrado de la multitud).

Fíjate en que el desplazamiento total es una combinación de dos factores: el primero es el lugar hasta el que llegarías con la velocidad que llevabas en el momento inicial en un tiempo determinado; el segundo es el desplazamiento que consigues con una aceleración constante.

Aceleración hacia abajo: el movimiento bajo el influjo de la gravedad

Los problemas relacionados con la gravedad ofrecen buenos ejemplos para trabajar con vectores en dos dimensiones. Como la aceleración debida a la gravedad solo es vertical, resulta especialmente útil tratar las componentes horizontal y vertical por separado. Como no hay ninguna aceleración en la dirección horizontal, la componente horizontal del movimiento no es más que uniforme. La componente vertical experimenta una aceleración constante de módulo g, dirigida hacia abajo. Puedes emplear esta idea para simplificar los problemas relacionados con trayectorias.

El ejercicio de la pelota de golf que se cae por un precipicio

Este es un ejemplo del movimiento de un objeto que se acelera por la acción de la gravedad. Las componentes horizontal y vertical de este problema se suelen tratar por separado; eso te ayudará mucho a la hora de resolverlo. En este ejemplo, el movimiento horizontal es uniforme (como ocurre siempre en el caso de trayectorias sometidas a la fuerza de la gravedad cerca de la superficie terrestre) y la componente vertical del movimiento es la misma que la de cualquier objeto que cae desde una altura.

Imagina que una pelota de golf que avanza en horizontal con una velocidad de 1 m/s está a punto de caer por un precipicio de 5 metros, tal como ilustra la figura 4-11. La pregunta es: ¿en qué lugar exacto tocará el suelo y cuál será el módulo de su velocidad total justo antes del impacto? En primer lugar tienes que calcular cuánto tiempo pasará la pelota en el aire antes de llegar al suelo.

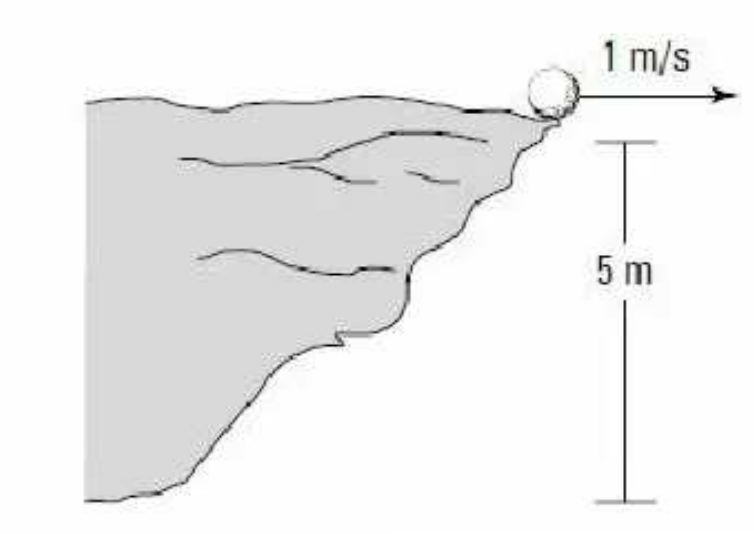


Figura 4-11.
Una pelota de golf a punto de caer por un precipicio

Es hora de reunir todos los datos. Sabes que la pelota de golf tiene un vector velocidad (1, 0) y que caerá por el precipicio desde un lugar situado a 5 m del suelo. Cuando caiga, lo hará con una aceleración constante, g (la aceleración debida a la gravedad), de 9,8 m/s^2 dirigida, precisamente, hacia abajo.

Entonces, ¿cómo calculas en qué lugar tocará el suelo la pelota de golf? Una manera de resolver este problema consiste en determinar cuánto tiempo pasará antes de que la pelota llegue al suelo. Como la pelota de golf acelera tan solo en la dirección y (hacia abajo), la componente x de su velocidad, v_x, no cambia, lo que significa que la distancia horizontal a la que impacte será $v_x t$, donde t es el tiempo que pasa la pelota en el aire. La gravedad acelera la pelota a medida que cae, así que la ecuación más idónea es la que relacione el desplazamiento, la aceleración y el tiempo, como esta:

$$\mathbf{s} = \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$$

Aquí, **s** equivale al desplazamiento de la pelota, **v***i* es la velocidad inicial de la bola, y la aceleración, **a**, es igual a la aceleración debida a la gravedad, **g**. ¿Cuáles son las componentes de estos vectores?

En primer lugar, veamos el desplazamiento, **s**. Sabes que la pelota parte del borde del precipicio y que se precipita hasta el suelo, así que la componente vertical del desplazamiento es –5 m. El módulo del desplazamiento vertical es 5 m, igual a la altura del precipicio. El desplazamiento es negativo porque la pelota cae en la dirección negativa. Como aún no conoces el desplazamiento horizontal de la pelota, exprésalo como s_x, para escribir el vector desplazamiento como:

$$\mathbf{s} = (s_x, -5\ \text{m})$$

En segundo lugar, anota la velocidad inicial, **v***i*, de la bola. Sabes que en principio, la pelota rueda por la parte horizontal de encima del precipicio con una velocidad $v_x = 1$ m/s, así que la velocidad inicial de la pelota es:

$$\mathbf{v}_i = (1\ \text{m/s}, 0\ \text{m/s})$$

Por último, sabes que la aceleración se corresponde con la aceleración debida a la gravedad, g,

dirigida hacia abajo, y que es constante. Así que la aceleración de la pelota, $\mathbf{a}$, es:

$$\begin{aligned}\mathbf{a} &= (0, -g)\\ &= (0, -9{,}8\ \text{m/s}^2)\end{aligned}$$

Ahora ya tienes todo lo que necesitas para calcular el desplazamiento horizontal, s_x. Piensa en cada componente de la ecuación anterior por separado para averiguar el desplazamiento con una aceleración constante.

En primer lugar, escribe la componente vertical de la ecuación introduciendo las componentes verticales del desplazamiento, la velocidad inicial y la aceleración:

$$\begin{aligned}s_y &= v_y t + \frac{1}{2}(-g)t^2\\ -5\ \text{m} &= 0t - \frac{1}{2}\left(9{,}8\ \text{m/s}^2\right)t^2\end{aligned}$$

Esta ecuación se puede simplificar y recomponer para despejar t, el tiempo que tarda la pelota en caer:

$$\begin{aligned}t &= \sqrt{\frac{2(5\ \text{m})}{\left(9{,}8\ \text{m/s}^2\right)}}\\ &\approx 1\ \text{s}\end{aligned}$$

Así que ya sabes que la pelota permanece en el aire durante 1 s. ¡Estupendo! Ahora usa este dato para ver la componente horizontal. Si despejas la componente horizontal de la ecuación del desplazamiento, obtienes:

$$\begin{aligned}s_x &= v_x t + \frac{1}{2}(0)\left(t^2\right)\\ &= (1\ \text{m/s})\,t\end{aligned}$$

Y ahora que sabes que $t = 1$ s, ya puedes averiguar cuánto se desplaza la pelota en horizontal a medida que cae desde el borde del precipicio:

$$s_x = (1 \text{ m/s})(1 \text{ s}) = 1 \text{ m}$$

Así que ya lo tienes: la pelota aterrizará 1 m hacia la derecha.

Ha llegado el momento de calcular cuál será el módulo de la velocidad de la pelota de golf en el momento en que impacte contra el suelo. Ya conoces la mitad de la respuesta, porque la componente *x* de su velocidad, v_x, no está afectada por la gravedad, de modo que no varía. La gravedad empuja la pelota de golf hacia abajo (a lo largo del eje Y), no en horizontal (el eje X), lo que significa que la velocidad final de la pelota de golf será algo así: (1, ?). Así que te falta por averiguar la componente *y* de la velocidad, o la incógnita ? en el vector (1, ?). Para eso puedes usar la siguiente ecuación:

$$\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i = \mathbf{a}t$$

En este caso, $\mathbf{v}i = 0$, la aceleración es $-g$, y lo que tú buscas es la velocidad final de la pelota de golf en la dirección *y*, así que la ecuación tendrá esta pinta:

$$v_y = -gt$$



La aceleración debida a la gravedad, *g*, también es un vector, **g**. Esto tiene lógica, porque **g** es una aceleración. Y resulta que este vector apunta hacia el centro de la Tierra (es decir, en la dirección negativa del eje Y), y en la superficie terrestre su valor es de 9,8 m/s^2.

Aquí el signo negativo indica que ***g*** apunta hacia abajo, hacia la parte negativa del eje Y. Así que el resultado real es:

$$\begin{aligned} v_y &= -gt \\ &= (-9{,}8 \text{ m/s}^2)(1 \text{ s}) \\ &= -9{,}8 \text{ m/s} \end{aligned}$$

El vector velocidad final de la pelota de golf en el momento en que impacta contra el suelo es (1, –9,8) m/s. Pero aún falta calcular el módulo de la velocidad de la pelota de golf cuando impacte. Puedes calcularlo con bastante facilidad:

$$v_f = \sqrt{(1\ \text{m/s})^2 + (-9{,}8\ \text{m/s})^2} \approx 9{,}9\ \text{m/s}$$

¡Has triunfado! La pelota caerá 1 m hacia la derecha y en ese instante se estará desplazando a 9,9 m/s.

No está mal. Pero si te ha sabido a poco, también puedes calcular el ángulo con el que chocará la pelota contra el suelo. Usa las componentes del vector velocidad final para hallar el ángulo de la manera habitual, usando la arcotangente:

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{-9{,}8\ \text{m/s}}{1\ \text{m/s}}\right)$$

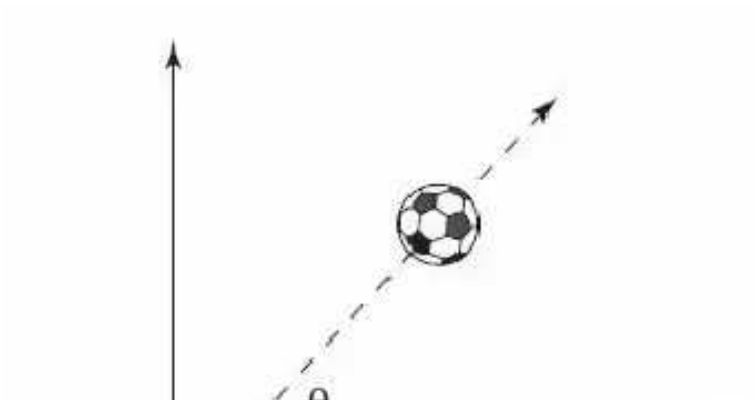
$$\approx -84^\circ$$

Si la pelota cayera justo en vertical tendría un ángulo de –90°, así que la pelota solo se desvía 6° de una trayectoria vertical.

El ejercicio de hasta-dónde-eres-capaz-de-mandar-la-pelota

Aquí usarás los mismos principios y estrategias que en el ejercicio anterior, con la salvedad de que esta vez la trayectoria no es tan simple. En este caso el objeto se lanza con un ángulo antes de que caiga al suelo. Con los conocimientos que acabas de adquirir sobre proyectiles en el apartado anterior podrás determinar hasta dónde llegará el objeto.

Has llegado a las pruebas para formar parte de tu equipo de fútbol favorito con tus sueños puestos en jugar los mundiales. Lo único que tienes que hacer es demostrar que puedes mandar la pelota lo bastante lejos. La situación es la que ilustra la figura 4-12. Le das una patada al balón con un ángulo θ y una velocidad determinada, y quieres saber hasta dónde llegará el balón antes de estamparse contra el suelo.



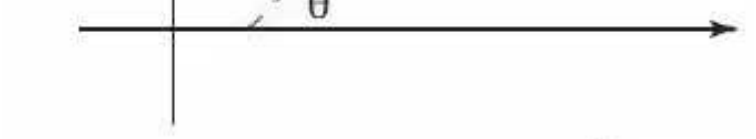


Figura 4-12.
Pelota de fútbol chutada

Digamos que θ = 45° y que la velocidad inicial del balón tiene un módulo de 50 m/s. ¿Qué distancia recorrerá en horizontal (eje X) antes de chocar con el suelo?

La mayoría de la gente se perdería aquí, pero tú cuentas con tus conocimientos de física para guiarte. Estudias el problema con atención, sabes que la distancia que recorre la pelota en horizontal

equivale a:

$$x = v_x t$$

donde v_x es la velocidad de la pelota en la dirección X. Pero ¿qué es t?

La variable t es el tiempo que tarda la pelota en salir disparada desde el pie, volar por el aire y volver a caer al suelo. ¿Cómo se calcula ese tiempo en la Tierra?

Durante el tiempo t, la pelota sale del pie, asciende, desciende y acaba llegando al suelo. Aquí es donde debes aplicar la astucia. La velocidad vertical del esférico es:

$$v_y = v_{yi} + at$$

donde v_{yi} es la velocidad inicial de la pelota en vertical, a es su aceleración, y t es el tiempo.

Entonces, ¿de qué nos sirve todo eso? Pues nos sirve porque conoces que la velocidad vertical de la pelota en el punto más alto de su vuelo es cero. Piénsalo. La pelota echa a volar hacia arriba, después deja de subir, y a continuación empieza a bajar. Así que hay un instante concreto, justo en el punto más alto de su vuelo, en el que la pelota tiene una velocidad nula en la dirección vertical durante un mero instante; eso sucede justo en el punto intermedio del vuelo del balón. Así que puedes calcular cuánto tiempo tarda el balón en tener una velocidad vertical cero y después doblar ese tiempo, para hallar el tiempo que permanece la pelota en el aire.

Si tienes en cuenta solo la dirección vertical de la pelota, esta comienza con velocidad vertical máxima, y después alcanza el punto más alto de su vuelo. Deja de desplazarse en vertical durante un instante y, a continuación, empieza a caer hasta estrellarse contra el suelo con idéntica velocidad máxima (solo que en sentido opuesto, hacia abajo, no hacia arriba). Así que, si puedes hallar el tiempo en el que la pelota tiene una velocidad vertical cero y, después, multiplicas por dos ese tiempo, habrás averiguado la duración total del vuelo de la pelota por el aire.

Para hallar el momento en que la pelota tiene una velocidad vertical cero durante un instante, usa la

Para hallar el momento en que la pelota tiene una velocidad vertical cero durante un instante, usa la ecuación de la velocidad vertical:

$$v_y = v_{yi} + at$$

La componente vertical de la aceleración, a, es igual a $-g$ (negativa porque sigue una dirección descendente). Esto significa que tienes:

$$v_y = v_{yi} - gt$$

Justo en medio del vuelo, cuando el tiempo = $t^{1/2}$, $v_y = 0$, así que tienes

$$0 = v_{yi} - gt_{1/2}$$
$$v_{yi} = gt_{1/2}$$
$$t_{1/2} = \frac{v_{yi}}{g}$$

Vale. Entonces, ¿cuánto vale v_{yi}, la velocidad inicial en la dirección vertical? Sabes que $\theta = 45°$ y que el módulo de la velocidad de la pelota es $v_i = 50$ m/s. La componente vertical de esta velocidad es:

$$v_{yi} = v_i \operatorname{sen}\theta$$

Y al introducir los números, obtienes:

$$v_{yi} = (50 \text{ m/s}) \operatorname{sen} 45°$$
$$\approx 35{,}4 \text{ m/s}$$

¡Fabuloso! Ahora, recordando que $t_{1/2} = v_{yi}/g$ y que $g = 9{,}8$ m/s^2, obtienes lo siguiente:

$$t_{1/2} = \frac{35{,}4 \text{ m/s}}{9{,}8 \text{ m/s}^2}$$
$$t_{1/2} \approx 3{,}6 \text{ s}$$

Como $t_{1/2}$ es el tiempo en el momento intermedio del vuelo del balón por el aire, la duración del vuelo completo tiene que ascender al doble de eso:

$$t = 2t_{1/2} = 2(3{,}6 \text{ s}) = 7{,}2 \text{ s}$$

Así que, ¿qué distancia recorre la pelota antes de caer al suelo? La distancia horizontal es:

$$x = v_x t$$

donde v_x es la velocidad del balón en horizontal (que no cambia a lo largo de todo el recorrido por el aire). Tomando la componente horizontal del vector velocidad de la pelota obtienes:

$$\begin{aligned} v_x &= v_i \cos\theta \\ &= (50{,}0 \text{ m/s})\cos 45° \\ &\approx 35{,}4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Como $x = v_x t$, puedes introducir los números y hallar cuánto campo recorrió la pelota por el aire:

$$x = v_x t = (35{,}4 \text{ m/s})(7{,}2 \text{ s}) \approx 255 \text{ m}$$

¡Guau!, ¡225 m! Un buen chupinazo. No solo te han fichado para el equipo, seguramente también has batido el récord mundial de distancia chutando un balón.

Parte II

Que las fuerzas de la física te acompañen



En esta parte...

La parte II te contará toda la verdad acerca de las famosas leyes relacionadas con las fuerzas, como esa de que "toda acción tiene una reacción de igual intensidad y de sentido contrario". En el campo de las fuerzas es donde despunta Isaac Newton. Sus leyes del movimiento y las ecuaciones que encontrarás en esta sección permiten predecir lo que pasará al aplicarle una fuerza a un objeto o, incluso, a fluidos. Aquí te encontrarás con la masa, la aceleración, el

rozamiento... todos los temas esenciales relacionados con las fuerzas.

Capítulo 5

Cuando la presión se convierteen empujón: las fuerzas

En este capítulo

- Descubrirás las tres grandes ideas de Newton sobre la fuerza
- Utilizarás vectores fuerza con las leyes de Newton

No puedes esquivar las fuerzas en la vida cotidiana; usas la fuerza para abrir puertas, para escribir con un teclado, para conducir un coche, para empotrar una excavadora en un muro, para subir las escaleras de tu casa, para sacar el monedero del bolsillo, hasta para respirar y hablar. Sin ser consciente, tienes en cuenta la fuerza cuando cruzas un puente, cuando caminas sobre hielo, cuando te llevas un perrito caliente a la boca, cuando abres la tapadera de un bote o cuando pestañeas zalamera ante tu amorcito. La fuerza guarda una relación directa con el movimiento de los objetos, y la física tiene gran interés en saber cómo actúa.

La fuerza es un tema divertido. Como otras áreas de la física, tal vez te parezca difícil, pero eso es porque aún no la conoces. Igual que el desplazamiento, la velocidad y la aceleración (viejos amigos tuyos a estas alturas ya; mira los capítulos 3 y 4), la fuerza es un vector; eso significa que tiene un módulo y una dirección.

En este capítulo te encontrarás con las famosas tres leyes del movimiento de Newton. Ya habrás oído hablar de ellas con anterioridad en formas diversas, como “toda acción tiene una reacción de igual intensidad y de sentido contrario”. Eso no es del todo correcto; la ley dice más bien que “para toda fuerza existe una igual en intensidad y que actúa en sentido opuesto”, y este capítulo está aquí para dejar las cosas bien claras. Vamos a usar las leyes de Newton como vehículo para abordar la fuerza y cómo influye en el mundo.



Newton, Einstein y las leyes de la física

Isaac Newton fue la primera persona que estableció una relación entre la fuerza, la masa y la aceleración en forma de ecuación. Lo hizo en el siglo XVII. (También es famoso por observar cómo caen las manzanas de los árboles y por desarrollar la subsiguiente expresión matemática de la gravedad.)

Tal como ocurrió con otros avances en física, Newton se dedicó en primer lugar a realizar observaciones, después desarrolló modelos conceptuales de esas observaciones y más tarde expresó los modelos mediante lenguaje matemático. En concreto, Newton describió su modelo mediante tres afirmaciones que acabarían conociéndose como las leyes de Newton. Pero no olvides que la física no hace más que desarrollar modelos del mundo que, por tanto, siempre están sujetos a revisión.

Las leyes de Newton han sido revisadas a fondo por los físicos, como hizo Albert Einstein con su teoría de la relatividad. Las leyes de Newton se basan en ideas relacionadas con el espacio, el tiempo y la masa que la mayoría de la gente encuentra lógicas cuando las relaciona con su experiencia cotidiana: todo el mundo ve claro cuándo dos acontecimientos son simultáneos; nadie discute que la masa es una constante que no depende de la velocidad; y así podríamos enumerar muchos fenómenos. Pero la teoría de la relatividad de Einstein propone que la velocidad de la luz es constante para todos los observadores aunque se estén moviendo; eso da lugar a una concepción muy distinta del espacio y del tiempo, que a su vez conduce a leyes del movimiento muy diferentes. Sin embargo, la teoría de Einstein solo adquiere relevancia cuando el movimiento se acerca a la velocidad de la luz. Dentro del rango de velocidad que vemos en el mundo,las leyes del movimiento de Newton son de una exactitud extrema y, por tanto, sigue siendo esencial conocerlas.

Primera ley de Newton: resistencia con inercia

Las leyes de Newton explican qué sucede con las fuerzas y el movimiento. La primera de ellas dice: “Todo objeto conserva su estado de reposo, o su estado de movimiento a una velocidad constante y en línea recta, hasta que una fuerza neta lo obliga a cambiar de estado”. ¿Traducción? Si un objeto en reposo o en movimiento no recibe una fuerza *neta*, o no compensada por otra, seguirá estando en reposo o manteniendo el mismo movimiento rectilíneo eternamente.

Por ejemplo, para marcar un gol en *hockey* sobre hielo, el disco se desliza hacia la portería en línea

Por ejemplo, para marcar un gol en *hockey* sobre hielo, el disco se desliza hacia la portería en línea recta porque el hielo sobre el que se desplaza casi no opone ningún rozamiento. Con un poco de suerte, el disco no chocará contra el *stick* del guardameta contrario, lo que alteraría su movimiento. La primera ley de Newton tal vez no parezca muy intuitiva porque no parece que casi nada se mueva en línea recta eternamente. Si las dejamos a su aire, la mayoría de las cosas en movimiento acaban deteniéndose. La idea de que todos los objetos en movimiento tienen una tendencia natural a pararse es de Aristóteles y se aceptó como una verdad absoluta durante dos mil años. Newton necesitó mucha perspicacia para deducir que el estado natural del movimiento consiste en realidad en seguir moviéndose en línea recta a una velocidad constante. El movimiento solo cambia cuando interviene una fuerza.



En la vida cotidiana, los objetos no vagan en línea recta a velocidades constantes. Esto se debe a que la mayoría de los objetos que nos rodean están sujetos a fuerzas de rozamiento. Así, por ejemplo, cuando deslizas una taza de café sobre la mesa, poco a poco se va frenando hasta que se para por completo (o se cae por el borde). Eso no significa que la primera ley de Newton no sirva, sino que el rozamiento ejerce una fuerza que altera el movimiento de la taza hasta detenerla.



Afirmar que si no se aplica una fuerza a un objeto en movimiento seguirá moviéndose a una velocidad constante para siempre, recuerda mucho a la idea del móvil perpetuo, una máquina imaginaria que funcionaría sin fin y sin necesidad de aplicar nada de energía. Curiosamente un artilugio así sería muy posible a la luz de la primera ley de Newton. En la práctica, es imposible eliminar las fuerzas que en última instancia acaban afectando a cualquier objeto en movimiento. Hasta en las regiones más remotas del cosmos, el resto de las masas del universo lo empujarían, aunque fuera muy levemente. Y eso significa que su movimiento se vería afectado. Así que ¡basta de movimiento perpetuo!

Lo que en realidad afirma la primera ley de Newton es que la única manera de que algo cambie de movimiento consiste en aplicarle una fuerza. También dice que todo objeto en movimiento tiende a seguir en movimiento, lo que introduce el concepto de inercia.

Resistencia al cambio: inercia y masa

La *inercia* es la tendencia natural de un objeto a resistirse a cualquier cambio en su movimiento, lo que significa que tiende a permanecer en reposo o en movimiento constante y rectilíneo. La inercia es

una cualidad de la masa, y la masa de un objeto no es más que la medida de su inercia. Para mover un objeto que se encuentra en reposo (es decir, para alterar su estado actual de movimiento) hay que aplicar una fuerza que venza su inercia.



Presta atención a la diferencia entre masa y peso. El *peso* de un objeto es la fuerza de la gravedad que actúa sobre él, así que el peso depende del lugar donde se encuentre la masa. Por ejemplo, un objeto de 1 kg tendrá en la Luna un peso distinto del que tiene en la Tierra, pero su *masa* será la misma. Hasta en el espacio, sin un campo gravitatorio significativo y, por tanto, sin peso, seguirá teniendo una masa de 1 kg. Si intentaras empujar ese objeto en el espacio, notarías una resistencia a la aceleración, que es la inercia. Cuanto mayor sea la masa de un objeto, más resistencia percibirás.

Imagina, por ejemplo, que estás de vacaciones en tu residencia de verano, contemplando dos barcos atracados en el muelle: un bote y un petrolero. Si aplicaras la misma fuerza neta a cada uno de ellos con el pie, los barcos responderían de distinta manera. El bote se deslizaría con facilidad sobre el agua y el petrolero se movería más lentamente (¡menuda fuerza tienes en las piernas!). Esto se debe a que cada uno tiene una masa diferente y, por tanto, una cantidad distinta de inercia. A la hora de responder a idéntica fuerza neta, un objeto con poca masa (y poca cantidad de inercia) adquirirá una aceleración mayor que un objeto de más masa, el cual tendrá mucha inercia.



A veces la inercia (la resistencia de un objeto a cambiar de velocidad) se convierte en un problema. Los camiones refrigerados que transportan carne, por ejemplo, llevan gran cantidad de carne congelada colgada del techo y, cuando cogen varias curvas, se produce un movimiento pendular que no se puede detener desde el asiento del conductor. Si no se tiene experiencia es fácil acabar volcando debido a la inercia de la carga congelada que pendula en la parte trasera del camión.



Como los objetos tienen inercia, se resisten a cambiar de movimiento, por eso hay que aplicar fuerzas para modificar la velocidad y, por tanto, inducir aceleración. La masa relaciona la fuerza con la aceleración.

Cómo medir la masa

Las unidades de la masa (y, por tanto, de la inercia) dependen del sistema que uses. En el sistema metro-kilogramo-segundo, también llamado Sistema Internacional (SI), la masa se mide en

kilogramos. Otros sistemas de unidades, como el anglosajón, emplean unidades de masa tradicionales que complican los problemas de física. Por suerte, en todos los países de lengua castellana está en vigor el Sistema Internacional.



La masa no es lo mismo que el peso (aunque en el lenguaje cotidiano se usen indistintamente). La masa es una medida de la inercia; al situar esa masa dentro de un campo gravitatorio, se obtiene el peso. Así, por ejemplo, un kilogramo equivale a una cantidad de masa determinada. Si sometes ese kilogramo al tirón gravitatorio que impera en la superficie de la Tierra, adquiere un peso. Y ese peso ascenderá a unos 9,8 N (N es el símbolo del newton, que es una unidad de fuerza de la que hablaremos un poco más adelante). Si sitúas el mismo kilogramo de masa en la Luna, que no tiene el mismo tirón gravitatorio que la Tierra, el objeto pesará tan solo unos 1,62 N, que viene a ser como la sexta parte de su peso en la Tierra.

Segunda ley de Newton: relación entre fuerza, masa y aceleración

La primera ley de Newton dice que un objeto siempre conserva un movimiento uniforme hasta que actúa sobre él alguna fuerza neta. Cuando se le aplica una fuerza neta, el objeto se acelera. La segunda ley de Newton detalla la relación que existe entre la fuerza neta, la masa y la aceleración:

- **La aceleración de un objeto se produce en la dirección de la fuerza neta.** Si empujas un objeto en una dirección particular, se acelera en esa dirección.
- **La aceleración tiene una magnitud proporcional a la de la fuerza neta.** Si empujas con el doble de intensidad (y no hay otras fuerzas implicadas), la aceleración será el doble de grande.
- **La magnitud de la aceleración es inversamente proporcional a la masa del objeto.** Es decir, cuanto mayor sea la masa, menor será la aceleración inducida por una fuerza dada (que es justo lo que cabría esperar de la inercia).



Todas estas características de la relación entre la fuerza neta (ΣF), la aceleración (a) y la masa (m) aparecen contenidas en esta ecuación:

$$\Sigma F = ma$$

Fíjate en que se emplea la expresión ΣF para referirse a la fuerza neta porque la letra griega sigma, Σ, significa en el lenguaje científico 'suma'; así que ΣF significa la suma de todas las fuerzas independientes que actúan sobre el objeto. Si esa fuerza no asciende a cero, entonces hay una fuerza neta.

Relación entre la fórmula y el mundo real

Como ves, la ecuación $\Sigma F = ma$ concuerda con la primera ley del movimiento de Newton (que habla de la inercia), porque si no hay ninguna fuerza neta (ΣF) actuando sobre una masa m, entonces el primer miembro de esta ecuación es cero; por tanto, la aceleración también tiene que valer cero, tal como cabría esperar de la primera ley.

Si reordenas la ecuación de la fuerza neta para despejar la aceleración, verás que al doblar el valor de la fuerza neta se dobla también la aceleración (si empujas con el doble de fuerza, el objeto se acelera el doble), y si se duplica la masa, la aceleración se reduce a la mitad (si la masa es el doble de grande, el objeto se acelera la mitad: he ahí la inercia):

$$a = \frac{\Sigma F}{m}$$

Echa una ojeada al disco de *hockey* de la figura 5-1 e imagínalo quieto y absolutamente solo ante la portería. Hagamos que se reúnan.

Con un movimiento de cadera totalmente estiloso, decides aplicar tus conocimientos de física a este caso. Piensas que si aplicas la fuerza del bastón al disco durante una décima de segundo, podrás hacer que acelere en la dirección adecuada. Haces el experimento y, en efecto, el disco vuela hasta meterse en la portería. ¡Gol! La figura 5-1 ilustra cómo lo lograste. Has aplicado una fuerza neta al disco, que tiene una masa determinada, y se ha acelerado en la dirección en la que lo has empujado.

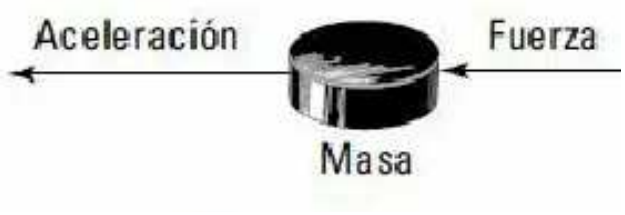


Figura 5-1.
Aceleración de un disco de hockey

¿A cuánto asciende esa aceleración? Eso depende de la fuerza que apliques (unida a cualquier otra fuerza que pueda estar actuando sobre el disco), porque $\Sigma F = ma$.

Las unidades en las que se mide la fuerza

Entonces, ¿cuáles son las unidades de la fuerza? Bueno, si $\Sigma F = ma$, entonces en el Sistema Internacional, la fuerza tendrá estas unidades:

$$\text{kg-m/s}^2$$

Se trata de una unidad *derivada* porque se llega a ella usando una fórmula. Como es un poco incómodo usar esa combinación de unidades, la unidad de fuerza recibe el nombre especial de *newton* (adivina en honor a quién). Su símbolo es N (siempre en mayúscula).

Suma de vectores: cómo reunir fuerzas netas



En la mayoría de los libros la ecuación $\Sigma F = ma$ se abrevia como $F = ma$, y eso vamos a hacer en adelante, pero debo señalar que F significa *fuerza neta*. Cuando se aplica una fuerza a un objeto, este responde a la fuerza neta, es decir la suma de vectores de todas las fuerzas que actúan sobre él.

Observa, por ejemplo, todas las fuerzas (representadas mediante flechas) que actúan sobre la esfera de la figura 5-2. ¿Hacia dónde se acelerará la pelota de golf?

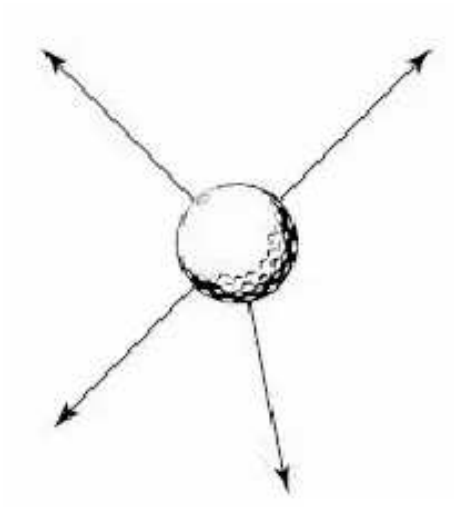


Figura 5-2.
Cuando una pelota va por el aire puede estar sometida al influjo de muchas fuerzas

Como la segunda ley de Newton se refiere a la fuerza neta, el problema se simplifica. Lo único que tienes que hacer es sumar las diversas fuerzas en forma de vectores para hallar el vector fuerza resultante (o el vector fuerza neta), ΣF, tal como ilustra la figura 5-3. Para saber de qué modo se

acelerará la pelota, puedes aplicar la ecuación $\Sigma F = ma$.

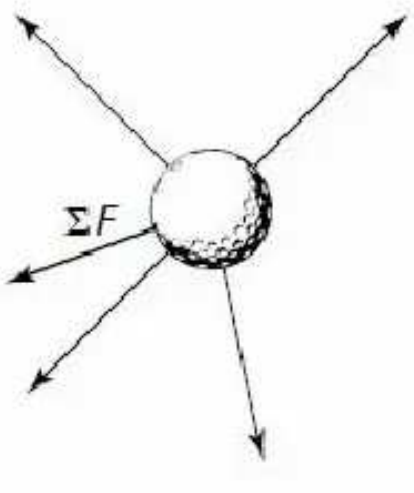


Figura 5-3.
El vector fuerza neta tiene en cuenta todas las fuerzas para determinar la aceleración de la pelota

Cálculo del desplazamiento a partir del tiempo y la aceleración

Imagina que realizas tu tradicional excursión de fin de semana para reunir datos físicos y te encuentras con un partido de *rugby*. ¡Qué interesante!, piensas. En una situación concreta observas que, aunque el balón parte de un estado de reposo, ahora está sometido a la fuerza que le aplican tres jugadores distintos, tal como se ve en el diagrama de cuerpo libre de la figura 5-4.



En un *diagrama de cuerpo libre* se representan todas las fuerzas que actúan sobre un objeto, lo que facilita la determinación de sus componentes y, por tanto, el cálculo de la fuerza neta.

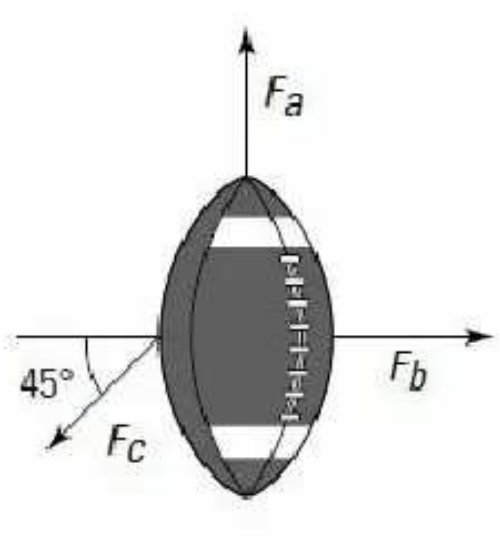


Figura 5-4.
Diagrama de cuerpo libre con todas las fuerzas que actúan al mismo tiempo sobre un balón de *rugby*

Entonces te mezclas intrépido entre la masa de jugadores en movimiento (arriesgándote a sufrir algún daño en nombre de la física), mides la magnitud de esas fuerzas y anotas los datos en tu libreta:

$F_a = 15{,}0\ \text{N}$
$F_b = 12{,}5\ \text{N}$
$F_c = 16{,}5\ \text{N}$

Mides la masa del balón y ves que es de 0,4 kg (no incluyo la fuerza de la gravedad). Entonces te preguntas dónde estará la pelota dentro de un segundo, suponiendo que las fuerzas mostradas actuaran sobre el balón de manera continua durante ese segundo. Sigue estos pasos para calcular el

desplazamiento de un objeto en un tiempo determinado con aceleración constante:

1. **Halla la fuerza neta, ΣF, usando la suma de vectores para combinar todas las fuerzas que actúan sobre el objeto (consulta el capítulo 4 para saber cómo se suman vectores).**

2. **Usa la ecuación $\Sigma F = ma$ para determinar el vector aceleración.**

3. **Usa $s = v_i t + (1/2)at^2$ para hallar la distancia recorrida en un tiempo concreto.**

Recurre al capítulo 3 para consultar esta ecuación en su contexto original.

Paso 1: Cómo hallar la fuerza neta

Ha llegado la hora de sacar la calculadora. Como quieres relacionar la fuerza neta, la masa y la aceleración, la primera tarea consiste en hallar la fuerza neta que actúa sobre la masa. Para ello hay que descomponer los vectores fuerza que ves en la figura 5-4 en sus componentes y después sumar esas componentes entre sí para obtener la fuerza neta (mira el capítulo 4 para ahondar más en la descomposición de vectores en sus componentes).

Descomponer F_a y F_b es fácil porque F_a discurre en vertical (a lo largo del eje Y positivo) y F_b discurre hacia la derecha (a lo largo del eje X positivo). Esto significa:

$F_a = (0\ \text{N}, 15{,}0\ \text{N})$
$F_b = (12{,}5\ \text{N}, 0\ \text{N})$

Hallar las componentes de F_c resultará algo más espinoso. Necesitarás las componentes x e y de esa fuerza de esta manera:

$F_c = (F_{cx}, F_{cy})$

F_c discurre a lo largo de un ángulo de 45° con respecto a la parte negativa del eje X, tal como se ve en la figura 5-4. Si mides todo el recorrido desde la parte positiva del eje Y, obtendrás un ángulo de

180° + 45° = 225°. Tendrás que descomponer F_c de esta manera:

$$F_c = (F_{cx}, F_{cy}) = (F_c \cos \theta, F_c \text{ sen } \theta)$$

Al introducir los números obtienes:

$$F_c = (16{,}5 \text{ N} \cos 225°, 16{,}5 \text{ N sen } 225°)$$
$$= (-11{,}7 \text{ N}, -11{,}7 \text{ N})$$

Observa los signos que aparecen aquí: ambas componentes de F_c son negativas. Tal vez te cueste seguir el razonamiento de que el ángulo de F_c es 180° + 45° = 225°, pero siempre puedes hacer una comprobación rápida de los signos de las componentes del vector. F_c apunta hacia abajo y hacia la izquierda, hacia la partes negativas respectivas de X y de Y, lo que significa que ambas componentes de este vector, F_{cx} y F_{cy}, tienen que ser negativas. Me he encontrado con mucha gente que tropieza al asignar signos equivocados a las componentes de los vectores por no comprobar que los números concuerden con la realidad.



Compara siempre los signos de las componentes de cada vector con sus direcciones reales a lo largo de cada eje. Es una comprobación rápida que te ahorrará un montón de problemas más adelante.

Ahora conoces las componentes de las tres fuerzas que actúan sobre el balón:

$$F_a = (0 \text{ N}, 15{,}0 \text{ N})$$
$$F_b = (12{,}5 \text{ N}, 0 \text{ N})$$
$$F_c = (-11{,}7 \text{ N}, -11{,}7 \text{ N})$$

Ya puedes sumar vectores:

$$\begin{array}{r} F_a = (0,\ 15{,}0 \text{ N}) \\ + F_b = (12{,}5 \text{ N},\ 0) \\ + F_c = (-11{,}7 \text{ N},\ -11{,}7 \text{ N}) \\ \hline \Sigma F = (0{,}8 \text{ N},\ 3{,}3 \text{ N}) \end{array}$$

Has calculado que la fuerza neta, ΣF, asciende a (0,8 N, 3,3 N); eso también te da la dirección en la que se moverá el balón, suponiendo que estuviera en reposo en el momento en que mediste las fuerzas.

Paso 2: Cómo hallar la aceleración

El siguiente paso consiste en hallar la aceleración de la pelota. Gracias a Newton sabes que $\Sigma F = (8\ \text{N}, 3{,}3\ \text{N}) = ma$, lo que significa lo siguiente:

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{(0{,}8\ \text{N}, 3{,}3\ \text{N})}{m}$$

Como la pelota tiene una masa de 0,4 kg, el problema se resuelve de este modo:

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{(0{,}8\ \text{N}, 3{,}3\ \text{N})}{0{,}40\ \text{kg}} \approx \left(2{,}0\ \text{m/s}^2, 8{,}3\ \text{m/s}^2\right)$$

Progresas adecuadamente; ahora conoces la aceleración del balón.

Paso 3: Cómo hallar el desplazamiento

Para averiguar dónde estará la pelota dentro de 1 s, puedes aplicar la siguiente ecuación (que aparece en el capítulo 3), en la que *s* es la distancia; se da por sentado que la aceleración se debe a las fuerzas que intervienen de manera continua durante un período de 1 s:

$$s = v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

Al introducir los números obtienes lo siguiente (fíjate en que la velocidad inicial de la pelota es 0 m/s, así que el primer término del segundo miembro desaparece):

$$s = v_i t + \frac{1}{2}at^2 = (0\ \text{m/s})(1{,}0\ \text{s}) + \frac{1}{2}\left(2{,}0\ \text{m/s}^2, 8{,}3\ \text{m/s}^2\right)(1{,}0\ \text{s})^2 \approx (1{,}0\ \text{m}, 4{,}2\ \text{m})$$

Bueno, bueno, bueno. Después de 1 s, la pelota se habrá desplazado 1 m a lo largo de la parte positiva del eje positivo X y 4,2 m a lo largo de la parte positiva del eje Y. Entonces extraes el cronómetro del bolsillo de tu bata de científico y mides 1 s. En efecto, estás en lo cierto. La pelota se ha movido 1 m hacia la banda y 4,2 m hacia la portería. Guardas el cronómetro con satisfacción en el bolsillo de la bata y trazas una marca de verificación en el cuaderno. Otro experimento de física que has realizado con éxito.

Cómo calcular la fuerza neta con un tiempo y una velocidad dados

Cómo calcular la fuerza neta con un tiempo y una velocidad dados

¿Y si quisieras hallar cuánta fuerza neta necesitas en un tiempo determinado para alcanzar una velocidad concreta? Digamos, por ejemplo, que quieres acelerar un coche desde 0 hasta 60 km/h en 10 s; ¿cuánta fuerza neta necesitarías? Pues debes empezar convirtiendo 60 km/h a metros por segundo:

$$\frac{60\text{ km}}{1\text{ hora}} \times \frac{1\text{ hora}}{60\text{ minutos}} \times \frac{1\text{ minuto}}{60\text{ segundos}} \approx 1{,}67 \times 10^{-2}\text{ km/s}$$

Fíjate en que las *horas* y los *minutos* se anulan entre sí y te quedas solo con *kilómetros* y *segundos* para las unidades. Por tanto, como 1 km = 1.000 m, deduces que la velocidad final a la que aspiras es de 16,7 m/s, y quieres lograrlo en 10 s. Si el coche tiene una masa de 1.000 kg, ¿cuánta fuerza neta debes aplicar? Primero hallarás la aceleración con la siguiente ecuación del capítulo 3:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Al introducir en ella los datos numéricos, obtienes

$$a = \frac{v}{t} = \frac{16{,}7\text{ m/s}}{10\text{ segundos}} = 1{,}67\text{ m/s}^2$$

Así que calculas que 1,67 m/s^2 es la aceleración que necesitas.

A partir de la segunda ley de Newton sabes que $\Sigma F = ma$, y además conoces la masa del coche, que es de 1.000 kg. Ya tienes todo lo que necesitas. Debes acelerar 1.000 kg de masa a 1,67 m/s^2, de modo que para deducir cuánta fuerza neta te hace falta bastará una multiplicación:

$$\Sigma F = ma = (1000\text{ kg})\,(1{,}67\text{ m/s}^2) = 1670\text{ N}$$

El coche necesita una fuerza neta de unos 1.670 N para acelerar durante esos 10 s hasta la velocidad que quieres alcanzar: 60 km/h.

Fíjate en que esta solución ignora incómodas cuestiones menores, como el rozamiento y el grado de pendiente de la vía; ahondarás en estas cuestiones en el capítulo 6. Incluso en una superficie plana el rozamiento sería grande en este ejemplo, así que en la vida real es probable que tuvieras que aplicar el doble de fuerza.

Tercera ley de Newton: fuerzas iguales y contrarias

La tercera ley del movimiento de Newton es muy conocida, sobre todo entre quienes practican la lucha libre y la conducción, pero quizá no la reconozcas en toda su gloria física: "Siempre que un

fuerza fibre y la conducción, pero quizá no la reconozcas en toda su gloria física: "Siempre que un objeto ejerce una fuerza sobre otro cuerpo, este segundo cuerpo ejerce una fuerza de igual magnitud y en sentido contrario sobre el primer objeto".

La versión más popular de ese enunciado, que no tengo dudas de que habrás oído muchas veces, es "Toda acción tiene una reacción igual y opuesta". Pero en física es mejor quedarse con la versión original, que habla de fuerzas y no de acciones (que, por lo que he visto, puede llevar a pensar que se refiere a todo, desde intenciones de voto hasta pronósticos del tiempo).

La tercera ley de Newton en acción

He aquí un ejemplo real para ilustrar cómo funciona la tercera ley de Newton. Imagina que vas en el coche aumentando la velocidad con una aceleración constante. Para ello, el coche tiene que ejercer una fuerza contra el suelo; si no fuera así, el coche no estaría acelerando. Y, a su vez, el asfalto tiene que estar ejerciendo la misma fuerza sobre el coche. En la figura 5-5 lo puedes ver representado con una rueda. Las dos fuerzas de la figura 5-5 son de igual intensidad, pero operan en sentido contrario. Sin embargo, no se anulan entre sí porque cada una de ellas actúa sobre un objeto diferente, una sobre el coche y la otra sobre la calzada. La fuerza que ejerce el coche sobre la calzada es igual y opuesta a la fuerza que ejerce la calzada sobre el coche. La fuerza que actúa sobre el coche lo acelera.



Figura 5-5.
Fuerzas iguales que actúan sobre la rueda de un coche y la calzada durante la aceleración

Entonces, ¿por qué no se acelera la carretera? Si el coche se acelera, ¿no tendría que acelerarse el suelo en el sentido opuesto? Lo creas o no, sí que lo hace; la ley de Newton se cumple a rajatabla. El coche empuja la Tierra y altera su movimiento, solo que en una proporción insignificante. Como la masa de la Tierra es alrededor de 6.000.000.000.000.000.000.000 de veces mayor que la del coche, ¡el efecto no se nota demasiado!

De forma similar, cuando un jugador de *hockey* golpea el disco, este se acelera en sentido opuesto al

punto de contacto, y lo mismo le ocurre al propio jugador. Si los discos de *hockey* fueran de 500 kg notarías el efecto mucho más; de hecho, el disco no se movería mucho pero el jugador saldría volando en sentido opuesto después de golpearlo. (Sabrás más sobre lo que pasaría en ese caso en la parte III de este libro.)

Empuja lo bastante fuerte para superar el rozamiento

Debido a la tercera ley de Newton, siempre que aplicas una fuerza a un objeto, digamos, empujándolo, el objeto ejerce una fuerza igual y opuesta sobre ti. Este es un ejemplo que te permitirá calcular cuánta fuerza soportas cuando arrastras algo por el suelo. Por recurrir a una física fantasiosa, digamos que acaba de terminar un partido de *hockey* y que te encomiendan la tarea de sacar de la pista un disco de *hockey* de 500 kg. Para hacerlo recurres a una cuerda, tal como ilustra la figura 5-6.



Los problemas de física son muy dados a usar cuerdas —entre otras, las que accionan poleas—, porque con las cuerdas la fuerza que se aplica en un extremo es la misma que la fuerza que ejerce la cuerda sobre lo que lleva atado en el extremo contrario.

En este caso, el masivo disco de *hockey* experimentará cierto rozamiento que se opondrá a ti, aunque no demasiado, puesto que se deslizará sobre hielo, pero aun así, será alguno. Por tanto, la fuerza neta que actúa sobre el disco es

$$\Sigma F = F_{cuerda} - F_{fricción}$$



Figura 5-6.
Arrastre de un disco pesado con una cuerda para ejercer la misma fuerza en ambos extremos

Como F_{cuerda} es mayor que $F_{rozamiento}$, el disco se acelerará y empezará a moverse. De hecho, si tiras de la cuerda con una fuerza constante, el disco se acelerará a un ritmo constante, lo que obedece a la ecuación

a la ecuación:

$$\sum F = F_{cuerda} - F_{rozamiento} = ma$$

Como parte de la fuerza que ejerces sobre el disco se destina a acelerarlo y otra parte se dedica a vencer la fuerza del rozamiento, la fuerza que ejerces sobre el disco es la misma que la fuerza que este ejerce sobre ti (pero en sentido contrario), tal como predice la tercera ley de Newton:

$$F_{cuerda} - F_{rozamiento} + ma$$

Poleas: el soporte duplica la fuerza

No se puede ejercer ninguna fuerza sin que surja una fuerza igual y opuesta (aunque parte de la segunda provenga de acelerar un objeto). Una cuerda y una polea pueden actuar juntas para cambiar la dirección de la fuerza que se aplica, pero no a cambio de nada. Para cambiar la dirección de la fuerza partiendo de $-F$ (es decir, aplicada sobre la masa hacia abajo) para obtener $+F$ (aplicada sobre la masa hacia arriba), el soporte de la polea tiene que responder con una fuerza igual a $2F$.

Así es como funciona: cuando tiras de una cuerda unida a un sistema de poleas para levantar un objeto inmóvil, levantas la masa si ejerces suficiente fuerza como para contrarrestar su peso, mg, donde g es la aceleración debida a la gravedad en la superficie de la Tierra, 9,8 m/s^2. Mira la figura 5-7, donde una cuerda pasa por una polea antes de caer hasta una masa m.



Figura 5-7.

Empleo de una polea para ejercer fuerza

La cuerda y la polea juntas no solo funcionan para transmitir la fuerza, F, que ejerces, sino también para cambiar su dirección, tal como ves en la figura. La fuerza que ejerces hacia abajo actúa hacia arriba en la masa porque la dirección de la cuerda cambia al pasar sobre la polea. En este caso, si F es mayor que mg, podrás levantar la masa. Si no aplicas ninguna fuerza sobre el objeto, entonces la única fuerza que actúa sobre él es la gravedad, $F_{gravedad}$, de modo que el objeto se acelera con una tasa $-mg$ (el signo negativo indica que la aceleración es hacia abajo) porque:

$$F_{gravedad} = -mg$$

Si aplicas sobre la cuerda una fuerza de magnitud F, esta se transmitirá a través de la cuerda y la polea hasta el objeto en forma de fuerza hacia arriba de idéntica magnitud. Por tanto, la fuerza total ejercida sobre el objeto viene dada por la suma de esas dos fuerzas, $F_{gravedad} + F$. La fuerza F, si actuara sola, sin la gravedad, aceleraría el objeto hacia arriba con una tasa que puedes denominar a:

$$F = ma$$

Cuando ambas fuerzas actúan juntas, tienes la siguiente suma:

$$F_{gravedad} + F = -mg + ma = m(a - g)$$

Como ves, si F es mayor que mg, entonces a es mayor que g y el objeto se acelera hacia arriba.

Pero usar la cuerda y la polea para cambiar la fuerza tiene un coste, ya que nadie puede burlar la tercera ley de Newton. Imagina que levantas la masa y la dejas suspendida en el aire. En este caso, F tiene que ser igual que mg para mantener la masa quieta. La dirección de la fuerza que aplicas está cambiando de descendente a ascendente. ¿Cómo puede ser?

Para entenderlo, piensa en la fuerza que ejerce el soporte de la polea contra el techo. ¿Cuál es esa fuerza? Como la polea no se acelera en ninguna dirección, sabes que $\Sigma F = 0$ en la polea. Eso significa que la suma de todas las fuerzas que soporta la polea asciende a cero.

Desde el punto de vista de la polea, hay dos fuerzas que empujan hacia abajo: la fuerza F que aplicas tú y la fuerza mg que ejerce la masa sobre ti (porque en este momento no se está moviendo nada). Es decir hay $2F$ hacia abajo. Para equilibrar todas las fuerzas y obtener un total de 0, el soporte de la polea debe ejercer una fuerza de $2F$ hacia arriba.

Análisis de ángulos y fuerzas en la tercera ley de Newton

Para tener en cuenta ángulos a la hora de medir fuerzas, hay que realizar una pequeña suma vectorial.

Echa una ojeada a la figura 5-8. Aquí, la masa *m* no se está moviendo, y tú estás aplicando una fuerza *F* para mantenerla estática. Esta es la pregunta: ¿qué fuerza está ejerciendo el soporte de la polea, y en qué dirección, para mantener la polea donde está?

Seguro que lo sabes. Como la polea no se está moviendo, sabes que $\Sigma F = 0$ sobre la polea. Por tanto, ¿qué fuerzas actúan sobre la polea? Puedes contar la fuerza debida al peso de la masa, que tiene una magnitud *mg* y se dirige justo hacia abajo. Si la expresas en términos de componentes de un vector (consulta el capítulo 4), tendrá este aspecto (no olvides que la componente *y* de F_{masa} tiene que ser negativa porque apunta hacia abajo y, por tanto, discurre a lo largo de la parte negativa del eje Y):

$$F_{masa} = (0, -mg)$$

También tienes que tener en cuenta la fuerza que ejerce la cuerda sobre la polea. Como mantienes la masa quieta y la cuerda transmite la fuerza que estás aplicando, esa fuerza de la cuerda debe tener una magnitud *mg* y estar dirigida hacia la derecha (a lo largo de la parte positiva del eje X). Esta fuerza se representa así:

$$F_{cuerda} = (mg, 0)$$

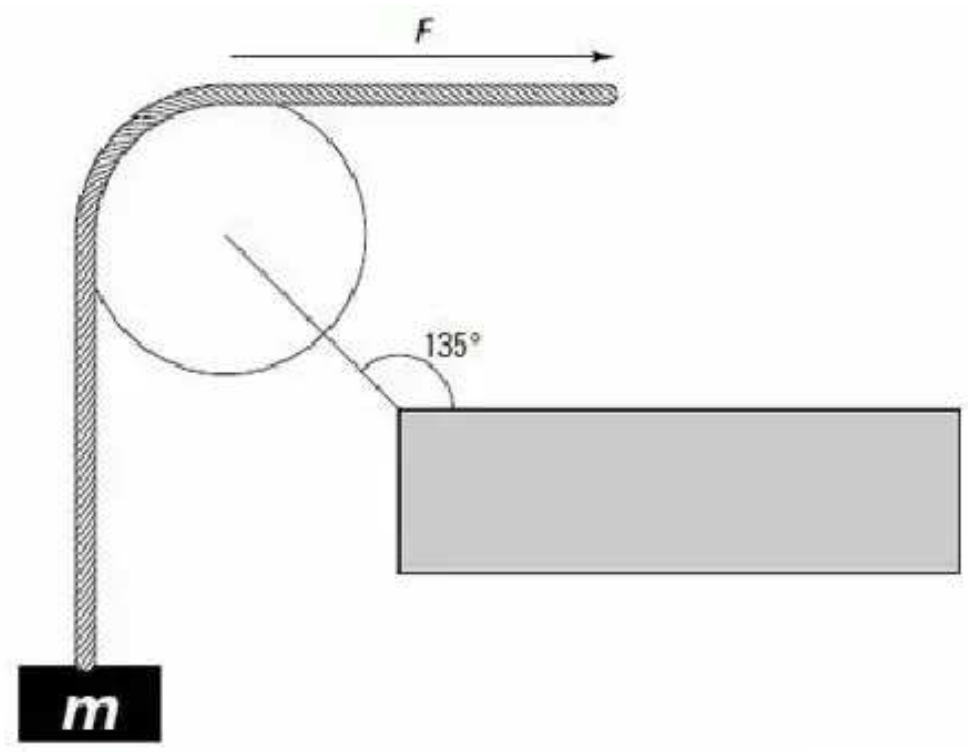


Figura 5-8.
Una polea formando ángulo puede mantener estática una masa

Hallarás la fuerza que ejercen sobre la polea la cuerda y la masa sumando los vectores F_{masa} y F_{cuerda}:

$$F_{masa+cuerda} = F_{masa} + F_{cuerda}$$
$$= (0, -mg) + (mg, 0)$$
$$= (mg, -mg)$$

La fuerza ejercida tanto por la masa como por la cuerda, $F_{masa + cuerda}$, es $(mg, -mg)$. Sabes que la fuerza total que soporta la polea asciende a cero (porque no se está acelerando): $\Sigma F = 0$. Sobre la polea están actuando dos fuerzas, $F_{masa + cuerda}$ y $F_{soporte}$, así que la suma de ellas dos debe dar cero:

$$F_{masa + cuerda} + F_{soporte} = 0$$

Esto significa que

$$F_{soporte} = -F_{masa + cuerda}$$

Por tanto, $F_{soporte}$ tiene que equivaler a

$$F_{soporte} = -F_{masa + cuerda}$$
$$= -(mg, -mg)$$
$$= (-mg, mg)$$

Como ves en la figura 5-8, las direcciones de este vector tienen lógica porque el soporte de la polea tiene que ejercer una fuerza hacia la izquierda ($-mg$) y hacia arriba ($+mg$) para mantener la polea en el lugar donde está.

También puedes convertir $F_{soporte}$ a la forma de módulo y dirección (mira el capítulo 4), lo que te dará la magnitud total de la fuerza. La magnitud es igual a

$$F_{soporte} = \sqrt{(-mg)^2 + (mg)^2} \approx mg\sqrt{2}$$

Fíjate en que esta magnitud es mayor que la fuerza que ejerces tú o que la fuerza que ejerce la masa sobre la polea, porque el soporte de la polea tiene que cambiar la dirección de esas fuerzas.

Ahora halla la dirección de la fuerza $F_{soporte}$. Puedes averiguar qué ángulo θ mantiene con el eje horizontal, usando las componentes de la fuerza. A partir de la trigonometría básica sabes que las

componentes se pueden expresar en términos de θ de este modo:

$$F_{soporte,\ x} = F_{soporte} \cos \theta$$
$$F_{soporte,\ y} = F_{soporte} \operatorname{sen} \theta$$

donde $F_{soporte}$ indica la magnitud de la fuerza en estas ecuaciones. Esto relaciona las componentes del vector con su magnitud y dirección; puedes usar esto para aislar la dirección en términos de las componentes del siguiente modo: si divides la componente *y* entre la componente *x* en la forma anterior, hallarás la tangente del ángulo:

$$\begin{aligned}\tan\theta &= \frac{F_{soporte,\ y}}{F_{soporte,\ x}} \\ &= \frac{mg}{-mg} \\ &= 1\end{aligned}$$

Si ahora tomas el arcotangente, encuentras la solución de θ:

$$\tan^{-1}(1) = 45^\circ$$

Sin embargo, esta respuesta no puede ser correcta porque este ángulo implicaría que la fuerza apunta hacia la derecha y hacia arriba. Pero, como tal vez recuerdes, los ángulos que difieren en un múltiplo de 180° tienen la misma tangente, así que puedes restarle a 180° el resultado anterior y obtienes:

$$\theta = 135^\circ$$

Esta dirección es hacia la izquierda y hacia arriba y tiene la tangente correcta, así que esa es la

dirección de la fuerza. Consulta el capítulo 4 para entrar en detalles de trigonometría.



Si te lías con los símbolos al realizar esta clase de ejercicios, confirma tu respuesta con las direcciones que sabes que tienen en realidad los vectores fuerza. Una imagen vale más que mil palabras, ¡incluso en física!

Encuentra el equilibrio

En física, un objeto está en *equilibrio* cuando tiene una aceleración nula, cuando la fuerza neta que actúa sobre él asciende a cero. El objeto no tiene por qué estar en reposo en realidad, puede estar moviéndose a 1500 km/h siempre que la fuerza neta que actúe sobre él sea cero y no se esté

acelerando. Puede que el objeto en cuestión esté soportando varias fuerzas, pero que todas ellas, sumadas como vectores, den cero.

Por ejemplo, mira la figura 5-9, donde aparece representada la entrada del colmado que acabas de montar con el cable que has comprado preparado para soportar 15 N y del que penderá el cartel del negocio.

El letrero solo pesa 8 N, así que no deberías tener ningún problema para colgarlo, ¿no? Como es

natural, mi formulación te dice que sí que hay algún problema aquí. Así que sacas la calculadora con calma para calcular qué fuerza, F_1, debe ejercer el cable del diagrama sobre el rótulo para sostenerlo. Como quieres que el letrero esté en equilibrio, la fuerza neta que actúe sobre él debe ser cero. Por tanto, todo el peso del cartel, mg, tiene que estar compensado por la fuerza hacia arriba que se ejerza sobre él.

En este caso, la única fuerza hacia arriba que actúa sobre el rótulo es la componente y de F_1, que es la fuerza que expresa la tensión en el cable, tal como se ve en la figura 5-9. La fuerza ejercida por el soporte horizontal, F_2, solo es horizontal, así que no te servirá de ayuda en la dirección vertical.

Recurriendo a tus conocimientos de trigonometría (consulta el capítulo 4), estableces a partir de la figura que la componente y de F_1 es:

$$F_{1y} = F_1 \operatorname{sen} 30^\circ$$

Para sostener el cartel, F_{1y} tiene que equivaler al peso, mg:

$$F_{1y} = F_1 \operatorname{sen} 30^\circ = mg$$

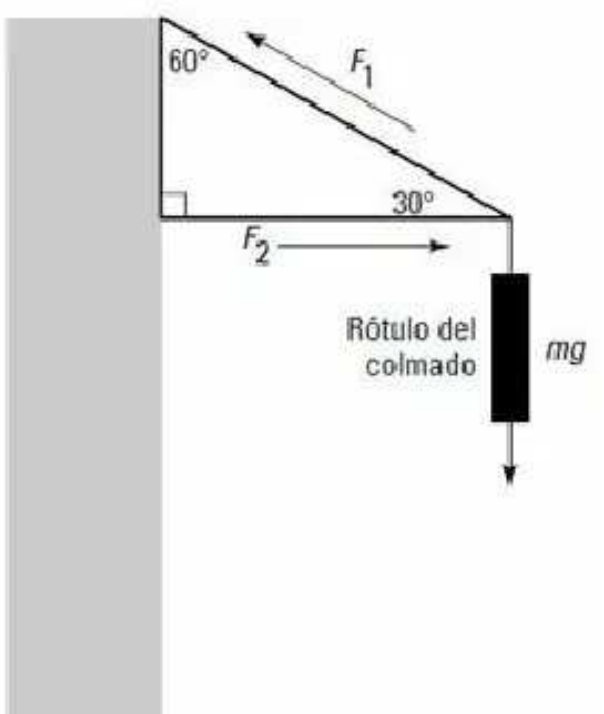


Figura 5-9.
Para colgar un letrero las fuerzas implicadas deben estar en equilibrio

Esto te dice que la tensión en el cable, F_1, tiene que ser

$$F_1 = \frac{mg}{\text{sen } 30^\circ}$$

Sabes que el peso del rótulo es 8 N, así que

$$F_1 = \frac{8{,}0 \text{ N}}{\text{sen } 30^\circ} = 16 \text{ N}$$

Vaya, parece que el cable tendrá que soportar una fuerza de 16 N, y no de 15 N que es lo máximo que puede aguantar. Tendrás que buscar un cable más fuerte.

Imagina que consigues un cable más robusto. Ahora tal vez te preocupe el soporte que aporta la fuerza horizontal, F_2, que aparece representado en la figura 5-9. ¿Qué fuerza tendrá que ser capaz de soportar ese listón?
Bueno, sabes que en la figura aparecen tan solo dos fuerzas horizontales: $F_{soporte}$ y la componente x de F_1. Y además ya sabes que F_1 = 16 N. Dispones de todos los datos necesarios para calcular $F_{soporte}$. En primer lugar tendrás que deducir cuánto vale la componente x de F_1. Mirando la figura 5-9 y usando un poco de trigonometría, verás que:

$$F_{1x} = F_1 \cos 30^\circ$$

Esta es la fuerza cuya magnitud deber ser igual a $F_{soporte}$:

$$F_{soporte} = F_1 \cos 30^\circ$$

Esto te dice que:

$$F_{soporte} = (16 \text{ N}) \cos 30^\circ \quad 14 \text{ N}$$

El soporte que uses debe poder ejercer una fuerza aproximada de 14 N.

Para sostener un letrero de tan solo 8 N, necesitas un cable que aguante 16 N por lo menos y un listón lateral capaz de aportar una fuerza de 14 N. Mira la configuración en la figura: la componente y de la

tensión en el cable tiene que soportar todo el peso del rótulo y, como el cable tiene un ángulo bastante pequeño, necesitas mucha tensión en el cable para conseguir la fuerza que necesitas. Y para mantener esa tensión, necesitas un soporte lateral muy fuerte.

Capítulo 6

Baja con la gravedad,los planos inclinados y el rozamiento

En este capítulo

- Saltarás con la gravedad
- Analizarás los ángulos de un plano inclinado
- Te adaptarás al rozamiento
- Calcularás trayectorias de vuelo

La gravedad, una de las fuerzas fundamentales del universo, constituye una parte muy importante de nuestra vida. Todo objeto dotado de masa ejerce una fuerza de atracción sobre cualquier otro objeto con masa. Todos los objetos de la superficie terrestre están sujetos a fuerzas gravitatorias importantes y la gravedad tiene gran relevancia dentro del conjunto del universo. Por todo ello, comprender la gravedad es crucial en física.

En este capítulo verás cómo abordar la gravedad sobre rampas y el rozamiento dentro de los cálculos. También descubrirás cómo influye la gravedad en la trayectoria de los objetos que vuelan por el aire.

Este capítulo está muy pegado al suelo, quiero decir, a la Tierra, donde la aceleración debida a la gravedad es constante. Pero en el capítulo 7 despegarás y te pondrás en órbita para contemplar la gravedad desde el punto de vista de la Luna. Cuanto más te alejes de la Tierra, menos te afectará la gravedad.

La aceleración de la gravedad: una de las pequeñas constantes de la vida





Sobre la superficie terrestre, o cerca de ella, el tirón de la gravedad es constante. Se trata de una fuerza constante y dirigida hacia abajo, cuyo módulo equivale a *mg*, donde *m* es la masa del objeto atraído por la gravedad y *g* es la aceleración debida a la gravedad:

$$g = 9{,}8 \text{ m/s}^2$$

La aceleración es un vector, lo que significa que tiene una dirección y un módulo (mira el capítulo 4), así que esta ecuación se refiere en realidad a **g**, un vector aceleración dirigido justo hacia abajo, hacia el centro de la Tierra. El hecho de que $\mathbf{F}_{gravedad} = m\mathbf{g}$ es importante porque indica que la aceleración de un objeto que cae no depende de su masa:

$$\mathbf{F}_{\text{gravedad}} = m\mathbf{a} = m\mathbf{g}$$

En otras palabras, $m\mathbf{a} = m\mathbf{g}$.



Como **a** = **g**, un objeto pesado no cae más rápido que uno ligero. La gravedad aporta la misma aceleración (*g* cerca de la superficie de la Tierra) a cualquier objeto en caída libre, siempre y cuando no intervenga ninguna otra fuerza, como la resistencia del aire.

La gravedad desde otro ángulo: planos inclinados



Muchos de los problemas relacionados con la gravedad que se plantean para iniciarse en la física guardan relación con planos inclinados o rampas. La gravedad acelera un objeto que esté cayendo por una rampa; no obstante, la causa de esa aceleración no es exactamente la fuerza de la gravedad, sino solo la componente de la gravedad que actúa a lo largo de la rampa. Por eso los objetos que se precipitan por una rampa muy empinada lo hacen deprisa: cuando la rampa está muy inclinada su dirección casi coincide con la de la gravedad, por lo que la mayor parte de dicha fuerza actúa sobre la rampa.

Para hallar cuánta fuerza de la gravedad acelera un objeto sobre una rampa, hay que descomponer el vector gravedad en sus componentes: la que sigue la dirección de la rampa y la que actúa en dirección perpendicular a ella.

Observa la figura 6-1. Un carro está a punto de caerse rodando por una rampa. El carro no solo se desplaza en vertical, sino también en horizontal a lo largo de la rampa, la cual está inclinada con un ángulo θ. Pongamos que $\theta = 30°$ y que la rampa tiene una longitud de 5 m. ¿A qué velocidad irá el carro cuando llegue al final de la rampa?

Conoces la longitud de la rampa (el desplazamiento del carro) y la masa del carro, así que si puedes hallar la aceleración de este a lo largo de aquella, también podrás calcular la velocidad final del carro.

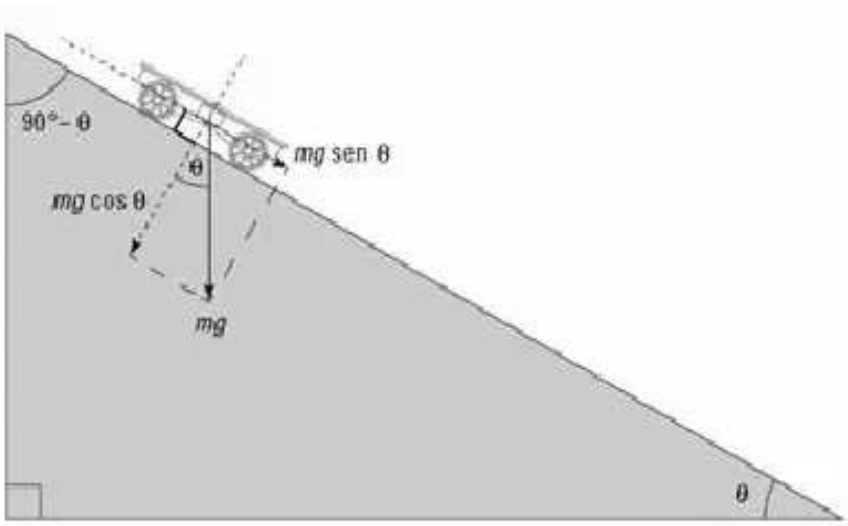


Figura 6-1.
Caída de un carro por una rampa

Cómo hallar la fuerza de la gravedad a lo largo de una rampa

El peso del carro se puede descomponer en cada una de las componentes que discurre paralela y perpendicular a la rampa. La componente perpendicular a la rampa empuja el carro hacia la superficie de la rampa. La componente del peso que actúa a lo largo de la rampa es la que acelera el carro mientras cae por ella. En este apartado verás cómo hallar la componente de la gravedad que actúa a lo largo de la rampa cuando la fuerza vertical debida a la gravedad es F_g.

Cómo calcular el ángulo

Para hallar las componentes del peso paralela y perpendicular a la rampa, necesitas conocer la relación entre la dirección del peso total y la dirección de la rampa. La manera más simple de hacerlo consiste en hallar el ángulo entre el peso y una línea perpendicular a la rampa. Este ángulo aparece señalado en la figura 6-1 como θ, y es idéntico al ángulo de la rampa.

Hay varias maneras de aplicar la geometría para ilustrar que θ es igual al ángulo de la rampa. Por ejemplo, quizá notes que el ángulo entre el peso y la línea perpendicular a la rampa tiene que ser

complementario del ángulo que hay en la parte superior de la rampa, que es $90° - \theta$ (dos ángulos son complementarios si entre ellos suman 90°).

Mira la figura 6-2. El ángulo que forma la rampa con el suelo lo determinan los puntos *ABC*. El ángulo de la parte superior de la rampa es su complementario porque los ángulos de un triángulo suman 180°, así que el ángulo $BDE = 90° - \theta$. El ángulo *BCA* tiene que ser igual al ángulo *BDE* porque los triángulos EBD y ABC son semejantes, así que puedes afirmar que el ángulo $BCA = 90° - \theta$. Por último, el ángulo *BCA* debe ser complementario al ángulo *ACF* porque claramente suman 90° (junto con el ángulo *FCD* forman una línea recta), así que al fin has llegado a la respuesta: $ACF = \theta$.

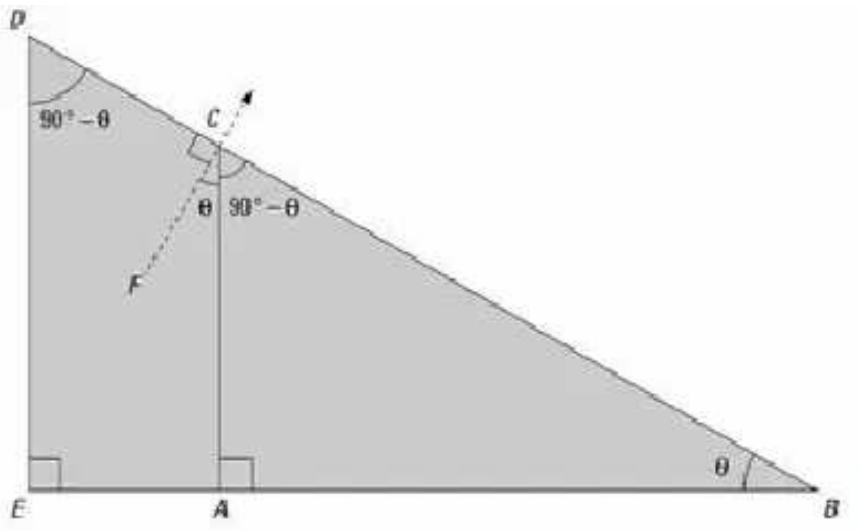


Figura 6-2.
El ángulo de la dirección perpendicular a la superficie de la rampa se deduce a partir del ángulo de la rampa

Cómo hallar la componente del peso a lo largo de una rampa



Si aplicas la trigonometría para proyectar el vector peso sobre las líneas perpendicular y paralela a la rampa (vuelve a la figura 6-1 y gira el libro 30° si eso te ayuda a ver de qué va esto), obtienes esta expresión de la componente del peso perpendicular a la rampa:

$$-mg \cos\theta$$



Y la componente del peso que discurre a lo largo de la rampa es así:

$$mg \operatorname{sen}\theta$$

Como conoces la fuerza, puedes usar la segunda ley de Newton para hallar la aceleración:

$$a = \frac{mg \text{ sen } \theta}{m} = g \text{ sen } \theta$$



Ahora sabes que la aceleración del carro a lo largo de la rampa viene dada por $a = g$ sen θ. Esta ecuación sirve para cualquier objeto que la gravedad acelere a lo largo de una rampa, siempre que no haya ningún rozamiento.

Cómo hallar la velocidad a lo largo de una rampa

Los fanáticos de la velocidad os preguntaréis cómo de rápido irá el carro cuando llegue al final de la rampa. Parece una pregunta perfecta para esta ecuación (que ya introduje en el capítulo 3):

$$v_f^2 - v_i^2 = 2as$$

La velocidad inicial a lo largo de la rampa, v_i, es 0 m/s. El desplazamiento del carro a lo largo de la rampa, s, es 5 m; y la aceleración a lo largo de la rampa es g sen θ, así que tienes lo siguiente:

$$v_f^2 = 2as$$
$$v_f^2 = 2(9{,}8 \text{ m/s}^2 \text{ sen } 30°)(5{,}0 \text{ m})$$
$$v_f^2 = 49 \text{ m}^2/\text{s}^2$$
$$v_f = 7{,}0 \text{ m/s}$$

Esto da que $v_f = 7$ m/s. No parece mucho hasta que intentas detener un vehículo de 800 kg a esa velocidad. ¡No pruebes en casa! (En realidad este ejemplo está un poco simplificado, porque parte del movimiento se iría en realidad a la velocidad angular de las ruedas y cosas así. Encontrarás más información sobre el tema en el capítulo 11.)

Pregunta rápida: ¿Qué velocidad llevaría un cubito de hielo que cayera por la rampa de las figuras 6-1 y 6-2 al llegar al final de ella si no hubiera que tener en cuenta el rozamiento? Respuesta: la misma que acabas de calcular, 7 m/s. La aceleración de un objeto a lo largo de una rampa que mantiene un ángulo θ respecto del suelo es g sen θ. La masa del objeto no importa, solo hay que tener en cuenta la componente de la aceleración debida a la gravedad que actúa a lo largo de la rampa. Y, tras conocer

la aceleración a lo largo de la superficie de la rampa, que tiene una longitud igual a *s*, puedes usar esta ecuación:

$$v_f^2 = 2as$$

La masa no interviene en absoluto.

Con derecho a roce

Ya lo sabes todo sobre el rozamiento. Es la fuerza que frena los objetos en movimiento, o al menos eso parece. En realidad, el rozamiento es crucial para la vida cotidiana. Imagina un mundo sin rozamiento: no habría manera de conducir un coche por la carretera ni de andar por la calle ni de tomarse un bocadillo. Puede que los seguidores entusiastas de la física contemplen el rozamiento como un enemigo, pero también es un aliado.

El rozamiento surge de la interacción entre las irregularidades de una superficie. Cuando se ponen en contacto dos superficies repletas de recovecos y protuberancias, se produce rozamiento. Y cuanta más presión ejerzan ambas superficies entre sí, mayor será el rozamiento porque las irregularidades se trabarán más y más unas con otras.

La física tiene mucho que decir sobre cómo funciona el rozamiento. Por ejemplo, imagina que decides inventar todo tu patrimonio en un lingote de oro inmenso, y que alguien te lo roba y se lleva tu fortuna. El ladrón aplica una fuerza al lingote para acelerarlo cuando la policía empieza a perseguirlo. Por suerte, la fuerza del rozamiento sale en tu defensa: el ladrón no es capaz de acelerarlo tanto como creía y todo ese oro se desplaza pesadamente sobre el suelo. Mira la figura 6-3, donde se ilustran las fuerzas que actúan sobre el lingote de oro.

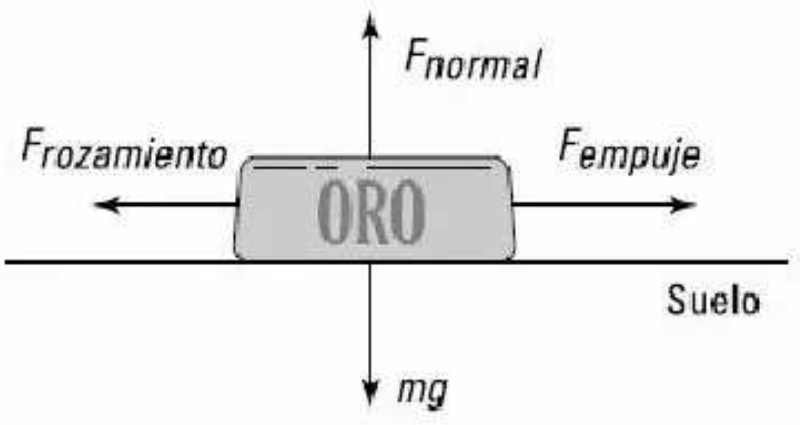


Figura 6-3.
Las fuerzas que actúan sobre un lingote de oro

Entonces, ¿qué harías para estudiar el problema con datos? Dirías que la fuerza de empuje, F_{empuje}, menos la fuerza debida al rozamiento, $F_{rozamiento}$, es igual a la fuerza neta ejercida en la dirección del eje X, lo que te revela la aceleración en esa dirección:

$$F_{empuje} - F_{rozamiento} = ma$$

Parece bastante simple. Pero ¿cómo calculas $F_{rozamiento}$? Empieza calculando la fuerza normal (que no es una fuerza normal y corriente; sigue leyendo y verás de qué se trata).

El rozamiento es muy normal



La fuerza del rozamiento, $F_{rozamiento}$, siempre actúa oponiéndose a la fuerza que aplicas al intentar mover un objeto. El rozamiento es proporcional a la fuerza con la que un objeto aprieta contra la superficie por la que intentas desplazarlo.

Tal como se ve en la figura 6-3, la fuerza con la que el lingote de oro presiona contra el suelo en esta situación no es más que su propio peso, o mg. Tal como dice la tercera ley de Newton, el suelo devuelve esa presión con la misma fuerza. La fuerza que presiona contra el lingote, perpendicular a la superficie, se denomina *fuerza normal*, y su símbolo es N. La fuerza normal no tiene por qué ser igual a la fuerza debida a la gravedad; es la fuerza perpendicular a la superficie sobre la que se desliza un objeto. En otras palabras, la fuerza normal es la fuerza que presiona una superficie contra la otra, y cuanto mayor sea la fuerza normal, más intensa será la fuerza debida al rozamiento.

En el caso de la figura 6-3, como el lingote se desliza por una superficie horizontal (el suelo), la fuerza normal tiene la misma magnitud que el peso del lingote, así que $F_{normal} = mg$. Tienes la fuerza normal, que es la fuerza que presiona entre sí el lingote y el suelo. Pero ¿adónde te lleva eso? Pues a toparte con la fuerza de rozamiento.

Cómo vencer el coeficiente de rozamiento

La fuerza del rozamiento proviene de las características superficiales de los materiales que entran en contacto. ¿Cómo predice la física de manera teórica esas características? No puede. El conocimiento detallado de las superficies que entran en contacto es algo que hay que medir en cada caso (o consultar en una tabla elaborada por alguien que haya hecho ese trabajo por ti).

Lo que mides es cómo se relaciona la fuerza normal (que es perpendicular a la superficie por la que se desliza un objeto) con la fuerza del rozamiento. Pues resulta que ambas fuerzas son proporcionales, con un buen grado de exactitud, y puedes usar una constante, μ, para relacionarlas:

$$F_{rozamiento} = \mu F_{normal}$$

Por lo general esa ecuación la verás expresada de la siguiente manera:

Por lo general esa ecuación la verás expresada de la siguiente manera:

$$F_R = \mu F_N$$

Esta ecuación te dice que cuando te encuentres con una fuerza normal, F_N, lo único que tienes que hacer es multiplicarla por una constante para hallar la fuerza de rozamiento, F_R. Esta constante, μ, se denomina *coeficiente de rozamiento* y es específico para cada par concreto de superficies. (**Nota**: los coeficientes no son una magnitud, sino un número, por lo que no tienen unidades).



He aquí un par de detalles que debes recordar:

- **La ecuación $F_R = \mu F_N$ relaciona el módulo de la fuerza de rozamiento con el módulo de la fuerza normal. Sin embargo, la fuerza normal siempre actúa perpendicular a la superficie y la fuerza de rozamiento siempre actúa paralela a la superficie.** F_R y F_N son perpendiculares entre sí.

- **La fuerza debida al rozamiento suele ser independiente del área de contacto entre las dos superficies.** Esto significa que aunque tuvieras un lingote el doble de largo y la mitad de alto seguirías teniendo la misma fuerza de rozamiento al arrastrarlo por el suelo. Es lógico: al duplicar el área de contacto cabría pensar que el rozamiento sería el doble, pero como el lingote es más alargado, se divide por la mitad la fuerza sobre cada centímetro cuadrado porque hay menos peso empujando hacia abajo.

En marcha: diferencias entre el rozamiento estático y el dinámico



Bueno, ¿preparado para ponerte la bata de científico y empezar a calcular las fuerzas debidas al rozamiento? No tan deprisa, aún te falta por saber si los objetos que están en contacto entre sí están en movimiento. Tienes dos coeficientes de rozamiento para cada par de superficies, porque hay dos procesos físicos diferentes implicados:

- **Estático.** Cuando dos superficies no están moviéndose pero presionan una contra la otra,

cabe la posibilidad de que se entrelacen en un nivel microscópico. Ese es el rozamiento estático. El coeficiente del rozamiento estático es μ_e.

- **Dinámico.** Cuando hay desplazamiento entre las superficies, disminuye la probabilidad de que las irregularidades microscópicas se entrelacen; entonces aparece el rozamiento dinámico. Este es más débil que el estático; sin embargo, con la mayoría de las superficies duras y lisas, ambos coeficientes se parecen bastante. El coeficiente del rozamiento dinámico se simboliza como μ_d.

De modo que deberás tener en cuenta dos coeficientes de rozamiento distintos con cada par de superficies: un coeficiente de rozamiento estático, μ_e y un coeficiente de rozamiento dinámico, μ_d.

Es fácil notar que el rozamiento estático es más fuerte que el rozamiento dinámico. Imagina que estás descargando una caja por una rampa y que empieza a deslizarse por ella. Para pararla puedes poner un pie en su camino; después de que se pare lo más probable es que la caja se quede quieta y no empiece a deslizarse de nuevo. Eso se debe a que el rozamiento estático, que es el que se da cuando la caja está en reposo, es mayor que el rozamiento dinámico, que es el que impera cuando la caja se desliza.

Empezar a moverse a pesar del rozamiento estático

Experimentamos el rozamiento estático cuando empujamos algo que está quieto. Ese es el rozamiento que tienes que vencer para conseguir que algo empiece a deslizarse.

Por ejemplo, digamos que el coeficiente de rozamiento estático entre el lingote de la figura 6-3 y el suelo es de 0,3, y que el lingote tiene una masa de 1.000 kg (¡una buena fortuna en oro!). ¿Qué fuerza horizontal debe aplicar un ladrón para que el lingote empiece a moverse? Sabes que la magnitud de la fuerza de rozamiento está relacionada con la magnitud de la fuerza normal mediante la siguiente ecuación:

$$F_R = \mu_e F_N$$

Y, como la superficie es plana, la fuerza normal (la que se ejercen ambas superficies, una contra la otra) va en sentido contrario a la del peso del lingote y tiene su misma magnitud. Eso significa que:

$$F_R = \mu_e mg$$

donde m es la masa del lingote y g es la aceleración debida a la gravedad cerca de la superficie de la Tierra. Al introducir los números obtienes:

$$F_R = \mu_e mg$$

$$= (0{,}30)\ (1\,000\ \text{kg})\ (9{,}8\ \text{m/s}^2)$$
$$= 2\,900\ \text{N}$$

El ladrón necesita unos 2.900 N de fuerza sólo para empezar a mover el lingote. El peso de 1 kg son 9,8 N, así que eso se traduce en el equivalente al peso de unos 300 kg. Una fuerza bastante respetable para cualquier ladrón. ¿Y qué pasa cuando el fornido ladrón consigue que el lingote empiece a moverse? ¿Cuánta fuerza necesitará para seguir moviéndolo? Tendrá que calcular el rozamiento dinámico.

Mantener un movimiento con rozamiento dinámico

La fuerza debida al rozamiento dinámico, que es la que se produce cuando dos superficies se deslizan una sobre la otra, no es tan fuerte como el rozamiento estático, pero eso no significa que puedas predecir cuál va a ser el coeficiente de rozamiento dinámico, por mucho que conozcas el coeficiente de rozamiento estático: alguien tiene que medir ambas fuerzas.

Imagina que el lingote de oro de la figura 6-3, con una masa de 1.000 kg, tuviera un coeficiente de rozamiento dinámico, μ_d, de 0,18. ¿Cuánta fuerza necesitará el ladrón para mover el lingote con una velocidad constante durante el atraco? Dispones de todos los datos necesarios; la magnitud de la fuerza dinámica de rozamiento está relacionada con el módulo de la fuerza normal mediante:

$$F_R = \mu_d F_N = \mu_d mg$$

Al introducir los números obtienes:

$$F_R = \mu_d mg$$
$$= (0{,}18)\ (1\,000\ \text{kg})\ (9{,}8\ \text{m/s}^2)$$
$$= 1\,800\ \text{N}$$

El ladrón necesita unos 1.800 N de fuerza para seguir deslizando el lingote de oro mientras huye de la policía. Esto se traduce en el peso de una masa de unos 200 kg, algo poco viable cuando el ladrón intenta correr a toda velocidad, a menos que cuente con amigos que le ayuden. ¡Qué suerte tienes! La física dice que la policía conseguirá recuperar tu oro. Como los polis lo saben todo sobre el rozamiento, echan una mirada a la recompensa y te dicen: “Lo hemos recuperado, pero arrástralo tú hasta tu casa”.

Una pendiente poco resbaladiza: el rozamiento ascendente y el descendente

Las fuerzas de rozamiento dependen de la intensidad de la fuerza normal que actúe en cada momento.

Sin embargo, cuando dichas fuerzas actúan sobre una rampa, el ángulo de la rampa inclina la fuerza normal según cierto ángulo; esto debes tenerlo en cuenta para hallar las fuerzas de rozamiento.

¿Y si tienes que subir a rastras un objeto pesado por una rampa? Imagina que tienes que mover un frigorífico. Te vas de pesca y, como esperas capturar un montón de peces, decides llevarte el

frigorífico de 100 kg que tienes en casa. El único inconveniente es subir el aparato al coche (mira la figura 6-4). Hay que subir el electrodoméstico por una rampa de 30° que resulta que tiene un coeficiente estático de rozamiento de 0,15 (consulta el apartado anterior "En marcha: diferencias entre el rozamiento estático y el dinámico"). La buena noticia es que cuentas con dos amigos para ayudarte a mover la nevera. La mala noticia es que solo puedes contar con 350 N de fuerza por cada uno, así que a tus amigos les da un ataque de pánico.

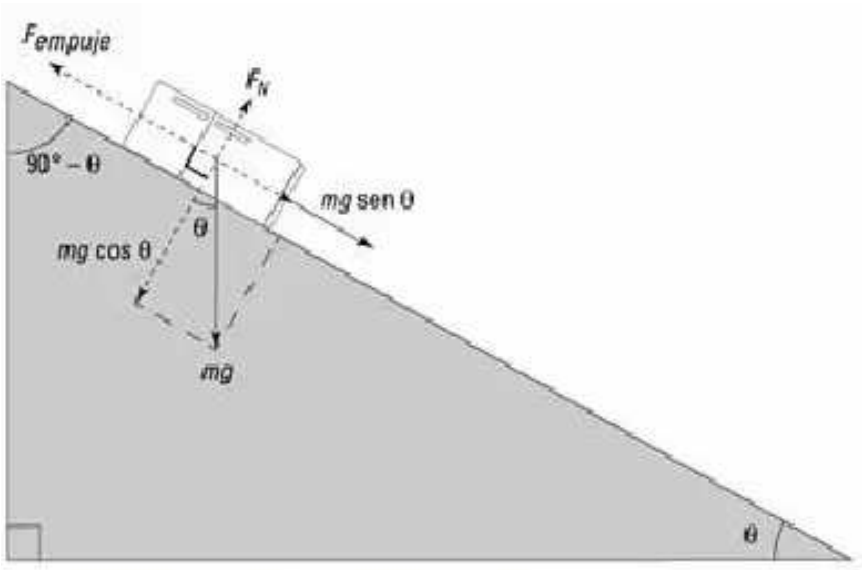


Figura 6-4: Tienes que luchar contra distintos tipos de fuerza y rozamiento para empujar un objeto hacia la parte superior de una rampa

La fuerza mínima necesaria para subir esa nevera por la rampa tiene una magnitud F_{empuje} y tiene que contrarrestar dos cosas: la componente del peso de la nevera que actúa a lo largo de la rampa y la fuerza debida al rozamiento. Vamos por partes: veamos cada una de esas componentes en un apartado a continuación.

Cómo hallar las componentes del peso paralela y perpendicular a la rampa

El primer paso para resolver este problema consiste en descomponer el peso del frigorífico en sus componentes paralela y perpendicular a la rampa. Observa la figura 6-4, donde aparecen representadas la nevera y las fuerzas que actúan sobre ella. En un apartado previo titulado "Cómo hallar la componente del peso a lo largo de una rampa" se explica cómo descomponer el peso en sus componentes en una situación como esta. La componente del peso del frigorífico a lo largo de la rampa es mg sen θ, y la componente del peso de la nevera perpendicular a la rampa es $-mg$ cos θ.

Si conoces la componente del peso a lo largo de la rampa, puedes hallar la fuerza mínima necesaria para arrastrar la nevera hacia arriba por la rampa. La fuerza mínima debe sobrepasar la fuerza estática de rozamiento que actúa hacia abajo de la rampa y la componente del peso del frigorífico

paralela a la rampa, así que la fuerza mínima es:

$$F_{empuje} = mg \text{ sen } \theta + F_R$$

Cómo hallar la fuerza de rozamiento

La siguiente cuestión es ¿cuál es la fuerza de rozamiento, F_R? ¿Habrá que usar el coeficiente estático de rozamiento o el coeficiente dinámico de rozamiento? Como el coeficiente dinámico de rozamiento es menor que el estático, este segundo es más conveniente. Una vez que tú y tus amigos hayáis empezado a mover la nevera, podréis seguir moviéndola con menos fuerza. Como vas a emplear el coeficiente estático de rozamiento, puedes hallar F_R de este modo:

$$F_R = \mu_e F_N$$

Para seguir, también necesitas la fuerza normal, F_N, (mira el apartado "El rozamiento es muy normal" que está en este capítulo, antes de este punto en el que estás). F_N es igual y opuesta a la componente del peso del frigorífico que actúa perpendicular a la rampa. La componente del peso del refrigerador que actúa perpendicular a la rampa es $-mg \cos \theta$ (mira el apartado anterior), así que puedes decir que la fuerza normal que actúa sobre la nevera es:

$$F_N = mg \cos \theta$$

Puedes comprobarlo asignándole a θ un valor cero, lo que significa que $F_N$se convierte en mg, como debe ser.

La fuerza estática de rozamiento, F_R, viene dada entonces por $F_R = \mu_e\, mg \cos \theta$. Así que la fuerza mínima necesaria para vencer la componente del peso que actúa a lo largo de la rampa y la fuerza estática de rozamiento (la fuerza de empuje) viene dada por:

$$F_{empuje} = mg \text{ sen } \theta + \mu_e\, mg \cos \theta$$

Ahora no queda más que introducir los datos:

$$\begin{aligned} F_{empuje} &= mg \text{ sen } \theta + \mu_s mg \cos \theta \\ &= (100 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(\text{sen } 30^\circ) + (0{,}20)(100 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(\cos 30^\circ) \\ &\quad 490 \text{ N} + 170 \text{ N} \\ &= 660 \text{ N} \end{aligned}$$

Necesitas 660 N de fuerza para subir la nevera por la rampa. En otras palabras, como cada uno de tus amigos puede ejercer 350 N de fuerza, entre los dos podrán hacer el trabajo. "¡Manos a la obra!", dices señalándoles con determinación el frigorífico. Por desgracia, en cuanto llegan a la parte más alta de la rampa, uno de ellos tropieza, el electrodoméstico empieza a deslizarse rampa abajo y los

dos se apartan de un salto y abandonan la nevera a su suerte.

Cosas sueltas: cómo calcular cuánto se deslizará un objeto

Suponiendo que la rampa y el suelo tuvieran el mismo coeficiente dinámico de rozamiento y que la nevera empezara a deslizarse desde la parte superior de la rampa, ¿cuánto se deslizaría el frigorífico que soltaron tus amigos (en el apartado anterior)? Observa la figura 6-5, que ilustra la nevera cayendo por la rampa de 3 m. Mientras la miras compruebas con consternación que está acelerando. Hay un coche aparcado a tan sólo 7,2 m del final de la rampa. ¿Llegará a chocar con él la nevera descontrolada?

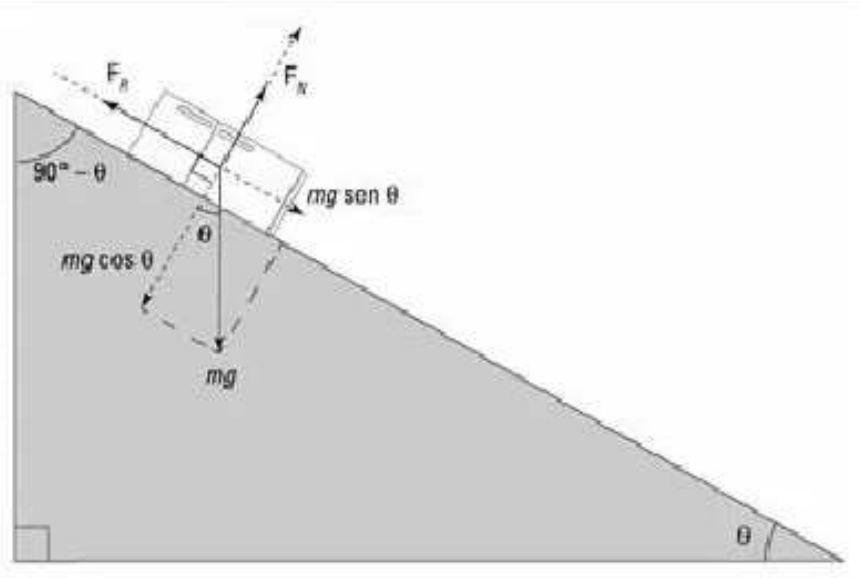


Figura 6-5.
Representación de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto que cae deslizándose por una rampa

Cómo calcular la aceleración y la velocidad final en la parte inferior de la rampa

Cuando un objeto se desliza hacia abajo, cambian las fuerzas que actúan sobre él (mira la figura 6-5). En el caso del frigorífico, deja de haber una fuerza F_{empuje} que lo suba por la rampa. En su lugar, la componente del peso de la nevera que actúa a lo largo de la rampa la empuja hacia abajo. Y, mientras la nevera cae deslizándose, el rozamiento se opone a esa fuerza. Entonces, ¿qué fuerza es la que acelera el aparato hacia abajo? El peso que actúa a lo largo de la rampa es mg sen θ y la fuerza normal es mg cos θ, lo que significa que la fuerza dinámica de rozamiento es:

$$F_R = \mu_d F_N = \mu_d mg \cos \theta$$

La fuerza neta que acelera la nevera hacia abajo de la rampa, $F_{aceleración}$, se corresponde con la diferencia entre la componente del peso del frigorífico a lo largo de la rampa y la fuerza de rozamiento que se opone a ella:

$$\begin{aligned} F_{aceleración} &= mg \text{ sen } \theta - F_R \\ &= mg \text{ sen } \theta - \mu_d mg \cos \theta \end{aligned}$$

Fíjate en que restas F_F, la fuerza debida a la fricción, porque esa fuerza siempre actúa para oponerse a la fuerza que hace que se mueva el objeto. Al introducir los números obtienes

$$F_{aceleración} = (100\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)\text{sen }30° - (0{,}15)(100\text{ kg})(9{,}8\text{ m/s}^2)\cos 30°$$
$$= 360\text{ N}$$

La fuerza que arrastra el frigorífico hacia abajo por la rampa asciende a 360 N. Como la masa del aparato es de 100 kg, tienes una aceleración de 360 N / 100 kg = 3,6 m/s^2, que actúa a lo largo de toda la rampa de 3 m. Puedes calcular la velocidad final de la nevera en la parte inferior de la rampa de esta manera:

$$v_f^2 = 2as$$

Al introducir los números obtienes:

$$v_f^2 = 2(3{,}6\text{ m/s}^2)(3{,}0\text{ m})$$
$$v_f^2 = 21{,}6\text{ m}^2/\text{s}^2$$
$$v_f \quad 4{,}6\text{ m/s}$$

La velocidad final de la nevera cuando empieza a deslizarse por la calzada hacia el coche aparcado es de unos 4,6 m/s.

Cómo calcular la distancia recorrida

A partir de los cálculos realizados en el apartado anterior, ¿sabes cuánto trecho recorrerá la nevera después de que tus amigos la dejen caer por la rampa?

Tienes un frigorífico que se desliza por la calle a 4,6 m/s y debes calcular qué distancia recorrerá. Como ahora se desliza sobre el pavimento, habrá que tener en cuenta la fuerza debida al rozamiento. La gravedad ya no hará que el objeto acelere porque la calle es llana. Tarde o temprano, el aparato se parará. Pero ¿a qué distancia lo hará del coche que está aparcado en la calle a 7,2 m del punto donde acaba la rampa? Como de costumbre, lo primero es calcular la fuerza que actúa sobre el objeto. Así que averiguas la magnitud de la fuerza debida al rozamiento:

$$F_R = \mu_d F_N$$

Como la nevera se mueve por una superficie horizontal, la fuerza normal, F_N, no es más que el peso del frigorífico, mg, lo que significa que la fuerza de rozamiento es:

$$F_R = \mu_d F_N = \mu_d mg$$

Al introducir los datos se obtiene:

$$F_R = \mu_d mg = (0{,}15)(100\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 150\ \text{N}$$

Así que sobre la nevera que ahora tiene aterrorizado al vecindario actúa una fuerza de 150 N que la frena. Entonces, ¿cuánto trecho recorrerá antes de pararse? Si partes de que el aparato se mueve en horizontal en la dirección positiva, entonces, como la fuerza actúa en sentido opuesto, su componente horizontal es negativa. Y según dice la segunda ley de Newton, la aceleración también es negativa y viene dada por:

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{-150\ \text{N}}{100\ \text{kg}} = -1{,}5\ \text{m/s}^2$$

Hallarás la distancia recorrida mediante la ecuación $v_f 2 - v_i 2 = 2as$. La distancia que recorre el frigorífico asciende a

$$s = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$$

En este caso la velocidad final, v_f, es cero porque lo que estás buscando es el punto en el que la nevera estará parada. Por tanto la ecuación se convierte en:

$$s = \frac{v_{fi}^2 - v^2}{2a} = \frac{0^2 - (4{,}6\ \text{m/s})^2}{2(-1{,}5\ \text{m/s}^2)} \approx 7{,}1\ \text{m}$$

¡Bien! La nevera solo se deslizará 7,1 m y el coche está a 7,2 m de distancia. Libre de la presión, observas el espectáculo que dan tus amigos presas del pánico mientras corren tras el aparato hasta ver que se detiene justo antes de chocar contra el coche, tal como tú habías previsto.

¡Fuego! Lanza objetos por los aires

Este apartado va de que todo lo que sube tiene que bajar: el comportamiento de objetos influidos por la atracción gravitatoria constante. La segunda ley de Newton permite relacionar la aceleración de un cuerpo con la fuerza neta que actúa sobre él. Sabes que la gravedad ejerce una fuerza sobre cualquier masa, lo que llamamos su peso, con una magnitud *mg*. Así que hay que trabajar con la constante *g*, la aceleración de una masa sometida al influjo único de la gravedad. Cuando sepas cómo se relaciona la aceleración con la velocidad y el desplazamiento, podrás resolver el movimiento de un proyectil.

En este apartado lanzarás proyectiles y dejarás que la gravedad perfile sus trayectorias. Verás que, como la fuerza de la gravedad solo actúa hacia abajo (es decir, en dirección vertical), puedes tratar

como la fuerza de la gravedad solo actúa hacia abajo (es decir, en dirección vertical), puedes tratar las componentes vertical y horizontal por separado. Empezaré con el movimiento vertical por sí solo, antes de entrar a estudiar la trayectoria teniendo en cuenta la componente tanto horizontal como vertical. Cuando dispongas de toda esta información, podrás calcular cosas como el tiempo que tarda un proyectil en impactar contra el suelo o en alcanzar el punto más alto de su trayectoria y la

distancia que recorrerá.

Disparo de un objeto justo en vertical

Para empezar por lo fácil, descubre cuánta altura alcanzará un proyectil lanzado justo en vertical. Digamos, por ejemplo, que el día de tu cumpleaños, tus amistades te regalan lo que siempre habían deseado: un cañón. Su velocidad de salida es de 860 m/s y dispara proyectiles de 10 kg de peso.

Deseosos de enseñarte cómo funciona, tus amigos realizan un disparo. Pero hay un problema: el cañón apunta justo hacia arriba. ¿Cuánto tiempo tenéis para alejaros del lugar?

El ascenso: altura máxima

¡Caray!, piensas mientras observas la bola de cañón. Te preguntas hasta qué altura llegará, así que todo el mundo empieza a hacer conjeturas. Pero como tú cuentas con tus conocimientos de física, podrás calcularlo con exactitud.

Conoces la velocidad vertical inicial, v_i, de la bala de cañón, y sabes que la gravedad la acelerará hacia abajo. ¿Cómo determinarías qué altura alcanzará? En la máxima altura del proyectil, su velocidad vertical será cero, y después volverá a precipitarse hacia el suelo. Por tanto, puedes usar la siguiente ecuación en el punto más alto de la bola de cañón, donde su velocidad vertical valdrá cero:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2as$$

Como quieres conocer el desplazamiento de la bola desde su posición inicial, habrá que despejar s. Así que te queda:

$$s = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$$

Ahora introducirás los datos que conoces: v_f es 0 m/s; v_i vale 860 m/s; y la aceleración se corresponde con g hacia abajo (g vale 9,8 m/s^2 porque es la aceleración debida a la gravedad en la superficie de la Tierra), o $-g$. Y obtienes lo siguiente:

$$s = \frac{v_f^2 - v^2}{2a} = \frac{(0\ \text{m/s})^2 - (860\ \text{m/s})^2}{2(-9{,}8\ \text{m/s}^2)} \approx 3{,}8 \times 10^4\ \text{m}$$

¡Vaya! El proyectil alcanzará 38 km de altura. No está mal para un regalo de cumpleaños.

Flotando en el aire: un instante en suspensión

¿Cuánto tardará en alcanzar su altura máxima una bola de cañón lanzada en vertical hasta 38 km de altura? (Consulta el apartado anterior.)

Sabes que la velocidad vertical de la bola de cañón cuando alcance su altura máxima será de 0 m/s, así que puedes emplear la siguiente ecuación para hallar el tiempo que tardará el proyectil en alcanzar esa altura máxima:

$$v_f = v_i + at$$

Como $v_f = 0$ m/s y $a = -g = -9{,}8$ m/s^2, resulta esto:

$$0 = v_i - gt$$

Si despejas el tiempo te sale lo siguiente:

$$t = \frac{v_i}{g}$$

Así que introduces los números en la calculadora del siguiente modo:

$$t = \frac{v_i}{g} = \frac{860 \text{ m/s}}{9{,}8 \text{ m/s}^2} \approx 88 \text{ s}$$

La bola de cañón tarda 88 s en alcanzar su altura máxima.

Nota: Esta ecuación es una de las vías para llegar a la solución, pero tienes muchas otras maneras de resolver un problema como este. Encontrarás un problema muy parecido en el capítulo 4, donde una pelota de golf cae por un precipicio; en aquel problema, se aplica la ecuación $s = (1/2)at^2$ para averiguar cuánto tiempo permanece la pelota en el aire, teniendo en cuenta la altura del precipicio.

El descenso: factorización del tiempo total

¿Cuánto tiempo tardará en completar todo su recorrido (el ascenso y el descenso desde la boca del cañón hasta el suelo) una bola de cañón lanzada al aire hasta una altura de 38 km, si tarda 88 s en realizar la mitad del recorrido (o sea, en alcanzar su altura máxima)? Los vuelos como el de esta bola de cañón son simétricos; el trayecto ascendente es como una imagen especular del trayecto descendente. La velocidad en cualquier punto del recorrido hacia arriba tiene exactamente la misma magnitud que en el recorrido hacia abajo, pero durante el descenso, la velocidad va en el sentido contrario. Si ignoras la resistencia del aire, eso significa que la duración total del vuelo ascenderá al doble de lo que tarda la bola de cañón en alcanzar su punto más alto; es decir:

$$t_{total} = 2(88\ \text{s}) = 176\ \text{s}$$

Tienes 176 s, o 2 min y 56 s, hasta que la bola de cañón impacte contra el suelo.

Movimiento de proyectiles: disparo de un objeto con un ángulo

El lanzamiento de proyectiles con un ángulo introduce una componente horizontal en el movimiento. Sin embargo, la fuerza de la gravedad actúa tan solo en dirección vertical, así que la componente horizontal de la trayectoria es uniforme. Puedes abordar este tipo de problema separando las componentes horizontal y vertical del movimiento.

Veamos un ejemplo: imagina que uno de tus retorcidos amigos decide disparar una bala de cañón con ángulo, tal como ilustra la figura 6-6. Los siguientes apartados analizan el movimiento del proyectil cuando no se
dispara recto sino con una trayectoria que forma ángulo con la horizontal.

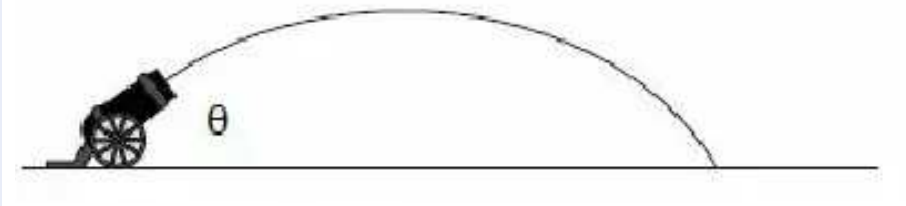


Figura 6-6.
Disparo de un cañón con un ángulo determinado respecto del suelo

Descomposición del movimiento de una bola de cañón en sus componentes



¿Cómo abordarías el movimiento de un objeto lanzado al aire con un ángulo? Como siempre puedes descomponer el movimiento ascendente en dos dimensiones —es decir, en sus componentes *x* e *y*— y como la gravedad actúa solo en la componente *y*, lo tienes fácil. Basta con que descompongas la velocidad inicial en sus componentes *x* e *y* (mira el capítulo 4 para recordar los rudimentos de esta tarea):

$$v_x = v_i \cos\theta$$
$$v_y = v_i \operatorname{sen}\theta$$

Estas componentes de la velocidad son independientes y la gravedad actúa tan solo en la dirección *y*, lo que significa que v_x es constante; solo v_y cambia con el tiempo, y lo hace de la siguiente manera:

lo que significa que v_x es constante, solo v_y cambia con el tiempo, y lo hace de la siguiente manera:

$$v_y = v_i \operatorname{sen} \theta - gt$$

Si quieres conocer las posiciones *x* e *y* de la bala en cualquier instante, puedes calcularlo con facilidad. Sabes que *x* es:

$$x = v_x t = (v_i \cos \theta) t$$

Y como la gravedad acelera la bola de cañón en vertical, esto es lo que vale *y* (aquí, t^2 es lo que confiere a la trayectoria de la bola de cañón en la figura 6-6 forma de parábola):

$$y = v_y t - \frac{1}{2} g t^2$$

En apartados anteriores calculaste el tiempo que tarda la bola de cañón en impactar contra el suelo cuando se dispara en vertical: $t = 2v_y / g$. Conocer el tiempo te permite hallar el alcance del cañón en la dirección x:

$$s = v_x t = \frac{2 v_x v_y}{g} = \frac{2 v_0^2 \operatorname{sen} \theta \cos \theta}{g}$$

Así que ya lo tienes: ahora puedes calcular el alcance del cañón dada la velocidad de la bola de cañón y el ángulo con el que se disparó.

Cómo conocer el alcance máximo del cañón

¿Cuál es el alcance de tu nuevo cañón si le das al disparo un ángulo de 45°, que es el que te proporciona el máximo alcance? Si la bola de cañón tiene una velocidad inicial de 860 m/s, la ecuación que uses tendrá esta pinta:

$$s = v_x t = \frac{2 v_i^2 \operatorname{sen} \theta \cos \theta}{g} = \frac{2(860 \text{ m/s})^2 \operatorname{sen} 45^\circ \cos 45^\circ}{9{,}8 \text{ m/s}^2} \approx 75{,}000 \text{ m}$$

El alcance es de 75 km. No está mal.

Capítulo 7

Dale vueltas a los movimientos rotatorios y las órbitas

En este capítulo

- Trabajarás con la aceleración centrípeta
- Sentirás el empuje de la fuerza centrípeta
- Introducirás el desplazamiento, la velocidad y la aceleración angulares
- Te pondrás en órbita con las leyes de Newton y la gravedad
- Pillarás la onda del movimiento circular vertical

El movimiento circular se da en ámbitos muy distintos; así, es circular el movimiento de una nave alrededor de un planeta, el de los coches de carreras zumbando por un circuito y el de las abejas revoloteando alrededor de la colmena. En este capítulo indagarás en la velocidad y la aceleración de objetos que se mueven en círculos. Este análisis conduce a formas más generales de movimiento rotatorio, por lo que será útil hablar del movimiento teniendo presente que se forman ángulos (en vez de pensar que solo se produce en línea recta).

De hecho, todos los conceptos que han aparecido en el capítulo anterior: el desplazamiento, la velocidad y la aceleración, tienen su equivalente angular. En lugar de ver el desplazamiento como una distancia, lo verás como el recorrido de un ángulo; por su parte, la velocidad angular indica qué ángulo se recorre en un período determinado y la aceleración angular expresa la tasa de variación de la velocidad angular. Lo único que hay que hacer es sustituir los elementos de las ecuaciones lineales por sus equivalentes angulares: desplazamiento angular en lugar de desplazamiento, velocidad angular en lugar de velocidad, y aceleración angular en lugar de aceleración.

Aceleración centrípeta: cambio de dirección para moverse en

círculo



Para que un objeto siga un movimiento circular, su velocidad debe cambiar constantemente de dirección. Como la velocidad cambia, hay aceleración. En concreto, hay aceleración centrípeta, la aceleración necesaria para mantener un objeto siguiendo un movimiento circular. En cualquier punto, la velocidad del objeto es perpendicular al radio del círculo.

Si la cuerda que sujeta la bola de la figura 7-1 se rompiera en el instante en que la bola está arriba, abajo, a la derecha o a la izquierda, ¿hacia dónde saldría lanzada? Si la velocidad apunta hacia la izquierda, la bola saldrá volando hacia la izquierda. Si la velocidad apunta hacia la derecha, la pelota volará hacia la derecha. Y lo mismo pasará en los demás casos. Esto no es nada intuitivo para mucha gente, pero es la clase de pregunta de física que puedes encontrar en un curso introductorio.



La velocidad de un objeto en movimiento circular siempre forma un ángulo recto con el radio de la trayectoria del objeto. En cualquier instante, la velocidad apunta a lo largo de la minúscula sección de la circunferencia del círculo en la que se encuentra el objeto, así que la velocidad es tangencial al círculo.

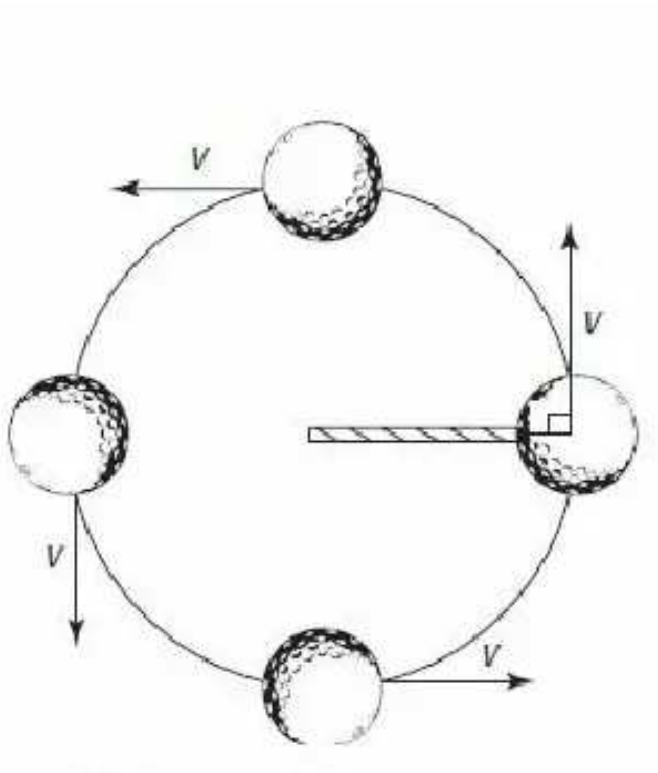


Figura 7-1

Figura 7-1.
La velocidad cambia constantemente de dirección con los objetos que mantienen un movimiento circular

Velocidad de módulo constante en el movimiento circular uniforme

Los objetos que siguen un *movimiento circular uniforme* se desplazan en círculo con una velocidad de módulo constante. Es difícil encontrar ejemplos prácticos a menos que consideres al piloto de un coche de carreras sobre una pista perfectamente circular con el acelerador fijo, un reloj con el segundero en movimiento constante, o la Luna en órbita alrededor de la Tierra.

En la figura 7-2 está representada una pelota de golf que sujeta a una cuerda se desplaza en círculos. La pelota de golf se mueve con una velocidad de módulo constante a medida que gira en círculo, así que puedes afirmar que sigue un movimiento circular uniforme.



Un objeto en movimiento circular uniforme no se desplaza con velocidad uniforme, porque el vector velocidad cambia sin cesar de dirección.

Descripción del período

Cualquier objeto que sigue un movimiento circular uniforme siempre tarda el mismo tiempo en recorrer un círculo completo. Ese tiempo se denomina *período* y se simboliza mediante la letra mayúscula *T*.

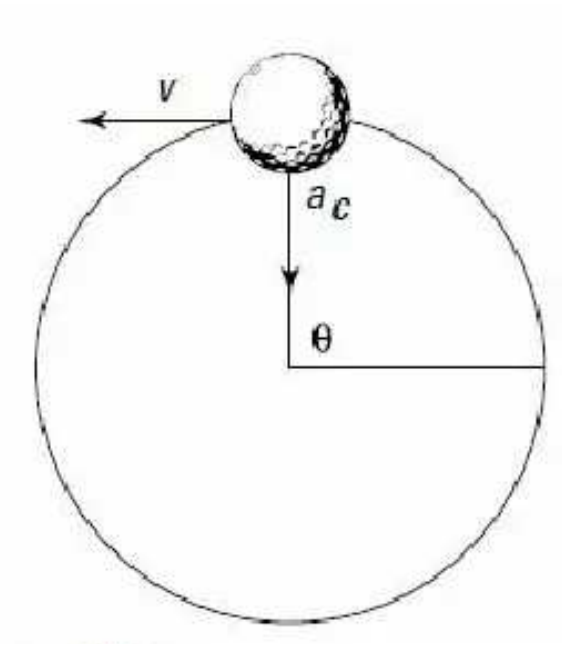
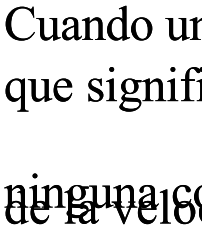


Figura 7-2.
Una pelota de golf sujeta a una cuerda cuya velocidad tiene módulo constante

En el caso de la pelota de golf sujeta a una cuerda que se mueve en círculos con una velocidad de módulo constante, te resultará fácil relacionar la velocidad de la pelota con el período. Sabes que la

distancia que recorre la pelota cada vez que da un giro completo equivale a la longitud de la circunferencia, que es $2\pi r$, donde r es el radio del círculo, así que puedes deducir la ecuación necesaria para hallar el período del objeto calculando primero su velocidad:

$$v = \frac{\text{circunferencia}}{\text{período}} = \frac{2\pi r}{T}$$



Si despejas T, obtienes la ecuación para hallar el período:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Imagina que mueves la pelota de golf con una cuerda de un metro y de forma que completa una vuelta cada medio segundo. ¿Con qué velocidad se moverá? Es el momento de introducir los números:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(1{,}0\text{ m})}{0{,}50\text{ s}} \approx 12{,}6\text{ m/s}$$

La pelota se mueve con una velocidad de 12,6 m/s. ¡Asegúrate de que usas una cuerda lo bastante fuerte!

Aceleración hacia el centro

Cuando un objeto sigue un movimiento circular uniforme, el módulo de su velocidad es constante, lo que significa que la magnitud del vector velocidad no cambia. Así que la aceleración no puede tener ninguna componente en la misma dirección que el vector velocidad; si la tuviera cambiaría el módulo de la velocidad.

Sin embargo, la dirección de la velocidad cambia sin cesar, de manera que el movimiento del objeto traza un círculo constante. Para que esto suceda, la aceleración centrípeta del objeto siempre se dirige hacia el centro del círculo, perpendicular a la velocidad del objeto. La aceleración altera la dirección de la velocidad del objeto pero mantiene constante su módulo.

En el caso de la pelota (consulta las figuras 7-1 y 7-2), la fuerza que la cuerda ejerce sobre ella la obliga a moverse en círculo (es la fuerza que aporta aceleración centrípeta a la pelota). Para aplicar esa fuerza hay que empujar constantemente la pelota hacia el centro del círculo. (Imagina lo que se

siente, en relación con la fuerza, al mover un objeto en círculos con una cuerda.) En la figura 7-2 se ve el vector aceleración centrípeta, a_c.

Si la pelota gana aceleración centrípeta, es decir, hacia el centro del círculo, ¿por qué no choca contra la mano? La respuesta es que la pelota ya se mueve con una velocidad elevada antes de

acelerarla. La fuerza, y por tanto la aceleración, que le imprimes siempre actúa en ángulo recto con respecto a la velocidad.

Cómo calcular la aceleración centrípeta



Para que un objeto se mantenga en movimiento circular, hay que aplicarle aceleración hacia el centro del círculo. Así que, ¿puedes hallar la magnitud de la aceleración requerida? Sin duda. Si un objeto sigue un movimiento circular uniforme con una velocidad *v* y con un radio *r*, puedes hallar la magnitud de la aceleración centrípeta con la siguiente ecuación:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Como ejemplo práctico, imagina que conduces muy rápido por una carretera llena de curvas. A partir de la ecuación $a_c = v^2/r$ ves que para cualquier velocidad, la aceleración centrípeta es inversamente proporcional al radio de la curva. En otras palabras, en las curvas más cerradas (cuanto menor sea el radio), el coche necesitará una aceleración centrípeta mayor (la aceleración aumenta).

En busca del centro: la fuerza centrípeta

Cuando tomas una curva con un coche creas una aceleración centrípeta mediante el rozamiento de los neumáticos contra la carretera. ¿Cómo sabes qué fuerza necesitas generar para hacer girar el coche con una velocidad y un radio de giro determinados? Pues eso depende de la *fuerza centrípeta*, la fuerza dirigida hacia el centro de la curva necesaria para que un objeto se mantenga con un movimiento circular uniforme.

En este apartado descubrirás de qué manera consigue la fuerza centrípeta mantener un objeto moviéndose en círculo, y que los detalles del movimiento circular, como el radio y la velocidad, dependen de la fuerza centrípeta.

Busca la fuerza que necesitas

Busca la fuerza que necesitas



La fuerza centrípeta no es una fuerza nueva que sale de la nada cuando un objeto se desplaza en círculo; es la fuerza que necesita el objeto para seguir moviéndose en círculo.

Tal como sabes por la primera ley de Newton (vuelve al capítulo 5 si necesitas recordarlo), si sobre un objeto en movimiento no actúa ninguna fuerza neta, el objeto seguirá un movimiento uniforme y rectilíneo. Si una fuerza (o una componente de una fuerza) actúa en la misma dirección que la velocidad del objeto, entonces el objeto empieza a moverse más deprisa; y si la fuerza actúa en sentido contrario a la velocidad, entonces el objeto se frena. Sin embargo, si la fuerza mantiene constante el módulo pero siempre actúa perpendicular al vector velocidad, entonces la magnitud de la velocidad no cambia, solo lo hace su dirección: el objeto se mueve en círculo. En este caso, la fuerza se denomina *fuerza centrípeta*.

Si haces girar en círculos una pelota sujeta a una cuerda, entonces la fuerza centrípeta procede de la tensión de la cuerda. Cuando la Luna orbita alrededor de la Tierra, la fuerza centrípeta procede de la gravedad. Y cuando conduces un coche en círculo, la fuerza centrípeta sale del rozamiento de los neumáticos contra la carretera. El origen de la fuerza no es importante, lo único que importa es que mantiene una magnitud constante y siempre actúa perpendicular a la velocidad, hacia el centro del círculo.

La ficticia fuerza centrífuga

Es probable que hayas oído hablar de la fuerza centrífuga y que la hayas notado al tomar una curva o doblar una esquina con el coche. Sin embargo, la fuerza centrífuga no es realmente una fuerza tal como se define en las leyes de Newton. Parece una fuerza, pero no lo es.

Cuando vas en un coche que tuerce en una esquina, el cuerpo lleva una inercia y tiende a moverse con una velocidad uniforme en línea recta. Pero como el coche da un giro, parece que algo empuja el cuerpo hacia fuera del vehículo, hacia la puerta del coche.

Cómo afectan la masa, la velocidad y el radio a la fuerza centrípeta



Como la fuerza es igual a la masa por la aceleración, **F** = *ma*, y como el módulo de la aceleración centrípeta equivale a v^2/r (consulta el apartado anterior titulado "Cómo calcular la aceleración centrípeta"), puedes hallar la magnitud de la fuerza centrípeta necesaria para mantener un objeto en

movimiento circular uniforme con la siguiente ecuación:

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

Esta ecuación revela la magnitud de la fuerza necesaria para mover un objeto de una masa dada, *m*, siguiendo un círculo de un radio concreto, *r*, y con una velocidad determinada, *v*. (Recuerda que la dirección de la fuerza siempre es hacia el centro del círculo.)

Piensa cómo incide en la fuerza la variación de una de las variables. La ecuación indica que si aumenta la masa o la velocidad, se precisará una fuerza mayor; por otra parte, si se reduce el radio, habrá que dividir por un número menor, así que también hará falta una fuerza más grande. Así funcionan estas ideas en el mundo real:

- **Aumento de la masa.** Tal vez te resulte fácil mover en círculos una pelota de golf sujeta a una cuerda, pero ¡ten cuidado si la sustituyes por una bola de cañón! Entonces quizá tengas que mover 10 kg sujetos al extremo de una cuerda de 1 m de longitud para completar un círculo cada medio segundo. Como comprobarás, necesitas muchísima más fuerza.

- **Aumento de la velocidad.** ¿No te interesan las bolas de cañón que se mueven en círculos? Entonces imagina que conduces un coche en círculo. Si recorres el círculo muy despacio, las ruedas no tienen ningún problema en producir suficiente fuerza de rozamiento para que sigas avanzando en círculo; pero si vas demasiado deprisa, las ruedas ya no pueden generar rozamiento suficiente, así que empiezas a derrapar.

- **Reducción del radio.** El efecto del radio se nota cuando conduces un coche en círculo. Si lo conduces a la misma velocidad en círculos cada vez menores, al final las ruedas no son capaces de generar suficiente fuerza centrípeta a partir del rozamiento y acabas derrapando y saliéndote de la trayectoria circular.

Intenta introducir algunos números en la fórmula. La pelota de la figura 7-2 se mueve a 12,6 m/s sujeta a una cuerda de 1 m. ¿Cuánta fuerza necesitas para mover una bola de cañón de 10 kg siguiendo el mismo círculo y con la misma velocidad? La ecuación para resolverlo es así:

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{(10.0\ \text{kg})(12.6\ \text{m/s})^2}{}$$

$$= \frac{(10{,}0\ \text{kg})(12{,}6\ \text{m/s})^2}{1{,}0\ \text{m}} \approx 1\,590\ \text{N}$$

Necesitas unos 1.590 N, una fuerza equivalente al peso de unos 160 kg. En mi opinión, una cantidad nada despreciable; espero que tengas unos brazos a la altura.

Cómo tomar curvas planas y peraltadas

Imagina que vas conduciendo un coche y te encuentras con una curva. En las vías planas, la fuerza centrípeta necesaria para superar la curva proviene del rozamiento de los neumáticos contra el suelo. Si la carretera está cubierta de hielo, por ejemplo, el rozamiento será mucho menor y no podrás girar con la misma seguridad a velocidad alta.

Para que las curvas sean más seguras, los ingenieros diseñan las carreteras con curvas peraltadas. Cuando la carretera tiene un ángulo respecto al plano horizontal, hay una componente de la fuerza normal de la carretera que actúa sobre el coche, hacia el centro del círculo. Esto significa que no necesitas tanto rozamiento en las ruedas para realizar el giro.

Dependes del rozamiento para tomar curvas en carreteras planas

Cuando conduces por una vía plana, el rozamiento aporta la fuerza centrípeta (hacia el centro del círculo), que te permite tomar una curva.

Imagina que viajas en el asiento del copiloto de un coche que se aproxima a una curva con un radio de 200 m (con una superficie nivelada, no peraltada). Sabes que el coeficiente del rozamiento estático en esa vía es de 0,8 (usas el coeficiente del rozamiento estático porque las ruedas no están patinando sobre la superficie de la carretera) y que el coche tiene una masa aproximada de 1.000 kg. ¿Cuál es la velocidad máxima a la que puede ir el conductor para seguir paseándote con seguridad? Sacas la calculadora en cuanto el piloto te lanza una mirada enarcando las cejas. La fuerza de rozamiento tiene que ejercer como fuerza centrípeta, así que llegas a lo siguiente:

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = \mu_e mg$$

donde m es la masa del coche, v es la velocidad, r es el radio, μ_e es el coeficiente de rozamiento estático y g es la aceleración debida a la gravedad, 9,8 m/s^2. Al despejar la velocidad a un lado de la ecuación, obtienes:

$$v = \sqrt{\mu_e g r}$$

Parece bastante sencillo: basta con introducir los números para llegar a este resultado:

$$v = \sqrt{\mu_e g r}$$

$$= \sqrt{(0{,}8)(9{,}8\ \text{m/s}^2)(200{,}0\ \text{m})} \approx 40\ \text{m/s}$$

Calculas que la velocidad puede ascender a 40 m/s, lo que equivale a 144 km/h. Miras el velocímetro y ves que estás circulando a 110 km/h; así que a la velocidad a la que vas podrás tomar

la curva con seguridad.

Dependes de la fuerza normal para tomar curvas peraltadas

Cuando una curva está peraltada, hay una componente de la fuerza normal a la carretera que actúa sobre el coche y se suma a la fuerza centrípeta, lo que te permite tomar la curva mucho más deprisa. Como no dependes del rozamiento para que actúe toda la fuerza centrípeta necesaria, que puedas girar con seguridad ya no depende tan solo de las condiciones de la vía. Mira la figura 7-3. Has visto

que la fuerza centrípeta necesaria para dar la curva la aporta la fuerza normal a la carretera (la cual actúa sobre el coche). Pues bien, si se peralta la curva de tal manera que esa fuerza actúa hacia el centro del círculo de giro, la conducción será mucho más fácil. Eso es lo que los ingenieros pueden hacer por ti si saben física, porque entonces sabrán que esa componente es F_N sen θ (F_N es la fuerza normal, la fuerza ascendente perpendicular a la vía; mira el capítulo 6), así que:

$$F_c = F_N \operatorname{sen}\theta = \frac{mv^2}{r}$$

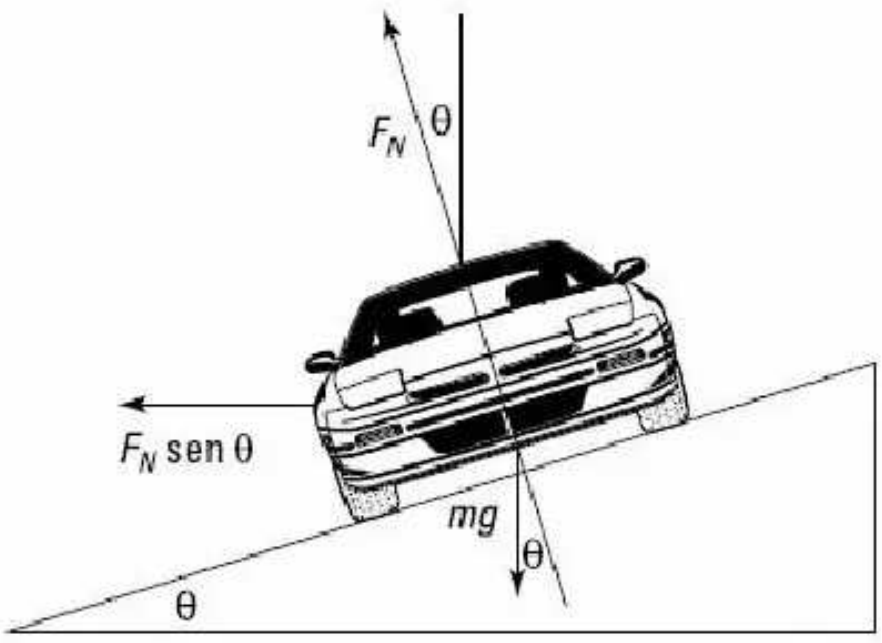


Figura 7-3.
Fuerzas que actúan sobre un coche que toma una curva peraltada

Para calcular la fuerza centrípeta, necesitas conocer la fuerza normal, F_N. Si miras la figura 7-3, verás que F_N sale de la combinación de la fuerza centrípeta debida al peralte del coche que toma la curva y el peso del coche. La componente puramente vertical de F_N tiene que equivaler a mg, porque no hay ninguna otra fuerza que actúe en vertical, así que:

$$F_N \cos\theta = mg$$

$$F_N = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$F_N = \frac{}{\cos\theta}$$

Al insertar este resultado en la ecuación de la fuerza centrípeta obtienes:

$$F_c = F_N \operatorname{sen}\theta$$
$$\frac{mv^2}{r} = \left(\frac{mg}{\cos\theta}\right)\operatorname{sen}\theta$$

Como sen θ/cos θ = tan θ, también puedes expresarlo de esta otra manera:

$$\frac{mv^2}{r} = mg\tan\theta$$
$$\frac{mv^2}{mgr} = \tan\theta$$

Despeja θ para hallar el ángulo de la vía. La ecuación queda finalmente así:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{gr}\right)$$



No es necesario que recuerdes esa ecuación de memoria si ves una curva peligrosa, ya que se trata de la misma ecuación que aplican los ingenieros para peraltar las curvas de las vías rápidas (fíjate en que la masa del coche se anula, lo que significa que sirve para cualquier vehículo con independencia de su masa). Siempre puedes deducir la ecuación a partir de lo que sabes sobre las leyes de Newton y el movimiento circular.

¿Cuál será el ángulo θ si tomamos una curva de 200 m de radio a 97 km/h? Introduce los números; 97 km/h equivale a unos 27 m/s, y el radio de la curva asciende a 200 m, así que:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{gr}\right)$$
$$= \tan^{-1}\frac{(27\ \text{m/s})^2}{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(200\ \text{m})} \approx 20°$$

Los ingenieros que diseñen esa curva deberán darle un peralte aproximado de 20° para que los conductores la tomen con suavidad. Recuerda, no obstante, que has hecho este cálculo de forma que toda la fuerza centrípeta proceda de la fuerza normal de la carretera que actúa sobre el coche.

También podrías tomar la curva más deprisa si hay algún rozamiento en las ruedas, ¡pero no te pases de veloz o derraparás y acabarás en el arcén!

El desplazamiento, la velocidad y la aceleración angulares

Cuando te encuentras con objetos que se mueven en círculo, puedes usar la aceleración y la velocidad con sus componentes horizontal y vertical, igual que en los capítulos anteriores relacionados con el movimiento. Pero cuando los objetos siguen un movimiento rotatorio, tiene más lógica emplear variables angulares. Con ellas, en lugar de especificar las componentes horizontal y vertical, hay que especificar el radio y el ángulo de rotación.

En este apartado descubrirás los equivalentes angulares del desplazamiento, la velocidad y la aceleración. Estas variables se pueden aplicar a objetos en rotación y a objetos que se mueven en círculo.

Cómo medir ángulos en radianes



La unidad natural para medir ángulos no es el grado sino el radián, cuyo símbolo es *rad*. Un círculo completo se compone de 2π rad, que también son 360°, así que 360° = 2π rad. Si recorres un círculo completo, cubres 360° o 2π rad. Si un objeto rota una revolución, entonces el ángulo tiene una magnitud de 2π rad. Por eso a veces, en lugar de encontrarte con *radianes por segundo*, te encuentras con *revoluciones por segundo*). Medio círculo es π rad y un cuarto de círculo equivale a $\pi/2$ rad.

El radián es una medida natural de ángulos porque un arco circular con la longitud de un radio subtiende un ángulo de 1 rad (mira la figura 7-4). Así que, si conoces el radio y el ángulo que se ha desplazado un objeto en radianes, puedes calcular con facilidad la distancia que ha recorrido ese objeto en proporción con el radio. Si el objeto se desplaza θ rad en un círculo de radio r, entonces el objeto recorre una distancia de θr a lo largo del círculo.

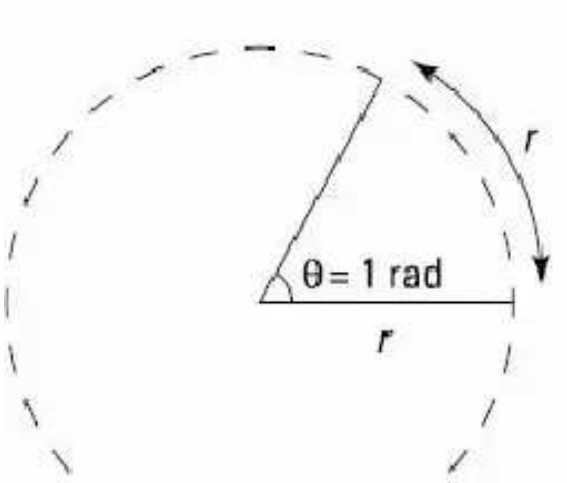




Figura 7-4.
Un arco de círculo que delimita un ángulo de 1 rad

Este concepto es útil para relacionar la velocidad angular con la velocidad de un objeto que se mueve en círculo. Además, puedes ver por qué un círculo completo tiene un ángulo de 2π rad: sabes que la circunferencia de un círculo es $2\pi r$ y que para cubrir los 360° de un círculo, tienes que recorrer 2π veces su radio. Por tanto, hay 2π rad para 360°.



¿Cómo convertirías grados a radianes y viceversa? Como 360° = 2π rad (o 2 × 3,14, la versión redondeada del número pi), el cálculo es sencillo. Si tienes 45° y quieres saber cuántos radianes son, basta con usar este factor de conversión:

$$45^\circ\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ}\right)=\frac{\pi}{4}\text{ rad}$$

Obtienes que 45° = $\pi/4$ rad. Si tienes, digamos, $\pi/2$ rad y quieres saber cuántos grados son, tienes que hacer esta conversión:

$$\left(\frac{\pi \text{ rad}}{2}\right)\left(\frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}}\right)=90^\circ$$

Obtienes que $\pi/2$ rad = 90°.

Cómo relacionar el movimiento lineal con el angular



El ángulo θ es en el ámbito del movimiento de rotación análogo al desplazamiento, s, cuando se trata de movimiento lineal. Eso lo hace todo un poco más fácil, ya que de esa manera basta con buscar un equivalente angular para muchas de las ecuaciones del movimiento lineal (consulta el capítulo 3). Estos son los cambios de variables que hay que hacer para obtener las fórmulas del movimiento angular:

- **Desplazamiento.** En lugar de *s*, que se usa en el desplazamiento lineal, hay que emplear θ, el desplazamiento angular; θ se mide en radianes.

- **Velocidad.** En lugar de la velocidad, *v*, hay que recurrir a la velocidad angular, ω; la velocidad angular es la cantidad de radianes recorridos por segundo (rad/s).

- **Aceleración.** En lugar de la aceleración, *a*, hay que usar la *aceleración angular*, α; la unidad de la aceleración angular es el radián por segundo al cuadrado (rad/s^2).

Tabla 7-1: Fórmulas del movimiento lineal y angular

Tipo de fórmula	*Lineal*	*Angular*
Velocidad	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$
Aceleración	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
Desplazamiento	$s = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$	$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
Movimiento con el tiempo simplificado	$v_f^2 - v_i^2 = 2as$	$\omega_f^2 - \omega_i^2 = 2\alpha\theta$

Digamos, por ejemplo, que tienes una pelota sujeta a una cuerda. ¿Cuál es la velocidad angular de la pelota si te pones a darle vueltas en el aire? Completa un círculo, 2π rad, en 0,5 s, así que su velocidad angular es:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{0{,}5 \text{ s}} = 4\pi \text{ rad/s}$$



Otra demostración de la utilidad de los radianes a la hora de medir ángulos es que permiten relacionar con facilidad la velocidad lineal con la velocidad angular. Si partes de la siguiente ecuación:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Y multiplicas ambos lados por el radio, *r*, obtienes:

$$r\omega = \frac{r\Delta\theta}{\Delta t}$$

El término $r\Delta\theta$ no es más que la distancia recorrida por un objeto que se mueve en un círculo de radio r, así que esta ecuación se convierte en esta otra:

$$r\omega = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Tal vez reconozcas el miembro de la derecha como la ecuación de la velocidad. Así que ya ves que la velocidad lineal y la velocidad angular están relacionadas, de tal manera que $r\omega = v$.

Si la pelota se acelera de 4π rad a 8π rad/s en 2 s, ¿cuál será su aceleración angular media? Calcúlalo introduciendo los números:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{8\pi \text{ rad} - 4\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}} = \frac{4\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}} = 2\pi \text{ rad/s}$$

Para profundizar en el desplazamiento angular, la velocidad angular y la aceleración angular, mira el apartado dedicado al momento angular y momento de fuerza en el capítulo 11. No obstante, no olvides que esas variables angulares, como sus equivalentes lineales, son, en realidad, cantidades vectoriales. Lo que has visto hasta ahora no son más que componentes de vectores en una sola dimensión. Como solo tienen una componente, el signo de la componente indica la dirección en la dimensión única (por ejemplo, el signo positivo indica movimiento hacia la derecha y el negativo, hacia la izquierda). En el capítulo 11 encontrarás más información sobre la dirección y la naturaleza vectorial de estas variables.

Cuando la gravedad sustituye a la fuerza centrípeta

No hace falta atar un objeto en la punta de una cuerda para observar cómo se produce un movimiento circular. Los cuerpos grandes, como los planetas, también describen movimientos circulares; en ese caso, la gravedad aporta la fuerza centrípeta necesaria.

En este apartado descubrirás cómo se enfrentó Newton a la fuerza de la gravedad entre dos objetos.

Asimismo verás qué relación hay entre su teoría y los 9,8 m/s, el valor que, según se ha comprobado experimentalmente, le corresponde a la aceleración debida a la gravedad cerca de la superficie de la Tierra. Después usaremos la fórmula de Newton para describir la órbita de los satélites.

La ley de Newton de la gravitación universal



Isaac Newton dedujo una de las leyes más relevantes de la física: la *ley de la gravitación universal*, que postula que toda masa ejerce una fuerza de atracción sobre cualquier otra masa. Si las dos masas son m_1 y m_2 y la distancia entre ellas es r, la magnitud de la fuerza será:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

donde G es una constante igual a $6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$.

Esta ecuación permite calcular la fuerza gravitatoria que impera entre dos masas cualesquiera. ¿Cuál es la atracción, por ejemplo, entre el Sol y la Tierra? El Sol tiene una masa aproximada de $1{,}99 \times 10^{30}$ kg y la masa de la Tierra ronda los $5{,}98 \times 10^{24}$ kg. Entre ambos astros hay una distancia de $1{,}5 \times 10^{11}$ m, aproximadamente. Al introducir los datos numéricos en la ecuación de Newton resulta:

$$\begin{aligned} F &= \frac{Gm_1m_2}{r^2} \\ &= \frac{\left(6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}\right)\left(1{,}99 \times 10^{30}\ \mathrm{kg}\right)\left(5{,}98 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}\right)}{\left(1{,}50 \times 10^{11}\ \mathrm{m}\right)^2} \\ &\approx 3{,}52 \times 10^{22}\ \mathrm{N} \end{aligned}$$

22 21

El resultado es $3{,}52 \times 10$ N, que viene a ser la fuerza que correspondería al peso de $3{,}59 \times 10$ kg. Volviendo a poner los pies en el suelo, imagina que mientras andas realizando observaciones físicas, ves dos personas sentadas en el banco de un parque que se miran y se sonrien la una a la otra. Va pasando el tiempo y notas que cada vez que giras la vista hacia ellos parecen estar un poco más cerca. De hecho, después de un rato, las ves sentadas muy juntas. ¿Qué podría causar esta atracción? Si cada tortolito tiene una masa aproximada de 75 kg, ¿cuál es la fuerza de la gravedad que los atrae entre sí, suponiendo que al principio estuvieran a una distancia de 0,5 m? Tus cálculos tendrían esta pinta:

$$\begin{aligned} F &= \frac{Gm_1m_2}{r^2} \\ &= \frac{\left(6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}\right)(75\ \mathrm{kg})(75\ \mathrm{kg})}{(0{,}50\ \mathrm{m})^2} \\ &\approx 1{,}5 \times 10^{-6}\ \mathrm{N} \end{aligned}$$

La fuerza de atracción apenas llegaría a equivaler al peso de una décima y media de la millonésima parte de un kilogramo. Quizá no baste para hacer temblar la superficie de la Tierra, pero está bien. La superficie de la Tierra tiene otras fuerzas de las que preocuparse.

La fuerza de la gravedad en la superficie terrestre

La ecuación de la fuerza de la gravedad, $F = (Gm_1m_2)/r^2$, es válida con independencia de la distancia que medie entre dos masas. Pero hay un caso especial de gravedad (que es el que se trata en la mayoría de los problemas sobre gravedad de este libro): la fuerza de la gravedad cerca de la superficie de la Tierra.

La fuerza de la gravedad que actúa entre una masa y la Tierra es el *peso* del objeto. La *masa* se considera una medida de la inercia de un objeto, mientras que su peso es la fuerza a la que está sometido el objeto dentro del campo gravitatorio. En la superficie de la Tierra, estas dos fuerzas se relacionan mediante la aceleración debida a la gravedad: $F_g = mg$. Los kilogramos son unidades de masa; los newtons son unidades de peso.

La ley de la gravedad de Newton se puede usar para hallar la aceleración debida a la gravedad, g, en la superficie de la Tierra a partir de la constante gravitatoria G y el radio y la masa de la Tierra. La fuerza que actúa sobre un objeto de masa m_1 cerca de la superficie de la Tierra es:

$$F = m_1 g$$

Esta fuerza proviene de la gravedad que actúa entre el objeto y la Tierra, de acuerdo con la fórmula de la gravedad de Newton, así que puedes escribir:

$$m_1 g = \frac{G m_1 m_2}{r_e^2}$$

El radio de la Tierra, r_t, mide unos $6{,}38 \times 10^6$ m y su masa es de $5{,}98 \times 10^{24}$ kg. Al introducir los números obtienes:

$$m_1 g = \frac{\left(6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}\right) m_1 \left(5{,}98 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}\right)}{\left(6{,}38 \times 10^{6}\ \mathrm{m}\right)^2}$$

Al dividir ambos miembros de la ecuación entre m_1, se obtiene la aceleración debida a la gravedad:

$$g = \frac{\left(6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}\right)\left(5{,}98 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}\right)}{\left(6{,}38 \times 10^{6}\ \mathrm{m}\right)^2} \approx 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$$

La ley de la gravitación de Newton te da la aceleración debida a la gravedad cerca de la superficie de la Tierra: 9,8 m/s^2.

Por supuesto, puedes medir *g* dejando caer una manzana y midiendo el tiempo, pero ¿qué gracia tiene eso cuando puedes calcularlo de una manera indirecta que te obliga a medir primero la masa de la Tierra?

La ley de la gravitación aplicada a órbitas circulares

En el espacio, los objetos orbitan de forma constante alrededor de otros objetos debido a la gravedad. Los satélites (entre ellos la Luna) orbitan alrededor de la Tierra; la Tierra orbita alrededor del Sol, el Sol orbita alrededor del centro de la Vía Láctea, la Vía Láctea orbita alrededor del centro del Grupo Local de galaxias al que pertenece. Hemos pasado a una gran escala. En el caso del movimiento orbital, la gravedad aporta la fuerza centrípeta que provoca las órbitas.

La fuerza de la gravedad, que actúa entre objetos que orbitan entre sí, se diferencia del movimiento de los cuerpos que giran a pequeña escala (como cuando mueves una pelota sujeta al extremo de una cuerda) porque, con una distancia y dos masas determinadas, la fuerza gravitatoria siempre va a ser la misma. No puedes aumentar la fuerza para incrementar la velocidad de un planeta en órbita tal como hacías con la pelota. Los siguientes apartados examinan la velocidad y el período de objetos que orbitan en el espacio.

Cómo calcular la velocidad de un satélite

A un satélite concreto solo puede corresponderle una velocidad también concreta cuando permanece en órbita alrededor de un objeto determinado, porque la fuerza de la gravedad no cambia. Así que ¿cuál es esa velocidad? Puedes calcularla mediante las ecuaciones para la fuerza centrípeta y la fuerza gravitatoria. Sabes que para que dé vueltas un satélite de una masa determinada, m_1, necesitas una fuerza centrípeta adecuada (consulta el apartado "En busca del centro: la fuerza centrípeta"):

$$F_c = \frac{m_1 v^2}{r}$$

Esta fuerza centrípeta tiene que provenir de la fuerza de la gravedad, así que:

$$\frac{G m_1 m_2}{r^2} = \frac{m_1 v^2}{r}$$

Puedes reordenar la ecuación para hallar la velocidad:

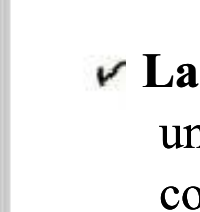
$$v = \sqrt{\frac{G m_2}{r}}$$

Esta ecuación representa la velocidad que debe tener un cuerpo celeste situado a una distancia

Esta ecuación representa la velocidad que debe tener un cuerpo celeste situado a una distancia determinada del astro a cuyo alrededor gira para mantenerse en órbita, en caso de que esa órbita se deba a la gravedad. La velocidad no podrá variar mientras el cuerpo celeste mantenga un radio orbital constante, es decir, mientras orbite en círculos. Esta ecuación es válida para cualquier objeto en órbita siempre que la atracción se deba a la fuerza de la gravedad, tanto si se trata de un satélite artificial en órbita alrededor de la Tierra como si estamos hablando de la Tierra orbitando alrededor

del Sol. Para hallar la velocidad de los satélites situados en órbita alrededor de la Tierra, por ejemplo, se introduce la masa de la Tierra en la ecuación:

$$v = \sqrt{\frac{Gm_T}{r}}$$



He aquí algunos detalles que deberías tener en cuenta al revisar la ecuación de la velocidad orbital:

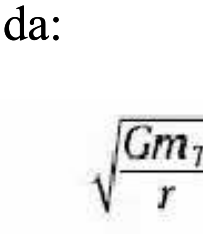
- **El radio que hay que usar es la distancia desde el centro de la Tierra, no desde la superficie.** Por tanto, la distancia que se emplea dentro de la ecuación es la que hay entre los dos objetos en órbita. En este caso, a la distancia desde el centro de la Tierra hasta la superficie (6,38 × 106 m) hay que sumarle la altura del satélite sobre la superficie terrestre.
- **La ecuación da por supuesto que el satélite se encuentra a suficiente altura sobre el suelo como para orbitar fuera de la atmósfera.** Este supuesto no es estrictamente cierto en el caso de los satélites artificiales; incluso a 640 km de altitud sobre la superficie terrestre, los satélites están sometidos al rozamiento del aire. El efecto del rozamiento los hace descender de manera gradual y cuando chocan contra la atmósfera se incendian. Cuando un satélite se encuentra a menos de 150 km de la superficie terrestre, su órbita experimenta un descenso considerable cada vez que completa una vuelta alrededor de la Tierra. (¡Mira más abajo!.)
- **La ecuación es independiente de la masa.** Si en lugar de un satélite artificial tuviéramos un satélite natural en órbita a 650 km y pudiéramos ignorar el rozamiento del aire y las colisiones con la Tierra, ese objeto tendría que llevar la misma velocidad que el artefacto artificial para mantenerse en esa órbita cercana (lo que nos regalaría unas salidas y unos ocasos lunares de una belleza espectacular).

Los satélites artificiales suelen orbitar a unos 640 km de altura sobre la superficie de la Tierra (o 6,4 × 10^5 m). ¿Cuál es la velocidad de estos satélites? Lo único que hay que hacer es introducir en la

ecuación los datos numéricos:

$$v = \sqrt{\frac{Gm_T}{r}} = \sqrt{\frac{\left(6{,}67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2}\right)\left(5{,}98\times10^{24}\ \mathrm{kg}\right)}{\left(6{,}38\times10^{6}\ \mathrm{m}\right)+\left(6{,}40\times10^{5}\ \mathrm{m}\right)}} \approx 7{,}54\times10^{3}\ \mathrm{m/s}$$

Esto arroja un valor aproximado de 27.000 km/h.



El movimiento de un satélite artificial en órbita alrededor de la Tierra se puede concebir como una caída progresiva. Lo único que evita que se precipite contra la Tierra es que su velocidad apunta por encima del horizonte. El satélite está cayendo, pero su velocidad lo dirige sobre el horizonte (es decir, sobre la curvatura del planeta mientras cae), por eso no se acerca más a la Tierra. (Esto mismo sucede con los astronautas que viajan a bordo de naves en órbita. Solo parece que están en un entorno de ingravidez, pero lo cierto es que también ellos están en caída permanente.)

Cómo calcular el período de un satélite

A veces es más importante conocer el período de una órbita que su velocidad, como cuando cuentas con que un satélite asomará por el horizonte antes de que se pueda establecer la comunicación. El período de un cuerpo celeste es el tiempo que tarda en completar una órbita alrededor de otro astro. El período de la Tierra en su viaje alrededor del Sol es de un año.

Si conoces la velocidad de un astro u otro objeto y el radio de su órbita (mira el apartado anterior), podrás calcular su período. El satélite recorre toda la circunferencia del círculo (que es $2\pi r$ si r es el radio de la órbita) en el período, T. Esto significa que la velocidad orbital tiene que ser $2\pi r/T$, lo que da:

$$\sqrt{\frac{Gm_T}{r}} = \frac{2\pi r}{T}$$

Si despejas de ahí el período del satélite, obtienes:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{Gm_T}}$$

El físico intuitivo que ya eres tal vez se esté preguntando: ¿Y si quieres estudiar un satélite que se mantiene estacionario en todo momento sobre un punto concreto de la Tierra? En otras palabras, un satélite con un período idéntico al período de la Tierra, que es de 24 horas. ¿Se puede? Pues sí, ese

tipo de satélites es muy frecuente en comunicaciones porque siempre orbitan sobre el mismo punto en relación con la Tierra; no desaparecen tras el horizonte para reaparecer más tarde. También permiten el funcionamiento del sistema de posicionamiento global (o GPS) que funciona a partir de satélites.

En el caso de los satélites estacionarios, el período, T, es de 24 h, o 86.400 s. ¿Podrías hallar el radio orbital que debe tener un satélite estacionario? Usando la ecuación para hallar el período, se

ve que:

$$r^3 = \frac{T^2 G m_T}{4\pi^2}$$

Al introducir los números obtienes:

$$\begin{aligned} r^3 &= \frac{T^2 G m_T}{4\pi^2} \\ &= \frac{\left(8{,}64\times10^4\,\text{s}\right)^2\left(6{,}67\times10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2\right)\left(5{,}98\times10^{24}\,\text{kg}\right)}{4\pi^2} \\ &\approx 7{,}542\times10^{22}\,\text{m}^3 \end{aligned}$$

Las leyes de Kepler sobre los cuerpos en órbita

Johannes Kepler (1571-1630), un alemán nacido en el Sacro Imperio Romano, dedujo las tres leyes que contribuyeron a explicar gran parte del funcionamiento de las órbitas antes de que Newton emitiera sus leyes de la gravitación universal. Estas son las leyes de Kepler:

- **Primera ley.** Los planetas siguen órbitas elípticas. Una elipse es una figura con forma de círculo achatado; y el grado de achatamiento se denomina excentricidad de la elipse. Cuando la excentricidad es nula, la órbita es circular.

- **Segunda ley.** Los planetas se mueven de forma que una línea entre el Sol y el planeta cubre la misma área en el mismo tiempo, con independencia del punto orbital en el que se encuentre el planeta. Esto significa que cuando el planeta se sitúa en la parte de su órbita más próxima al Sol, debe viajar más deprisa para barrer la misma área que cuando se encuentra más lejos.

- **Tercera ley.** El cuadrado del período orbital de un planeta (el tiempo que tarda el planeta en completar una órbita) es proporcional al cubo de la distancia media que lo separa del Sol.

Para comprobar que la tercera ley se puede inferir de las leyes de Newton, consulta el apartado "Cómo calcular el período de un satélite". Para ello se necesita esta variante de la ecuación: $r^3 = (T^2 G m_T)/4\pi^2$.

Aunque la tercera ley de Kepler dice que T^2 es proporcional a r^3, hallarás la constante exacta que relaciona esas cantidades usando la ley de la gravitación de Newton.

La raíz cúbica de ese valor da un radio de $4{,}23 \times 10^7$ m. Al restarle el radio de la Tierra, que mide $6{,}38 \times 10^6$ m, se obtiene $3{,}59 \times 10^7$ m, lo que se traduce en una altura de unos 35.900 km. Esta es la distancia a la que deben orbitar los satélites geoestacionarios alrededor de la Tierra. A esa distancia giran al mismo ritmo al que lo hace la Tierra, lo que significa que permanecen quietos sobre la misma parcela de terreno.



En la práctica, es muy difícil conseguir justo la velocidad necesaria, por eso los satélites geoestacionarios van provistos o bien de cohetes de gas o bien de espiras magnéticas para propulsarse contra el campo magnético de la Tierra.

Cerrando el círculo: el movimiento en un círculo vertical

Puede que hayas visto en televisión la práctica de deportes extremos y te hayas preguntado cómo se puede hacer un rizo con una bicicleta o un patinete sobre una pista, o ponerse cabeza abajo sin precipitarse al suelo. ¿No deberían caerse con la gravedad? ¿Qué velocidad hay que llevar? La respuesta a esas preguntas sobre el movimiento en círculos verticales tiene que ver con la fuerza centrípeta y la fuerza de la gravedad.

Observa la figura 7-5, en la que se representa una pelota de golf que da una vuelta por una pista circular. Durante las clases de un curso introductorio de física es posible que te pregunten qué velocidad necesita la bola para dar la vuelta. El punto crucial se encuentra en la parte más alta de la pista: si la pelota se desprendiera de la pista circular, lo haría precipitándose desde arriba. Para responder esta pregunta esencial hay que conocer qué condiciones debe reunir la bola para mantenerse ahí. Así que ¿qué requisito debe cumplir?

Para hacer el rizo hace falta que sobre el objeto actúe alguna fuerza neta igual a la fuerza centrípeta necesaria para que siga recorriendo un círculo del mismo radio y con la misma velocidad. Tal como

se ve en la figura 7-5, en la parte más alta del recorrido la pelota apenas permanece en contacto con la pista. Otros puntos a lo largo del circuito aportan una fuerza normal (mira el capítulo 6) debido a la velocidad y al hecho de que el trazado es curvo. Para hallar la velocidad mínima necesaria para que el objeto realice una vuelta hay que fijarse en el lugar donde la pelota apenas está en contacto con la pista, en otras palabras, a punto de caerse de su recorrido circular.

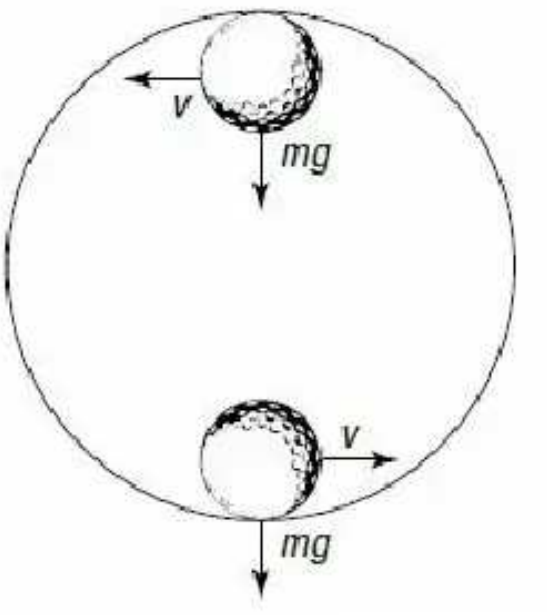


Figura 7-5.
La fuerza y la velocidad de una pelota de golf sobre una pista circular vertical

La fuerza normal que aplica la pista a un objeto situado arriba es prácticamente cero. La única fuerza que mantiene el objeto sobre su trayectoria circular es la fuerza de la gravedad, lo que significa que en el vértice, la velocidad del objeto debe ser tal que la fuerza centrípeta iguale el peso del objeto para que este continúe moviéndose alrededor de un círculo cuyo radio sea igual que el radio del giro de la bola. Eso significa que si esta es la fuerza necesaria:

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

entonces la fuerza de la gravedad en la parte más alta del rizo es:

$$F_g = mg$$

Y como F_g tiene que ser igual a F_c, puedes escribir:

$$\frac{mv^2}{r} = mg$$

Esa ecuación se puede simplificar de este modo:

$$v = \sqrt{rg}$$

La masa de cualquier objeto que se mueva siguiendo una trayectoria circular, como una motocicleta o un coche de carreras, no interviene en la ecuación.

La raíz cuadrada de *r* por *g* es la velocidad mínima que necesita un objeto situado en la parte más alta del rizo para seguir moviéndose en un círculo. Cualquier objeto con menor velocidad se descolgará del circuito por la parte más alta del anillo (caerá de nuevo sobre el propio anillo pero en

ese punto ya no seguirá la pista circular). Como ejercicio práctico, si la pista de la figura 7-5 tiene un radio de 20 m, ¿qué velocidad debe llevar la bola en la parte más alta del círculo descrito para no perder el contacto con la pista? Introduce los números:

$$v = \sqrt{rg} = \sqrt{(20\text{ m})\left(9{,}8\text{ m/s}^2\right)} \approx 14{,}0\text{ m/s}$$

La pelota de golf debe viajar a 14 m/s en la parte más alta del circuito, unos 50 km/h.

Pero ¿y si quieres lograr la misma hazaña en un circuito circular en llamas sobre una motocicleta para impresionar a tus amigos? Habrá que aplicar la misma velocidad: deberás circular a un mínimo de 50 km/h en la parte superior de un circuito de 20 m de radio. Si quieres intentarlo en casa, no olvides que esa es la velocidad que debes llevar en la parte más alta de la pista, así que tendrás que circular más deprisa en la parte inferior del circuito para poder ir a 50 km/h en la parte alta por la simple razón de que estarás a dos radios más de altura, o 40 m, en el aire, como si hubieras subido a la cima de una colina de 40 m.

De modo que ¿cuánto más rápido deberás ir por la base del circuito? ¿Será $\sqrt{5}$ veces más rápido? Consulta el capítulo 9, en el que se explica que la energía cinética (la energía que tienen las motocicletas en movimiento) se transforma en energía potencial (la energía que tienen las motocicletas cuando se encuentran a gran altura en el aire frente a la fuerza de la gravedad).

Capítulo 8

Sigue la corriente: la presión en los fluidos

En este capítulo

- Analizarás la densidad de masa
- Entenderás la presión en líquidos y gases
- Flotarás con el principio de Arquímedes
- Observarás los fluidos en movimiento

En los días calurosos del verano no hay nada mejor que darse un chapuzón en la piscina de los vecinos. Cuando saltas de cabeza y te deslizas con elegancia hacia el fondo, percibes una sensación curiosa: la presión del agua. Aumenta con cada brazada que te hunde más bajo la superficie. Notas que la presión aumenta a medida que te sumerges y te preguntas qué se sentirá a varios kilómetros por debajo de la superficie del mar. ¿Te gustaría saber cómo y cuánto aumenta la presión del agua con la profundidad?

Este capítulo está dedicado a la presión dentro de fluidos y habla de mucho más que de kilogramos por centímetro cuadrado. También encontrarás información sobre el principio de Arquímedes (que trata sobre flotación y flotabilidad), máquinas hidráulicas, fluidos que se mueven por tuberías, corrientes y mucho más. Con todo esto a la vuelta de la esquina, ha llegado la hora de mojarse con la física de fluidos.



Tanto los líquidos como los gases se consideran fluidos. Se define como *fluido* cualquier distribución continua de materia incapaz de soportar un esfuerzo de cizalla (una tensión de corte) sin moverse. Por otra parte, al cizallar un trozo sólido de materia aplicándole a diferentes fuerzas

distintas, el sólido experimenta cierto grado de deformación pero al final acaba encontrando un equilibrio. Por ejemplo, si sujetas un trozo de goma con una mano y empujas con la otra la parte superior, la goma se curva para soportar el esfuerzo de cizalla que le estás aplicando.

Densidad de masa: alguna información privilegiada

La densidad es la relación entre masa y volumen. Cualquier objeto sólido menos denso que el agua flota. La densidad es una propiedad importante de un fluido porque la masa se distribuye de manera continua a través de él; las fuerzas estáticas y los movimientos dentro del fluido dependen de la concentración de la masa (la densidad), no de la masa global del fluido.

Cómo calcular la densidad



La densidad *(ρ)* es la masa (*m*) dividida entre el volumen (*V*), así que esta es la fórmula de la densidad:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

En el Sistema Internacional, la medida de la densidad es el kilogramo por metro cúbico, cuyo símbolo es kg/m^3.

Digamos que tienes un diamante enorme con un volumen de 0,05 m^3 (un cubo de 37 cm por cada lado, así que se trata de un diamante realmente grande). Mides su masa y obtienes como resultado 176 kg. Entonces, ¿cuál es su densidad?

Al introducir los números y realizar los cálculos obtienes la siguiente respuesta:

$$\rho = \frac{m}{V}$$
$$= \frac{176\ \text{kg}}{0{,}0500\ \text{m}^3}$$
$$= 3\,520\ \text{kg/m}^3$$

Así que la densidad del diamante es de 3520 kg/m^3, una cifra muy elevada.

En la tabla 8-1 encontrarás una lista con la densidad de las sustancias más comunes. Fíjate en que el hielo es menos denso que el agua, por eso flota. En general, los sólidos y los gases se expanden

cuando aumenta la temperatura y, por tanto, se vuelven menos densos (para saber más sobre la expansión de los sólidos, consulta el capítulo 14; sobre la expansión de los gases, consulta el capítulo 16). En esa tabla verás consignada la densidad del agua a 4 °C, que sirve como punto de referencia ya que la densidad del agua varía con la temperatura. No obstante, la densidad de los gases suele depender mucho más de la temperatura que la de los sólidos.

Tabla 8-1: Densidad de sustancias comunes

Sustancia	*Densidad (en kg/m³)*
Oro (a temperatura ambiente)	19300
Mercurio (a temperatura ambiente)	13600
Plata (a temperatura ambiente)	10500
Cobre (a temperatura ambiente)	8890
Diamante (a temperatura ambiente)	3520
Aluminio (a temperatura ambiente)	2700
Sangre (a temperatura corporal)	1060
Agua (a 4 °C)	1000
Hielo (a 0 °C)	917
Oxígeno (a 0 °C, 101,325 kPa)	1,43
Helio (a 0 °C, 101,325 kPa)	0,179

Diferencia entre densidad y densidad relativa

La densidad relativa de una sustancia es la relación entre la densidad de esa sustancia y la densidad del agua a 4 °C. Como la densidad del agua a 4 °C es de 1.000 kg/m³, es fácil hallar esa relación. Por ejemplo, el oro tiene una densidad de 19.300 kg/m³, así que su densidad relativa es la siguiente:

$$\text{densidad relativa}_{oro} = \frac{19300\ \text{kg/m}^3}{1000\ \text{kg/m}^3} = 19{,}3$$

La densidad relativa no tiene unidades porque, como se define como una fracción en la que la densidad se divide entre otra densidad, todas las unidades se anulan entre sí. Por tanto, la densidad relativa del oro es 19,3, sin más.



Toda sustancia u objeto cuya densidad relativa sea superior a 1 se hunde en agua pura a 4 °C, y todo lo que tiene una densidad relativa inferior a 1, flota en ella. Tal como habrás imaginado ya, el oro, con una densidad relativa de 19,3, se hunde, mientras que el hielo, con una densidad relativa de 0,917, flota. Entonces, ¿cómo es posible que flote un barco de metal, hecho de un material con una densidad relativa muy superior a la del agua? Los barcos flotan debido a la forma del casco. La

mayor parte de un barco está hueca y el volumen de agua que desplaza pesa más que el barco. El barco en su conjunto es menos denso que el agua, así que la densidad relativa efectiva del buque es inferior a la unidad.

Qué ocurre al aplicar presión

Toda la gente que alguna vez ha oído hablar de neumáticos de coche o de bicicleta, o que ha inflado un globo, ha experimentado la presión del aire. Y quien ha nadado bajo el agua conoce la presión del agua. Cuando empujamos un objeto decimos que ejercemos presión contra él.



Como concepto físico, la *presión* es la fuerza dividida entre el área; es fácil entenderlo si alguna vez has llenado un neumático hasta cierto número de kilogramos por centímetro cuadrado. La ecuación para la presión, P, es la siguiente:

$$P = \frac{F}{A}$$

en la que F es la fuerza y A es el área. Como ves, la presión no es un vector, sino un escalar (es decir, un número sin dirección).

En este apartado encontrarás las unidades de presión, verás cómo cambia la presión con la profundidad o la altitud, y descubrirás cómo funcionan las máquinas hidráulicas.

Las unidades de presión

Como la presión es la fuerza dividida entre el área, su unidad en el Sistema Internacional es el newton por metro cuadrado, cuyo símbolo es N/m^2.



El *newton por metro cuadrado* es una unidad tan común en física que recibe un nombre especial: el *pascal*, que equivale a 1 N/m^2. El símbolo del pascal es Pa.

No es necesario estar bajo el agua para notar la presión de un fluido. El aire también ejerce presión debido a su peso. La presión que ejerce el aire sobre ti cuando estás al nivel del mar es:

$$\text{presión del aire} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{presión del aire}_{\text{nivel del mar}} = 1{,}013 \times 10^5 \text{ Pa}$$



La presión del aire al nivel del mar es una presión estándar denominada *atmósfera*, cuyo símbolo es atm:

$$\text{presión del aire}_{\text{nivel del mar}} = 1{,}013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ atm}$$

Si quieres convertir una atmósfera en kilogramos por centímetro cuadrado, su valor es de 1,03.323 kg/cm^2, de modo que, como ves, 1 kg/cm^2 y 1 atm son casi iguales, y su valor se acerca mucho a

100.000 Pa, lo que se suele representar más bien como 1.000 hPa (hectopascales). Así que cada centímetro cuadrado de tu cuerpo recibe la fuerza equivalente a 1 kg de peso.

A su vez, tu cuerpo reacciona empujando con una fuerza equivalente al peso de 1 kg/cm^2; por eso no sientes ninguna presión sobre ti. Pero si de repente te trasladaras al espacio exterior, donde no hay aire ejerciendo presión contra ti, lo único que quedaría serían los 1.000 hPa de presión que ejercería tu cuerpo hacia fuera. No explotarías, pero los pulmones podrían reventar si intentaras contener la respiración. La variación de la presión también podría hacer que el nitrógeno de la sangre borboteara y te causara una embolia gaseosa.

Veamos como ejemplo un problema relacionado con la presión del agua. Imagina que estás en la piscina de los vecinos, esperando cerca del fondo a que dejen de perseguirte para poder volver a tu casa. Estás en la parte más honda de la piscina y recurres al manómetro que siempre llevas contigo en la muñeca para medir la presión; el instrumento indica una presión de $1{,}2 \times 10^5$ Pa. ¿Qué fuerza ejerce el agua sobre tu mano? El dorso de una mano tiene un área aproximada de $8{,}4 \times 10^{-3}$ m^2. Así que razonas que si $P = F/A$, entonces esto es correcto:

$$PA = F$$

Al introducir los números y resolver las operaciones obtienes la respuesta:

$$\begin{aligned} F &= PA \\ &= (1{,}2 \times 10^5 \text{ Pa})(8{,}4 \times 10^{-3} \text{ m}^2) \\ &= (1{,}2 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(8{,}4 \times 10^{-3} \text{ m}^2) \\ &1{,}0 \times 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$

¡Ostras, 1.000 N! Sacas con rapidez la calculadora sumergible y compruebas que viene a ser la fuerza que correspondería al peso de unos 100 kg. Las fuerzas se acumulan rápido debajo del agua,

porque el agua es un líquido pesado. La fuerza que notas es el peso de toda el agua que hay sobre ti.

Relación entre la presión y la profundidad

Sabes que la presión aumenta cuanto más te sumerges en el agua, pero ¿en qué proporción? Como

buen físico, puedes basarte en algunos datos numéricos y realizar unos cálculos. Imagina que te has sumergido en el agua y que piensas en el cubo imaginario de agua que aparece en la figura 8-1. En la parte superior del cubo la presión del agua es P_1. En la parte inferior del cubo hay una presión P_2. Los lados horizontales del cubo tienen área A y altura h. Halla en primer lugar las fuerzas que imperan en la parte superior e inferior del cubo.

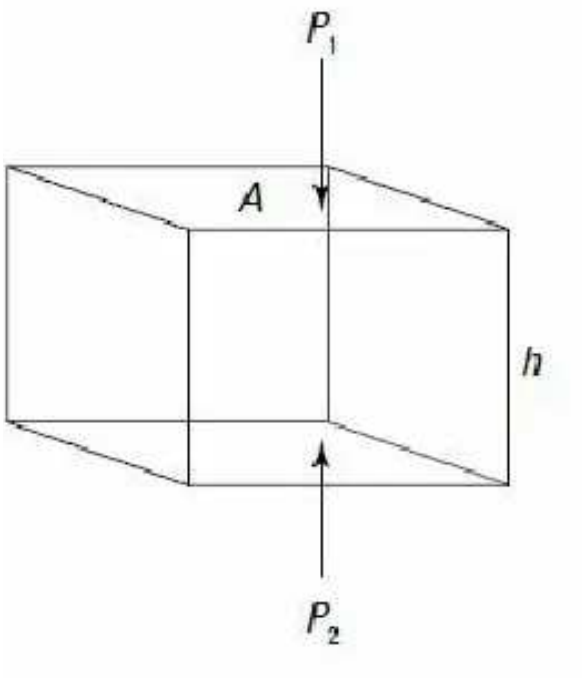


Figura 8-1.
Es distinta la presión sobre la cara superior de un cubo de agua que la que recibe la cara inferior

La suma de las fuerzas es la diferencia entre la fuerza en la cara inferior del cubo, F_2, y la fuerza en la cara superior del cubo, F_1.

$$\Sigma F = F_2 - F_1$$

Puedes afirmar que la fuerza que presiona contra la cara superior es $F_1 = P_1 A$, y que la fuerza que presiona contra la cara inferior es $F_2 = P_2 A$. Por tanto, en términos de presión, la suma de fuerzas es la siguiente:

$$\Sigma F = P_2 A - P_1 A$$

Así que ¿cuál es la fuerza neta que se ejerce hacia arriba contra el cubo de agua? La fuerza hacia arriba debe ser igual al peso del agua, mg, donde m es la masa del agua y g es la constante gravitatoria (9,8 m/s^2). Así que tienes la siguiente ecuación:

$$P_2 A - P_1 A = mg$$

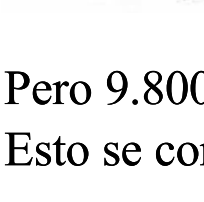
$P_2A - P_1A = mg$

¡Anda! No conoces el valor de *m*, la masa del agua. ¿Puedes hallarla en términos de A, el área de las caras superior e inferior del cubo? La masa del agua es la densidad del agua, ρ, multiplicada por el volumen del cubo, que es *Ah*. Así que puedes sustituir *m* por ρ*Ah*, lo que te da la siguiente ecuación:

$$P_2A - P_1A = \rho gAh$$

Ahora sí. Al dividirlo todo entre *A* obtienes la diferencia de presiones:

$$P_2 - P_1 = \rho gh$$



Si denominas ΔP a la diferencia entre ambas presiones, llegas a la siguiente ecuación:

$$\Delta P = \rho gh$$

Esta ecuación es importante por su universalidad, ya que sirve para cualquier fluido: agua, aire, gasolina y demás. Dice que la diferencia de presión entre dos puntos dentro de un fluido es igual a la densidad del fluido multiplicada por *g* (la aceleración debida a la gravedad) y multiplicada por la diferencia de altitud entre ambos puntos.

Los siguientes apartados aportan algunos problemas, a modo de ejemplo, para que pongas en práctica la fórmula de la presión.

Inmersión

¿Cuánto aumenta la presión por cada metro que te sumerges bajo el agua? Sabes que $\Delta P = \rho gh$, así que introduce los números y realiza las operaciones:

$$\Delta P = \rho gh = (1000\ \text{kg/m}^3)(9{,}8\ \text{m/s}^2)(1\ \text{m}) = 9800\ \text{Pa}$$

Pero 9.800 Pa = 98 hPa que viene a ser poco menos de 100 hPa, la décima parte de una atmósfera. Esto se corresponde con un aumento aproximado de la presión de 1 atm por cada 10 m.



Si te preguntaras cómo funcionan las unidades, reubícalas a partir de la primera ecuación:

$$\left(\frac{kg}{m^3}\right)\left(\frac{m}{s^2}\right)(m)=\left(\frac{kg\cdot m}{s^2}\right)\left(\frac{1}{m^2}\right)$$

La presión de 1 kg·m/s^2 no es más que 1 N; y 1 N/m^2 es 1 Pa, así que las unidades se reducen a pascales:

$$\left(\frac{kg\cdot m}{s^2}\right)\left(\frac{1}{m^2}\right)=\frac{N}{m^2}=Pa$$

Es un aumento bastante grande de la presión. Pero ¿y si decidieras zambullirte en una piscina de mercurio (no lo intentes en casa)? El mercurio tiene una densidad de 13.600 kg/m^3, mientras que la del agua es de 1.000 kg/m^3. En este caso, el incremento de la presión por cada metro de inmersión será:

$$\Delta P = \rho g h = (13600\ kg/m^3)(9{,}8\ m/s^2)(1{,}0\ m) = 133000\ Pa$$

Se trata de un incremento de una atmósfera y un tercio por cada metro de descenso, un incremento de fuerza equivalente al peso de 1,33 kg sobre cada centímetro cúbico de piel y ¡eso es mucha presión!

¿Significa esto que la presión a 1 m bajo la superficie de una piscina de mercurio ronda los 1,33 kg/cm^2? No, porque a esa presión hay que añadirle la presión del aire que hay sobre la piscina, así que tienes lo siguiente:

$$P_t = P_m + P_a$$

donde P_t es la presión total, P_m es la presión debida al mercurio y P_a es la presión del aire.



Para hallar la presión total ejercida sobre algo sumergido en un líquido hay que sumar a la presión debida al líquido en cuestión, la presión atmosférica, que asciende a 1,013 × 10^5 Pa (es decir, 1.013 hPa).

Variaciones en la presión sanguínea

Supongamos que tienes el corazón 1,5 m más arriba que los pies. ¿Qué diferencia de presión sanguínea habrá entre el corazón y los pies (si te olvidas de la acción del corazón) cuando te tumbas y cuando estás de pie? Puedes usar esta ecuación para responder estas preguntas:

$$\Delta P = \rho g h$$

El cálculo para cuando te tumbas es simple porque h, la distancia vertical entre el corazón y los pies es nula:

$$\Delta P = \rho g h = \rho g(0) = 0$$

Así que no hay ninguna diferencia de presión entre el corazón y los pies cuando estás en posición horizontal (si prescindes de la actividad del corazón). Pero ¿y cuando estás de pie? En ese caso, h = 1,5 m:

$$\Delta P = \rho g h = \rho g(1{,}5\ \text{m})$$

Como ves en la tabla 8-1, la densidad, ρ, de la sangre es de 1.060 kg/m^3. Al introducir los números y realizar los cálculos obtienes la siguiente diferencia de presión:

$$\Delta P = \rho g h = (1060\ \text{kg/m}^3)(9{,}8\ \text{m/s}^2)(1{,}5\ \text{m}) = 1{,}6 \times 10^4\ \text{Pa}$$

Esta presión resulta ser algo inferior a la que ejercería el peso de 160 g sobre 1 cm^2.

Bombeo de agua hacia arriba

Supón que un parque acuático ha estado perforando un pozo para sacar agua. El agua del pozo se encuentra a 20 m de profundidad, y los propietarios del parque te contratan para que calcules la potencia que deberá tener una bomba para conseguir un flujo satisfactorio de agua. Bueno, piensas, un pozo de 20 m de profundidad con una bomba en la parte superior. ¿Funcionaría eso?

¿Cuánta presión puede ejercer la bomba en el agua del fondo del pozo? La bomba succiona aire del tubo y crea un vacío que será el que ocupe el agua. Pero la intensidad de la succión que puedes generar con una bomba que absorbe aire es limitada. Lo máximo a lo que puedes aspirar es a provocar en el tubo un vacío absoluto, $P = 0$. La presión atmosférica actúa contra la superficie del agua y en la parte superior del conducto hay un vacío absoluto, así que la presión máxima que puede ejercer la bomba situada en la parte superior del pozo sobre el agua del fondo del pozo se corresponde con la presión atmosférica, o 1,01 × 10^5 Pa:

$$\Delta P = 1{,}01 \times 10^5\ \text{Pa}$$

Esta presión de 1,01 × 10^5 Pa, ¿hasta qué altura es capaz de hacer que ascienda el agua por la tubería? Bien, sabes que $\Delta P = \rho g h$, así que cuando el agua haya ascendido al máximo, el producto $\rho g h$ para la columna de agua arrojará el valor 1,01 × 10^5 Pa:

$$\rho g h = 1{,}01 \times 10^5\ \text{Pa}$$

Si despejas h obtienes la fórmula de cuánto conseguirá subir el agua:

$$h = \frac{1{,}01 \times 10^5 \text{ Pa}}{\rho g}$$

Al introducir los números (usando el valor que conoces para la densidad del agua, 1.000 kg/m³ a 4 °C) hallas la altura:

$$h = \frac{1{,}01 \times 10^5 \text{ Pa}}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9{,}8 \text{ m/s}^2)} \approx 10{,}3 \text{ m}$$

Así que la altura máxima a la que puedes bombear el agua fuera del pozo con la bomba situada en la parte superior del mismo es de 10,3 m. Pero resulta que el pozo tiene 20 m de profundidad, así que te diriges hacia los propietarios del parque y les dices: "Tengo malas noticias".

¿Cuál es la solución? Pues instalar la bomba en el fondo del pozo y propulsar el agua hacia arriba en lugar de intentar emplear la presión del aire para hacer subir el agua por la cañería.

Máquinas hidráulicas: transmisión de la presión por el principio de Pascal



El *principio de Pascal* dice que cuando hay un fluido en un sistema completamente cerrado, cualquier variación de la presión en un punto del fluido se transmite a todos los puntos del fluido, así como a las paredes del continente en el que se halla inmerso. En otras palabras, si tienes un fluido dentro de un tubo en el que no queda ninguna burbuja de aire y varía la presión del fluido en un extremo del tubo, entonces cambiará la presión a lo largo de todo el tubo hasta igualarse.

El hecho de que en el interior de un sistema cerrado impere la misma presión (si no se consideran las diferencias gravitatorias) tiene una consecuencia interesante. Como $P = F/A$, obtienes la siguiente ecuación para la fuerza:

$$F = PA$$

Entonces, si la *presión* es la misma en todas partes dentro de un sistema cerrado pero las *áreas* contempladas son distintas, ¿se pueden tener fuerzas diferentes?

Para aclarar esta cuestión observa la figura 8-2, donde se muestra un sistema de un líquido confinado entre dos pistones hidráulicos, uno con una cabeza de área A_1 y otro con una cabeza de área A_2. Si aplicas una fuerza F_1 al pistón más pequeño, ¿qué fuerza F_2 hay en el otro pistón?

La presión en cualquier punto es F/A. De acuerdo con el principio de Pascal, la presión es la misma en cualquier punto dentro del fluido, así que

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Al despejar F_2 se obtiene la fuerza en el punto 2:

$$F_2 = \frac{F_1 A_2}{A_1}$$

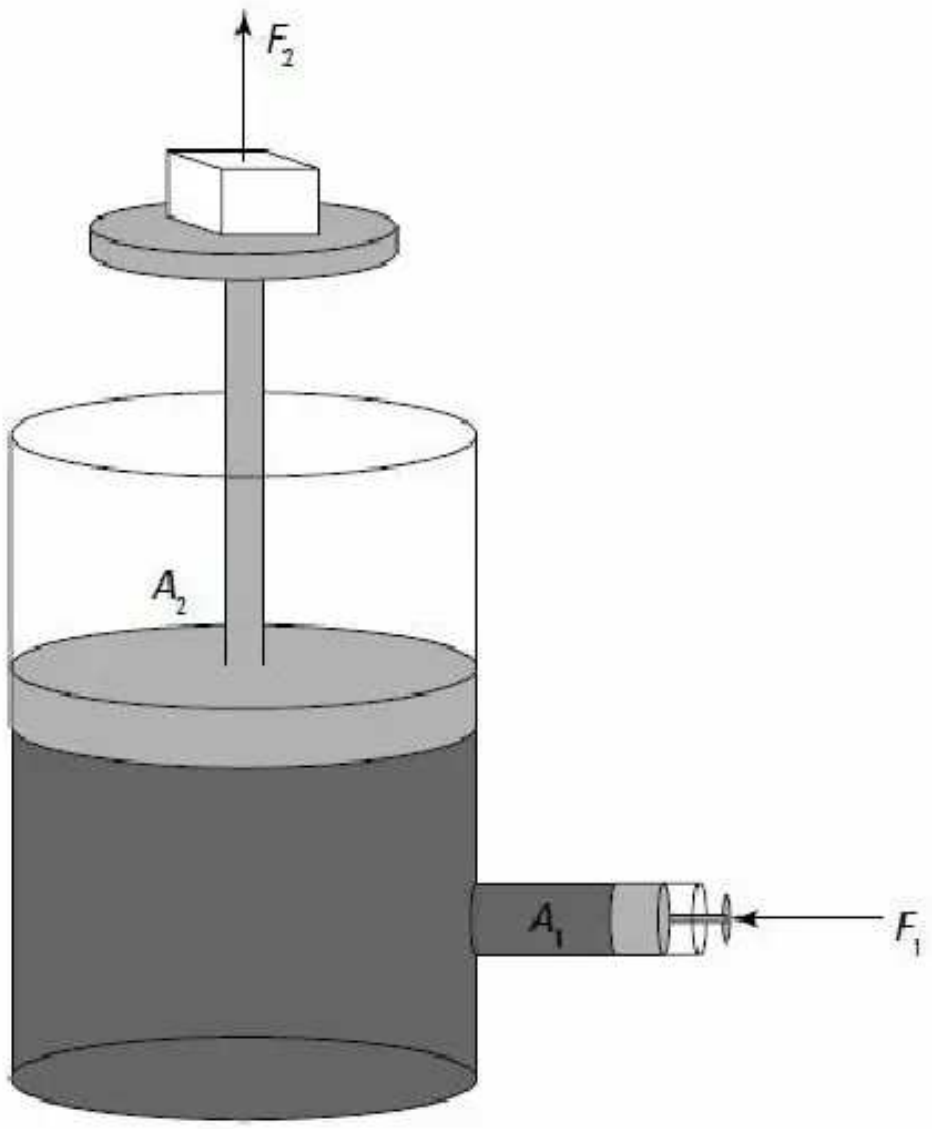


Figura 8-2.
Un sistema hidráulico incrementa la fuerza

Fantástico. Esto significa que puedes conseguir una fuerza enorme a partir de una fuerza minúscula, si hay una relación grande entre el tamaño de los pistones. Por ejemplo, si el área del pistón 2 es 100 veces mayor que la del pistón 1, ¿significa eso que cualquier fuerza que apliques al pistón 1 se multiplicará por 100 en el pistón 2?

En efecto. Así funcionan las instalaciones hidráulicas. Usando un pistón pequeño en un extremo y uno grande en el otro, se generan fuerzas enormes. El funcionamiento de las retroexcavadoras y otras máquinas hidráulicas, como los camiones de la basura y los montacargas hidráulicos, se basa en el principio de Pascal.

¿Cuál es el truco? Si presionas el pistón 1 y consigues una fuerza 100 veces mayor sobre el pistón 2, parece que sacas algo de la nada. La clave es que tienes que empujar el pistón pequeño 100 veces más lejos de lo que se desplazará el pistón 2.

Flotación: gracias a Arquímedes tu yate no se hunde



El *principio de Arquímedes* dice que cualquier fluido ejerce una fuerza de flotación sobre cualquier objeto total o parcialmente hundido en él, y la magnitud de la fuerza hidrostática es igual al peso del fluido que desaloja ese objeto. Un objeto menos denso que el agua flotará porque el agua que desplaza pesa más que el objeto en sí. Por tanto, mientras el objeto empuja hacia abajo, el agua empuja a su vez hacia arriba con más intensidad.

Si alguna vez has intentado hundir en el agua un balón de playa, habrás notado este principio en plena acción. Cuando lo oprimes hacia abajo, el balón empuja hacia arriba. De hecho, es muy difícil sumergir un balón de playa grande. Como todo buen físico en traje de baño, tal vez te hayas preguntado qué pasa.

¿Cuál es la fuerza hidrostática, F_h, que ejerce el agua sobre el balón de playa? Para simplificar este problema, decides pensar en el balón como si fuera un cubo de una altura h y con una cara horizontal de área A. Así que la fuerza hidrostática ejercida sobre este balón de playa cúbico equivale a la fuerza que soporta el balón de playa en su parte inferior menos la fuerza que soporta en su parte superior:

$$F_{hidrostática} = F_{abajo} - F_{arriba}$$

Y, como $F = PA$, puedes introducir la presión en la ecuación con una sustitución sencilla:

$$F_{hidrostática} = (P_{abajo} - P_{arriba})A$$

También puedes expresar la diferencia de presión, $P_{abajo} - P_{arriba}$, como ΔP:

$$F_{hidrostática} = \Delta P$$

La variación de la presión es igual a ρgh, así que reemplazas ΔP:

$$F_{hidrostática} = \rho ghA$$

Fíjate en que hA es el volumen del cubo. Al multiplicar el volumen, V, por la densidad, ρ, obtienes la masa del agua desplazada por el cubo, *m*, así que puedes sustituir ρ*hA* por *m*:

$$F_{hidrostática} = mg$$

Deberías reconocer *mg* (la masa multiplicada por la aceleración debida a la gravedad) como la

expresión para el peso, así que la fuerza hidrostática es igual al peso del agua desalojada por el objeto sumergido:

$$F_{hidrostática} = Peso_{agua\ desplazada}$$

Pues resulta que esa ecuación es el principio de Arquímedes. Veamos un ejemplo de su aplicación práctica. Imagina que el área de diseño de la empresa Balsas Acme te contrata para que digas qué porción de su nueva balsa quedará bajo el agua cuando haya que botarla. Puedes ver la nueva balsa Acme en la figura 8-3. La densidad de la madera empleada para fabricar estas balsas es de 550 kg/m^3, y la balsa mide 20 cm de altura.

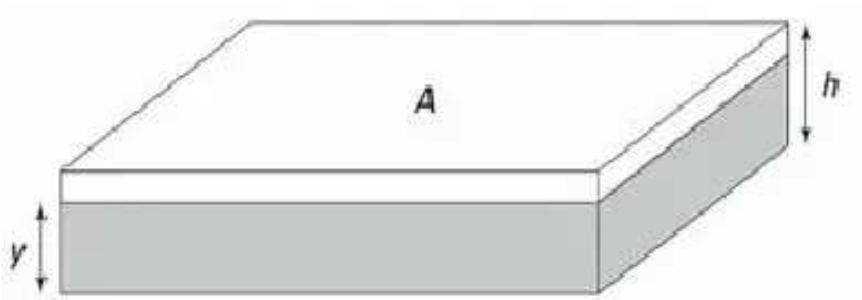


Figura 8-3.
Una balsa dentro del agua

Sacas el cuaderno y razonas que para que la balsa flote, su peso debe ser igual a la fuerza hidrostática que ejerce el agua contra ella.

Pongamos que la balsa tiene una altura *h* y una superficie horizontal de un área *A*; entonces su peso equivaldría a:

$$Peso_{balsa} = \rho_{balsa} Ahg$$

Pues bien, ¿cuál es la fuerza hidrostática que ejerce el agua contra la balsa? La fuerza hidrostática es igual al peso del agua que desplaza la parte sumergida de la balsa. Supón que cuando la balsa flota, la base de la balsa se encuentra a una distancia *y* bajo el agua. Así que el volumen sumergido de la balsa es *Ay*. Así que la masa del agua desplazada por la balsa equivale a:

$$m_{agua\ desplazada} = \rho_{agua} Ay$$

El peso del agua desalojada no es más que su masa multiplicada por *g*, la aceleración de la gravedad, así que al multiplicar por *g* ambos miembros de la ecuación se despeja el peso del agua desalojada en la parte izquierda de la ecuación. El peso del agua desplazada equivale a:

$$Peso_{agua\ desplazada} = \rho_{agua} Ayg$$

Para que la balsa flote, el peso del agua desalojada tiene que ser igual al peso de la balsa, así que los valores del peso de la balsa y del peso del agua se igualan:

$$\rho_{balsa} Ahg = \rho_{agua} Ayg$$

Como A y g aparecen a ambos lados de la ecuación, se anulan y la ecuación queda simplificada en:

$$\rho_{balsa} h = \rho_{agua} y$$

Al despejar y se obtiene la ecuación de la altura de la balsa que queda sumergida bajo el agua:

$$y = \frac{\rho_{balsa} h}{\rho_{agua}}$$

Si introduces los datos de densidad hallas que la proporción de la altura de la balsa que se sumerge es:

$$y = \frac{550\ \text{kg/m}^3}{1{,}000\ \text{kg/m}^3} h = 0{,}550h$$

Esto significa que el 55 % de la balsa quedará sumergida bajo el agua. Así que, si la balsa mide 20 cm (o 0,2 m) de altura, ¿cuántos centímetros quedarán bajo el agua cuando la pongan a flote? Introduce el valor de la altura de la balsa para calcular la respuesta:

Así que 11 cm de la altura de la balsa quedarán bajo el agua.

Dinámica de fluidos: fluidos en movimiento

El movimiento de los fluidos cumple leyes sencillas que, a su vez, cumplen las leyes del movimiento de Newton. A pesar de la sencillez de las leyes, no hay que perder de vista que un fluido puede adoptar formas distintas. Puedes verlo solo con echar un vistazo a tu alrededor: los fluidos se arremolinan, como en los huracanes, discurren con un flujo uniforme y constante, como cuando abres un grifo, o borbotean siguiendo un patrón complejo, como el vapor que sale de una olla de agua hirviendo. Todos esos tipos de flujos se pueden caracterizar mediante determinadas propiedades; y de eso trata este apartado.

Caracterización del tipo de flujo

El flujo de un fuido puede ser de muchas maneras: estable o inestable, compresible o incompresible,

entre otros. Algunas de estas características aluden a propiedades del líquido o el gas por sí mismo, mientras que otras dependen de la manera en que se mueve el líquido. Este apartado contempla todas las posibilidades.



Date cuenta de que el flujo de un fluido puede ser muy complejo cuando se hace turbulento. Los físicos no han desarrollado ninguna ecuación elegante para describir la turbulencia, porque el funcionamiento de la turbulencia depende de cada sistema individual (ya sea el agua que se precipita en cascada por una cañería o la corriente de aire que sale de un motor de reacción). Por lo general, hay que recurrir a computadoras para resolver problemas sobre turbulencias en fluidos.

Regularidad: flujo constante o inconstante

El flujo de un fluido puede ser constante o inconstante, dependiendo de la velocidad del fluido. Es:

- **uniforme** si el fluido mantiene una velocidad constante en todos los puntos.
- **no uniforme** si la velocidad del fluido es diferente entre dos puntos cualesquiera.

Por ejemplo, supón que te sientas junto a una corriente de agua y notas que el flujo no es uniforme: observas remolinos y contracorrientes y toda clase de saltos. Imagina el vector velocidad de un centenar de puntos dentro del agua y tendrás una idea clara de lo que es un flujo no uniforme: el vector velocidad puede apuntar hacia cualquier lugar, aunque suele seguir el flujo medio general de la corriente. (A veces los físicos dividen un flujo complejo en la suma de un flujo medio uniforme y fluctuaciones complicadas, pero tú no necesitarás hacerlo aquí.)

Flexibilidad: flujo compresible o incompresible



El flujo de un fluido puede ser *compresible* o *incompresible*, dependiendo de si el fluido se puede comprimir con facilidad. Los líquidos suelen resultar casi imposibles de comprimir, mientras que los gases (que también son fluidos) son muy compresibles.

Los sistemas hidráulicos funcionan gracias a que los líquidos son incompresibles, es decir, cuando

aumentas la presión en un punto del sistema hidráulico, la presión sube hasta igualarse en todos los puntos del sistema. (Para ahondar en esta cuestión consulta el apartado previo titulado "Máquinas hidráulicas: transmisión de la presión con el principio del Pascal".) Los gases, por su parte, son muy compresibles, aunque estires el neumático de la bici hasta el límite, siempre podrás bombear más aire en su interior si presionas el émbolo y lo comprimes. En el capítulo 16 encontrarás las leyes que rigen el comportamiento de los gases al comprimirlos y expandirlos en diferentes situaciones.

Consistencia: flujo viscoso o no viscoso

El flujo de un líquido puede ser *viscoso* o *no viscoso*. La *viscosidad* es una medida de la consistencia de un fluido, y los fluidos muy pegajosos, como el aceite de motor o el champú, se denominan *fluidos viscosos*.



En realidad la viscosidad es una medida del rozamiento dentro del fluido. Cuando un fluido se mueve, las capas del fluido se frotan y, en el caso de los fluidos muy viscosos, el rozamiento es tan grande que tiran unas de otras y entorpecen el movimiento.

La viscosidad suele variar con la temperatura porque cuando las moléculas de un fluido se mueven más deprisa (cuando el fluido está más caliente), se deslizan con más facilidad unas sobre otras. Así que puedes comprobar que la mermelada dentro del bote es muy densa, pero al verterla sobre una rebanada de pan recién tostada, por ejemplo, se vuelve más líquida a medida que la esparces y se calienta.

Dando vueltas: flujo rotacional o no rotacional

El flujo de un fluido puede ser rotacional o no rotacional. Si mientras te desplazas siguiendo un círculo cerrado sumas todas las componentes del vector velocidad del fluido a lo largo de tu trayectoria y el resultado final no da cero, entonces se trata de un flujo *rotacional*.



Para comprobar si un fluido tiene una componente rotacional, puedes poner un pequeño objeto encima y dejar que lo arrastre. Si el objeto gira, entonces el flujo es rotacional; si el objeto no gira, entonces el flujo es no rotacional.

Por ejemplo, observa el agua que fluye por un arroyo. Se arremolina entre las piedras y se curva alrededor de los obstáculos. En esos puntos, el flujo del agua tiene una componente rotacional.

Algunos flujos que quizá te parezcan rotacionales en realidad no lo son. Por ejemplo, fuera del

centro, un vórtice es en realidad ¡un flujo no rotacional!

Por otra parte, es muy posible que los flujos que no parecen rotacionales sí lo sean en realidad; por ejemplo, en los flujos de cizalla. En un flujo de cizalla todo el fluido se mueve en la misma dirección, pero el fluido se mueve más rápido en uno de los lados. Supón que el fluido se mueve más deprisa en la parte izquierda que en la derecha. El fluido no se desplaza en absoluto en círculo, pero

si dejaras flotar un objeto pequeño sobre este flujo, empezaría a girar, porque en la parte izquierda del objeto el flujo es algo más rápido. Así que este flujo es rotacional.

Representación del flujo mediante líneas de corriente

Una manera muy práctica de visualizar el flujo de un fluido es mediante líneas de corriente. La *línea de corriente* de un fluido es una línea tal que una tangente a ella en cualquier punto es paralela a la velocidad del fluido en ese punto. En otras palabras, la línea de corriente sigue el flujo del fluido. En la figura 8-4 puedes ver la línea de corriente, que es la línea más oscura situada en el centro del flujo.

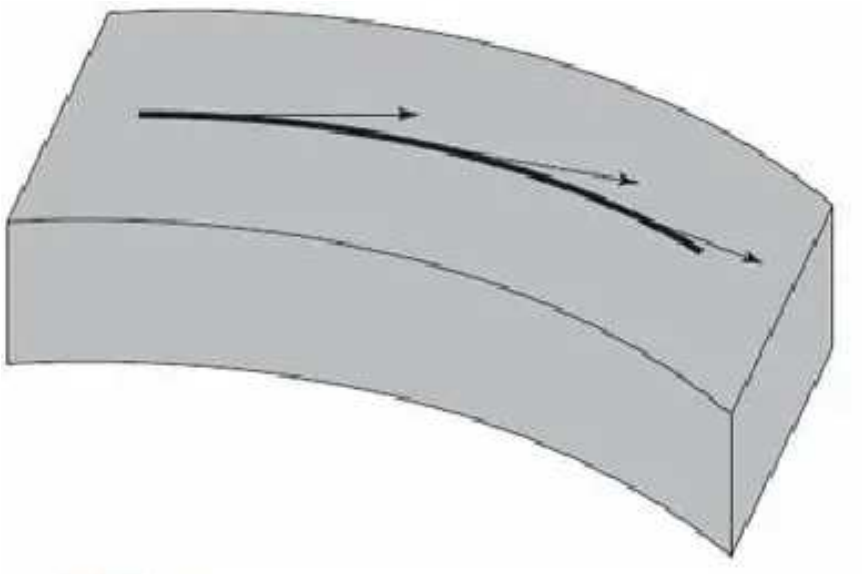


Figura 8-4.
Las líneas de corriente indican la dirección del flujo

Si trazas las líneas de corriente de cualquier flujo, consigues una representación inmediata de la manera en que se mueve ese fluido. Puedes trazar tantas líneas de corriente como necesites para

hacerte una idea exacta del flujo del fluido.
Cuando el flujo de un fluido es turbulento, las líneas de corriente se entremezclan por completo. Por eso resulta tan difícil tratar los flujos turbulentos de una forma precisa, matemática.



Puedes encontrarte con una serie de líneas de corriente que forman un *tubo de corriente*. Es decir,

las líneas de corriente forman las paredes de un tubo. Lo interesante de los tubos de corriente es que el fluido no atraviesa sus paredes, sino que siempre se conduce hacia el interior de él.

Déjate llevar por el flujo y la presión

Por muy complicado que parezca un flujo, los fluidos siempre cumplen ciertas leyes simples que se pueden expresar mediante ecuaciones. En este apartado verás la ecuación que describe la continuidad del flujo de un fluido (el resultado de que la materia no se cree ni se destruya) y la relación entre la velocidad y la presión. También conocerás aquí algunas de las consecuencias de esas relaciones.

La ecuación de continuidad: relación entre el tamaño de un tubo y el flujo específico

Si un fluido pasa con una velocidad determinada cierto punto de un sistema de tubos, la *ecuación de continuidad* permite predecir cuál será su velocidad en otro punto cualquiera. Como la masa del fluido no se crea ni se destruye, si la masa pasa por un lugar a un ritmo determinado, tendrá que avanzar hacia el punto contiguo al mismo ritmo. Esta idea expresada en forma de ecuación permite hallar la variación de la velocidad en un tubo que se estrecha, por ejemplo.

Conservación de la masa con la ecuación de continuidad

La ecuación de la continuidad proviene de la idea de que cuando un fluido se mueve no desaparece ni un ápice de su masa. En otras palabras, el fluido resultante es igual al fluido de partida. La ecuación de continuidad se puede obtener mezclando un poco de geometría con las fórmulas físicas para la masa (que permanece constante), la densidad y la velocidad.

Imagina un cubo de fluido que discurre por una tubería, junto con el resto del fluido, tal como ilustra la figura 8-5. El cubo tiene un área, *A*, perpendicular al flujo del fluido y tiene una longitud, *h*, a lo largo del flujo del fluido.

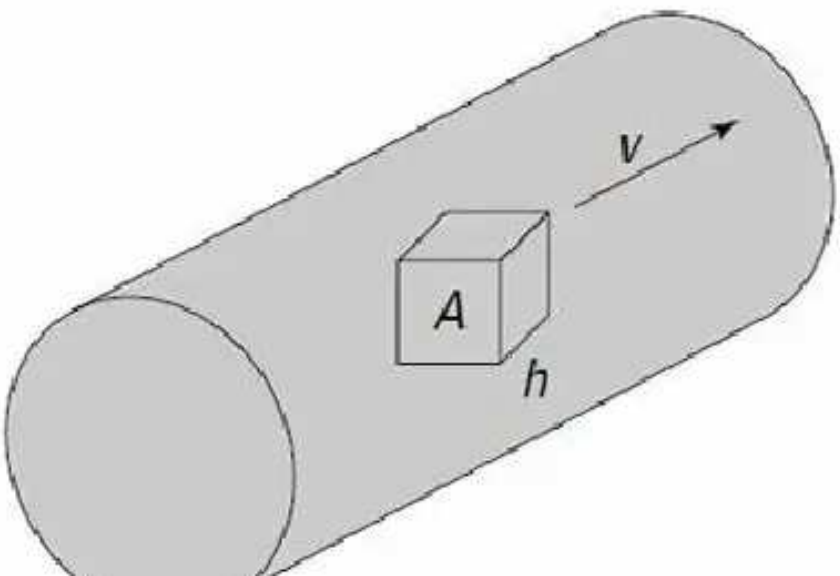


Figura 8-5.
Imaginamos un cubo de fluido en medio del propio fluido

Imagina ahora que la cañería se estrecha tanto que el cubo ya no cabe por él. Las paredes del cubo cambiarán de forma. ¿Qué crees que se mantendrá constante al cambiar el cubo desde su forma

inicial hasta estar deformado? La masa que tenía el fluido en forma de caja permanecerá constante, porque por sus paredes no se sale nada de fluido. Así que puedes afirmar que

$$m_1 = m_2$$

donde m_1 es la masa del fluido del cubo inicial y m_2 es la masa del fluido del cubo deforme del final, cuando la cañería se estrecha.

En cambio, piensa en la densidad, ρ. La masa del fluido confinado en el cubo es la densidad del fluido multiplicada por el volumen del cubo, que es Ah. Así que puedes replantear la ecuación así

$$\rho_1 A_1 h_1 = \rho_2 A_2 h_2$$

en la que A_1 es el área de la cara frontal del cubo inicial, h_1 es la longitud del cubo inicial, etcétera.

Imagina ahora que mides la cantidad de masa que discurre en un tiempo t para calcular el flujo de la corriente, así que divides la ecuación a la que acabas de llegar entre un intervalo temporal t:

$$\rho_1 A_1 \frac{h_1}{t} = \rho_2 A_2 \frac{h_2}{t}$$

La longitud del cubo que pasa ante ti en un tiempo t te da la velocidad del fluido en ese punto específico, así que h/t se convierte en la velocidad del fluido en ese lugar. Al reemplazar h/t por v, la velocidad, obtienes la siguiente ecuación:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Y esa cantidad, ρAv, recibe el nombre de *flujo másico*, que es la masa del fluido que pasa por un punto concreto cada segundo. La unidad de medida del flujo másico en el Sistema Internacional es el kilogramo por segundo, cuyo símbolo es kg/s.



El flujo másico tiene el mismo valor en todos los puntos de un conducto fluido con un solo punto de entrada y un punto único de salida. Los flujos másicos en dos puntos cualesquiera del conducto

mantienen la siguiente relación con la *ecuación de la continuidad*:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Líquidos incompresibles: alteración del tamaño del conducto para alterar el flujo específico

Como los líquidos son prácticamente incompresibles, la densidad no cambia a lo largo del flujo. Por tanto, si la misma cantidad de agua debe apretarse para pasar por un espacio más reducido que aquel por el que circulaba, tendrá que cambiar la velocidad del agua: irá más deprisa. Recuerda qué sueles hacer para conseguir un chorro más rápido con una manguera de jardín: tapas la mayor parte de la boca de la manguera con el pulgar, lo que obliga al agua a salir por un espacio más pequeño.

Esta idea se puede expresar mediante la ecuación de continuidad. Con los líquidos incompresibles, la densidad debe ser la misma en el punto 1 y en el punto 2; como $\rho 1 = \rho 2$, tienes la siguiente ecuación, en la que ρ es la densidad compartida:

$$\rho A_1 v_1 = \rho A_2 v_2$$

Al dividir entre ρ, obtienes:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

donde Av recibe el nombre de flujo volumétrico, cuyo símbolo es Q. Así que en dos puntos cualesquiera a lo largo del flujo de un líquido incompresible, se cumple lo siguiente:

$$Q_1 = Q_2$$

Aquí tienes un ejemplo con algunos números. Imagina que estás jugando con una manguera contra incendios y que notas que el agua sale de la manguera a 7,7 m/s. La sección transversal de la boquilla mide 4×10^{-4} m^2. ¿Qué velocidad llevará el agua procedente de la boca de riego al entrar por primera vez en la manguera, que tiene un área de sección transversal de 1×10^{-2} m^2?

Resolver el problema es fácil gracias a que el flujo volumétrico de un líquido incompresible se mantiene igual en cualquier punto a lo largo del flujo. Eso significa que se cumple lo siguiente:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

donde A_1 es el área de sección transversal de la manguera; v_1 es la velocidad del agua cuando entra en la manguera; A_2 es el área de sección transversal de la boca de riego; y v_2 es la velocidad con la que sale el agua de la manguera.

Al despejar v_1, la velocidad del agua cuando entra en la manguera, llegas a la siguiente ecuación:

$$v_1 = \frac{A_2 v_2}{A_1}$$

Al introducir los números, obtienes esta respuesta:

$$v_1 = \frac{A_2 v_2}{A_1} = \frac{\left(4{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2\right)(7{,}7\ \mathrm{m/s})}{\left(1{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}^2\right)} \approx 0{,}31\ \mathrm{m/s}$$

Así que el agua entra en la manguera con una velocidad bastante lenta, 0,31 m/s y sale por la boquilla con una velocidad mucho mayor, de 7,7 m/s.

La ecuación de Bernoulli: relación entre la velocidad y la presión

Has llegado a la sala de máquinas del flujo de fluidos: la ecuación de Bernoulli, que te permite relacionar la presión, la velocidad del fluido y la altura; es decir que se puede hallar la diferencia de presión que tiene el fluido entre dos puntos si se conoce la velocidad y la altura en esos dos puntos.



La ecuación de Bernoulli relaciona la presión, la densidad, la velocidad y la altura de un fluido que discurre desde un punto 1 hasta un punto 2 de este modo:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

He aquí el significado de las variables de esta ecuación (en la que los subíndices se refieren al punto 1 y al punto 2):

- P es la presión en el fluido.
- ρ es la densidad del fluido.
- g es la aceleración debida a la gravedad.
- v es la velocidad del fluido.
- y es la altura del fluido.

La ecuación da por supuesto que se trata de un flujo estable de un fluido incompresible, no rotatorio y no viscoso (si no sabes qué significa todo eso, consulta el apartado previo, “Caracterización del tipo de flujo”).

En el aire

El principio de Bernoulli es muy fácil de demostrar. Lo único que necesitas son dos trozos rectangulares de papel. Sujeta ambos fragmentos de papel por un extremo de forma que queden colgando; ahora pon uno frente al otro con una separación de unos pocos centímetros. En el hueco que hay entre ambos trozos la presión del aire es igual a la que se da al otro lado de cada papel, así que se mantienen suspendidos sin moverse. Ahora viene lo impresionante. Si soplas entre ambos trozos de papel, ¿qué crees que ocurrirá? La mayoría de tus amigos seguramente dirían que los papeles se separarán. Pero, si pruebas a hacerlo, ¡descubrirás que se acercan! Tú

puedes explicar por qué pasa eso porque conoces el principio de Bernoulli.
Al soplar entre ambos fragmentos de papel, el aire se mueve más rápido y, al mismo tiempo, pierde presión. Como la presión entre ambos papeles es ahora menor que la presión fuera de ese pasillo, los trozos de papel se acercan entre sí.

Y lo interesante no acaba ahí: si sorprendes a tus amigos con este truco de papeles, los dejarás pasmados recurriendo al mismo principio —el de Bernouilli— para explicar cómo vuelan los aviones. La sección transversal del ala de un avión tiene la forma de una especie de bóveda curva. Este particular perfil hace que el aire que avanza hacia el ala se escinda en su borde

anterior. Una porción del aire pasa sobre el ala, y otra parte pasa por debajo antes de volver a converger con la porción inicial de aire en el borde de salida del ala. Pero, gracias a la forma de la sección transversal del ala, el aire que pasa por encima recorre una distancia mayor que el aire que pasa por debajo,así que tiene que moverse más rápido. Y, tal como demostraste con los dos trozos de papel (de acuerdo con el principio de Bernoulli), el aire más rápidotiene menos presión. Así que la presión del aire que pasa por debajo del ala es mayor que la del aire que pasa por encima. Esta diferencia de presión proporciona la sustentación necesaria para que un avión vuele.



Una consecuencia inmediata de esta ecuación es una de las manifestaciones del *principio de Bernoulli*, que dice que el aumento de velocidad de un fluido hace que disminuya su presión.

Tuberías y presión: júntalo todo



La unión de la ecuación de continuidad con la ecuación de Bernoulli permite relacionar la presión que hay dentro de un tubo con la variación de su diámetro. La ecuación de continuidad, que dice que un volumen concreto de un líquido fluye con una tasa constante, se emplea a menudo para hallar la velocidad que se usa en la ecuación de Bernoulli, donde se relaciona la velocidad con la presión.

Veamos un ejemplo. El quirófano está en silencio cuando entras. En la mesa de operaciones yace una persona muy importante aquejada de un aneurisma en la aorta, la principal arteria que sale del corazón. Un aneurisma es la dilatación de un vaso sanguíneo cuyas pareces se han debilitado.

Los médicos te dicen: "El área de sección transversal del aneurisma es de 2*A*, donde *A* es el área de sección transversal de la aorta normal. Queremos operar, pero antes de realizar la incisión necesitamos saber en qué medida es mayor la presión en el aneurisma".

Meditas unos instantes: resulta que sabes que la velocidad normal con la que fluye la sangre por la aorta humana es de 0,4 m/s; y, tras una consulta rápida a la tabla 8-1, ves que la densidad de la sangre es 1060 kg/m^3. Pero ¿será suficiente con esa información? Tal vez quieras recurrir a la ecuación de Bernoulli en este caso porque relaciona la presión con la velocidad:

$$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g y_1=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho g y_2$$

Puedes simplificar la ecuación de Bernoulli porque, como el paciente permanece tumbado en la mesa de operaciones, resulta que $y_1 = y_2$, así que la ecuación de Bernoulli se transforma en lo siguiente:

$$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Aspiras a saber cuánta más presión hay en el aneurisma que en la aorta normal, así que buscas $P_2 - P_1$. Al reordenar la ecuación obtienes:

$$P_2-P_1=\frac{1}{2}\rho v_1^2-\frac{1}{2}\rho v_2^2$$
$$\Delta P=\frac{1}{2}\rho v_1^2-\frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Esto tiene mejor pinta; ya conoces ρ (la densidad de la sangre) y v_1 (la velocidad de la sangre en una aorta humana normal). Pero ¿cuánto es v_2, la velocidad de la sangre dentro del aneurisma? ¿Vale lo mismo? Lo meditas concienzudamente y se te enciende una luz en el cerebro: la ecuación de continuidad te sacará del apuro porque relaciona velocidades con áreas de sección transversal:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Como la densidad de la sangre es la misma en el punto 1 y el punto 2, en la aorta normal y dentro del aneurisma, puedes simplificar las densidades y quedarte con:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Si despejas v_2, obtienes:

$$v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2}$$

Ya puedes introducir los datos numéricos. Como los médicos te dijeron que $A^2 = 2A^1$ y como sabes que $v_1 = 0{,}4$ m/s, te queda:

$$v_2 = \frac{A_1 (0{,}4\ \text{m/s})}{2{,}0 A_1} = 0{,}2\ \text{m/s}$$

Así que ya puedes trabajar con la ecuación a la que llegaste:

$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho v_1^2 - \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Saca ρ como factor común en el segundo miembro de la ecuación:

$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho \left(v_1^2 - v_2^2\right)$$

Y ahora introduce los números para llegar a:

$$\Delta P = \frac{1}{2}\left(1\,060\ \text{kg/m}^3\right)\left[(0{,}4\ \text{m/s})^2 - (0{,}2\ \text{m/s})^2\right] \approx 64\ \text{Pa}$$

Así que comunicas a los doctores que la presión es 64 Pa mayor en el aneurisma que en la aorta normal.

“¿Y eso qué es?”, te preguntan los médicos. “Danos el resultado en unidades comprensibles”.

“La presión es de unos 0,64 g/cm² más en el aneurisma que en la aorta sana.”

“¿Cómo? Eso no es nada”, dicen los doctores. “Operaremos de inmediato: ¡Acaba usted de salvarle la vida a una persona importantísima!”

la vida a una persona importantísima.

Y así es un día de trabajo en la vida de un físico.

Parte III

La energía busca trabajo



En esta parte...

Si conduces un coche hasta la parte alta de una colina y lo aparcas allí, aún tendrá energía (energía potencial). Si el freno se suelta y el coche rueda ladera abajo, tendrá un tipo distinto de energía al final del descenso (energía cinética). Esta parte del libro te explica qué es la energía y cómo se transforma en energía el trabajo que realizas al moverte y estirar objetos. Pensar en términos de trabajo y energía permite resolver problemas que ni siquiera podrías empezar a plantearte con las leyes del movimiento de Newton o que resultarían más complicados con ellas. También descubrirás qué es el movimiento armónico simple, muy útil con objetos tales como muelles o péndulos.

Capítulo 9

Consigue trabajo con la física

En este capítulo

- Pasarás revista a la fuerza de trabajo
- Valorarás la energía cinética y potencial
- Recorrerás la senda de las fuerzas conservativas y no conservativas
- Contarás con la energía mecánica y la potencia en el trabajo

Tú ya sabes lo que es trabajo: es lo que haces cuando abordas problemas de física. Te sientas ante la calculadora, sudas un poco y llegas a una solución. Has hecho tu trabajo. Pero no es eso lo que se considera trabajo en términos físicos.

El concepto que tiene la física es que se realiza un *trabajo* cuando una fuerza mueve un objeto y lo desplaza. Tal vez esa noción de trabajo no coincida con la de tu jefe, pero es la que vale en física. Además de los fundamentos del trabajo, en este capítulo conocerás la energía cinética y potencial, verás las fuerzas conservativas y las no conservativas, y analizarás la energía mecánica y la potencia.

En busca de trabajo

Sostener objetos pesados en el aire (como, por ejemplo, unas mancuernas) parece requerir un montón de trabajo, pero no es así desde el punto de vista de la física; aunque haya que hacer bastante esfuerzo con los brazos no se produce ningún trabajo mecánico si no se mueven las pesas.



Desde el punto de vista de la física, se realiza un trabajo mecánico sobre un objeto cuando una fuerza mueve el objeto a lo largo de un determinado desplazamiento. Cuando la fuerza es constante y el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento es θ, entonces el trabajo realizado viene dado por $T = Fs \cos \theta$. Dicho llanamente, si arrastras un disco de *hockey* de 500 kg, la física dice que el trabajo que realizas es la componente de la fuerza que aplicas en la dirección del avance multiplicada por la distancia recorrida.

Para entender bien ese concepto de trabajo tienes que pensar en todas las unidades de medida que implica. Una vez que tengas las unidades, podrás estudiar ejemplos prácticos, como casos relacionados con empuje y arrastre. También sabrás qué significa el trabajo negativo.

El trabajo en los sistemas de medida

El trabajo es una magnitud escalar, no un vector; por tanto tiene valor pero no dirección (encontrarás más información sobre escalares y vectores en el capítulo 4). Como el trabajo es la fuerza multiplicada por la distancia, $Fs \cos \theta$, su unidad en el Sistema Internacional es el Newton-metro (consulta el capítulo 2 para profundizar en los sistemas de medida).



El *teorema trabajo-energía* dice que el trabajo mecánico realizado por una fuerza neta es equivalente a una transferencia de energía y la unidad de esa energía es el *julio*. Como ese teorema establece la equivalencia entre trabajo y energía, ambas magnitudes pueden medirse en las mismas unidades; para convertirlas, te irá bien saber que un newton de fuerza aplicado durante una distancia de un metro (la fuerza se aplica a lo largo de la línea del desplazamiento) equivale a un julio (1 J) de trabajo. También se pueden medir la energía y el trabajo en kilowatios-hora (kWh), una unidad que seguro que te suena de la factura de la luz; 1 kWh = $3{,}6 \times 10^6$ J.

Empuja un peso: aplicación de fuerza en la dirección del movimiento

El movimiento es un requisito del trabajo. Para que se produzca trabajo una fuerza neta tiene que desplazar un objeto. El trabajo es el producto de una fuerza por un desplazamiento.

Veamos un ejemplo: imagina que estás empujando un lingote de oro para llevarlo hasta tu casa, tal como ilustra la figura 9-1. ¿Cuánto trabajo deberás realizar para trasladarlo hasta tu destino? Para calcular el trabajo necesitas conocer tanto la fuerza como el desplazamiento. En primer lugar, halla cuánta fuerza necesitas para empujar el lingote.

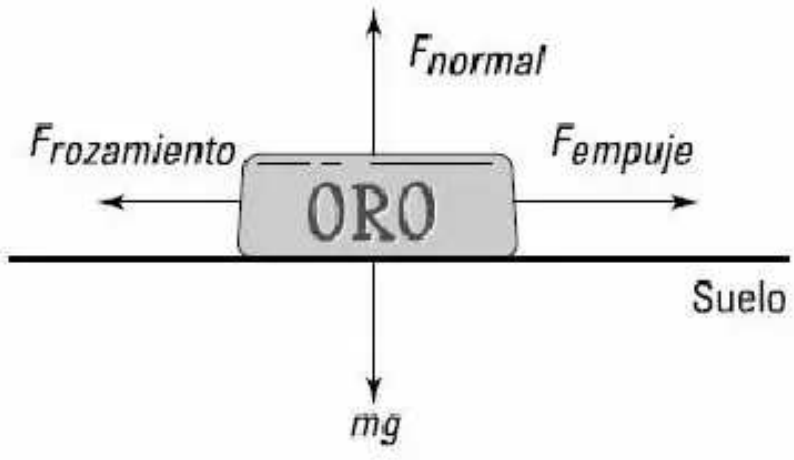


Figura 9-1:
Para realizar trabajo sobre este lingote de oro, hay que empujarlo con la fuerza suficiente como para vencer el rozamiento y conseguir que se mueva

Imagina que el coeficiente dinámico de rozamiento (consulta el capítulo 6), μ_d, entre el lingote y el suelo es de 0,25, y que el lingote tiene una masa de 1.000 kg. ¿Qué fuerza debes aplicar para que el lingote siga moviéndose sin acelerarlo? Empieza por esta ecuación para la fuerza del rozamiento:

$$F_R = \mu_d F_N$$

Suponiendo que el terreno es plano, la magnitud de la fuerza normal, F_N, no es más que mg (la masa por la aceleración debida a la gravedad). Lo que significa que:

$$F_R = \mu_d mg$$

donde m es la masa del lingote y g es la aceleración debida a la gravedad en la superficie de la Tierra. Al introducir los números obtienes lo siguiente:

$$\begin{aligned} F_R &= \mu_d mg \\ &= (0{,}25)(1\,000\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) \\ &= 2400\ \text{N} \end{aligned}$$

Tienes que aplicar una fuerza de 2.450 N para mantener el lingote en movimiento sin acelerarlo.

Ya conoces la fuerza, así que para hallar el trabajo necesitas conocer el desplazamiento. Imagina que tu casa se encuentra a 3 km, o 3.000 m, de distancia. Para llevar el lingote hasta allí tienes que

realizar todo este trabajo:

$$T = Fs \cos \theta$$

Como estás empujando el lingote con una fuerza paralela al suelo, el ángulo entre F y s es 0°, y cos 0° = 1, así que al introducir los números obtienes lo siguiente:

$$\begin{aligned} T &= Fs \cos \theta \\ &= (2{,}450\ \text{N})(3{,}000\ \text{m})(1) \\ &= 7{,}35 \times 10^6\ \text{J} \end{aligned}$$



Tienes que realizar 7,35 × 10^6 J de trabajo para llevar el lingote hasta tu casa. ¿Quieres una referencia? Pues bien, para levantar una masa de 1 kg 1 m recto hacia arriba, tienes que ejercer una fuerza de 9,8 N a lo largo de esa distancia, lo que requiere 9,8 J. Llevar el lingote de oro hasta tu casa te va a suponer 750.000 veces esa cantidad. También puedes medirlo en kilocalorías, que es otra unidad que mide el trabajo; su símbolo es kcal y 1 kcal equivale a 4.186 julios; por tanto, para desplazar el lingote hasta casa, deberás gastar unas 1.755,85 kcal. Una advertencia: en textos relacionados con los alimentos a la kilocaloría se la llamaba Caloría (con *C* mayúscula) y se simbolizaba como *Cal* o con una simple *C*; no obstante, esa nomenclatura está obsoleta.

Usa un cable de remolque: aplica fuerza con un ángulo

Tal vez prefieras arrastrar objetos en lugar de empujarlos: arrastrar objetos pesados puede resultar más fácil, sobre todo si puedes usar un cable de remolque, tal como muestra la figura 9-2.



Cuando tiras con un ángulo θ, no estás aplicando una fuerza en la misma dirección en que se produce el movimiento. Para calcular el trabajo en este caso, lo único que hay que hacer es hallar la componente de la fuerza a lo largo de la dirección del desplazamiento. El trabajo definido de forma estricta es la fuerza a lo largo de la dirección del desplazamiento multiplicada por la distancia recorrida:

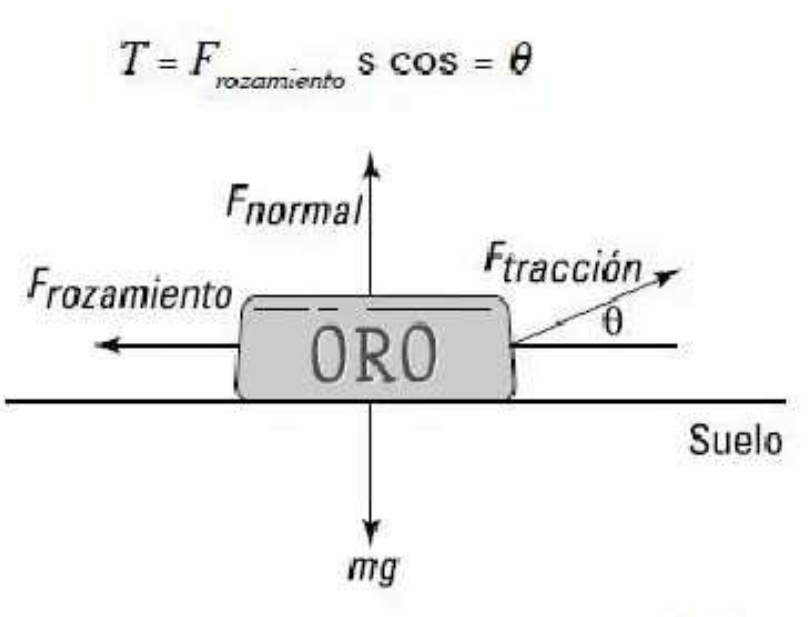


Figura 9-2:
Se necesita más fuerza para realizar la misma cantidad de trabajo si tiras con un ángulo mayor

Tracción más intensa para realizar la misma cantidad de trabajo

Si aplicas la fuerza formando un ángulo con la dirección del movimiento en vez de paralela a ella, tienes que aportar más fuerza para realizar la misma cantidad de trabajo.

Digamos que en lugar de empujar el lingote, optas por arrastrarlo tirando de una cuerda que no está paralela al suelo sino que forma un ángulo de 10° con él; esta vez $\theta = 10°$. Si quieres realizar la misma cantidad de trabajo que cuando empujabas el lingote ($7{,}35 \times 10^6$ J), entonces necesitas que la componente de la fuerza que discurre en la misma dirección que el desplazamiento sea igual que antes, es decir, 2.450 N. Esto significa que

$$F_{tracción} = \cos\theta = 2450 \text{ N}$$

Si despejas la magnitud de la fuerza llegas a

$$F_{tracción} = \frac{2450}{\cos 10^{\circ}} \approx 2490 \text{ N}$$

Si tiras con un ángulo de 10°, tienes que aportar unos 40 N adicionales de fuerza para realizar la misma cantidad de trabajo. Pero antes de que te prepares para tirar con auténtica fuerza, reflexiona sobre la situación un poco más: no tienes que realizar todo ese trabajo.

Ahorra trabajo reduciendo el rozamiento

Si tiras con cierto ángulo, la componente de la fuerza aplicada que discurre a lo largo del suelo (en la dirección del desplazamiento) realiza el trabajo. La componente de la fuerza aplicada que discurre

en ángulo recto (justo en vertical) no realiza ningún trabajo, pero sí se dedica en cierto modo a levantar el lingote (o lo que estés remolcando). La fuerza no es lo bastante grande como para levantar el lingote del suelo por completo, pero sí reduce la fuerza normal que ejerce contra el suelo; y tú ya sabes qué significa eso: menos rozamiento.

Calcula cuánta fuerza de rozamiento tienes si tiras del lingote con una cuerda con un ángulo de 10°. El coeficiente de rozamiento es el mismo que antes, pero ahora la fuerza normal al suelo viene dada

por el peso del lingote menos la componente hacia arriba de la fuerza que aportas. Por tanto, la fuerza de rozamiento es:

$$F_{rozamiento} = \mu(mg - F_{tracción} \operatorname{sen} \theta)$$

Aquí la componente vertical de la fuerza que aplicas al lingote es igual a $F_{tracción}$ sen θ. La fuerza de rozamiento tiene que ser menor que antes porque la fuerza normal es menor, así que ya sabes que necesitas realizar menos trabajo para mover el lingote.

Como quieres aplicar la mínima cantidad de trabajo, quieres arrastrar el lingote por el suelo con la menor fuerza necesaria para vencer el rozamiento. Así que iguala la componente horizontal de tu fuerza con la fuerza del rozamiento:

$$F_{tracción} \cos \theta = F_{rozamiento}$$

Introduce ahora la fuerza de rozamiento y obtienes lo siguiente:

$$F_{tracción} = \cos \theta = \mu(mg - F_{tracción} \operatorname{sen} \theta)$$

Si reordenas esta ecuación para despejar $F_{tracción}$, hallarás la magnitud de la fuerza que debes aplicar:

$$F_{tracción} = \frac{\mu\, mg}{\cos \theta + \mu \operatorname{sen} \theta}$$

$$= \frac{(0{,}25)(1000\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)}{\cos 10^\circ + (0{,}25)\operatorname{sen} 10^\circ} \approx 2380\ \text{N}$$

Se trata de una fuerza algo menor que la que tendrías que aplicar si empujaras el lingote en línea recta. Si la cuerda tiene un ángulo de 10°, el trabajo que harías tirando del objeto para desplazarlo una distancia horizontal de 3.000 m sería:

$$T = F_{tracción}\, s \cos\theta$$
$$= (2380\ \text{N})(3000\ \text{m})(\cos 10°)$$
$$\approx 7{,}0 \times 10^6\ \text{J}$$

Como ves, realizarás menos trabajo si tiras con un ángulo porque hay que vencer menos fuerza de rozamiento.

Trabajo negativo: aplicación de fuerza en sentido contrario al movimiento



Si la fuerza que mueve el objeto tiene una componente en la misma dirección que el movimiento, el trabajo que realiza la fuerza sobre el objeto es positivo. Si la fuerza que mueve el objeto tiene una componente en sentido contrario al movimiento, el trabajo realizado por esa fuerza sobre el objeto es negativo.

Piensa en este ejemplo: Acabas de salir a comprar el televisor más grande que quepa en tu casa. Al fin llegas a casa con el aparato y tienes que subirlo por las escaleras. Pesa mucho (unos 100 kg) y cuando superas los primeros peldaños, una distancia aproximada de 0,5 m, piensas que deberías haber pedido ayuda porque estás haciendo un esfuerzo excesivo. (**Nota**: F es igual a la masa por la aceleración, o 100 kg × g, la aceleración debida a la gravedad; por su parte $\theta = 0°$ porque la fuerza y el desplazamiento van en la misma dirección, la dirección en la que se mueve el televisor):

$$T_1 = Fs \cos\theta$$
$$= mgs \cos 0°$$
$$= (100\ \text{kg})\ (9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}50\ \text{m})(1{,}0) = 490\ \text{J}$$

Sin embargo, cuando ya has subido la tele por las escaleras, la espalda te dice que estás cargando demasiado peso y te recomienda que la dejes en el suelo. Despacio, bajas el televisor hasta la posición inicial (sin ninguna aceleración, de tal modo que la fuerza que aplicas es igual y opuesta al

peso del televisor) y te das un respiro. ¿Cuánto trabajo has hecho para bajar el aparato? Lo creas o no, has hecho un trabajo *negativo* sobre el televisor porque la fuerza que aplicabas (aun hacia arriba) iba en sentido contrario al desplazamiento (hacia abajo). En este caso $\theta = 180°$ y $\cos 180° = -1$. Este es el resultado que obtienes si despejas el trabajo:

$$T_2 = Fs \cos \theta$$
$$= mgs \cos 180°$$
$$= (100 \text{ kg})\ (9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}50 \text{ m})(-1{,}0) = -490 \text{ J}$$

El trabajo neto que has realizado es $T = T_1 + T_2 = 0$ J, o sea, no has realizado trabajo. Esto tiene lógica porque el televisor vuelve a estar en el mismo punto de partida.

Como la fuerza de rozamiento siempre actúa en oposición al movimiento, el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento siempre es negativo.

Muévete: energía cinética



Cuando empujas o tiras de un objeto en reposo con una fuerza constante, este solo empieza a moverse si la fuerza que ejerces es mayor que las fuerzas netas que se oponen al movimiento, como el rozamiento y la gravedad. Si el objeto empieza a moverse con cierta velocidad, adquirirá energía cinética. La *energía* es la capacidad de realizar trabajo. La *energía cinética* es la energía que tiene un objeto debido a su movimiento. Y ahora que sabes lo que es, te preguntarás cómo se calcula la energía cinética.

El teorema trabajo-energía: conversión del trabajo en energía cinética

Una fuerza que actúa sobre un objeto y lo desplaza realiza un trabajo sobre dicho objeto. Si esta fuerza es una fuerza *neta* que acelera el objeto (según la segunda ley de Newton, que puedes repasar en el capítulo 5), entonces la velocidad cambia debido a la aceleración (mira el capítulo 3). La

en el capítulo 3), entonces la velocidad cambia debido a la aceleración (mira el capítulo 3). La variación de la velocidad significa que ha variado la energía cinética del objeto.



La variación de la energía cinética del objeto es igual al trabajo realizado por la fuerza neta que actúa sobre él. Este es un principio muy importante llamado *teorema trabajo-energía*.

Ahora que sabes qué relación mantiene el trabajo con la energía cinética, estás en condiciones de conocer cómo se relaciona la energía cinética con la masa del objeto y con la velocidad a la que se mueve.



En la ecuación que sirve para calcular la energía cinética *(EC)*, m es la masa y v es la velocidad; y la ecuación es esta:

$$EC = \frac{1}{2}mv^2$$

Con un poco de matemáticas demostrarás que el trabajo también es igual a $(1/2)mv^2$. Digamos, por ejemplo, que aplicas una fuerza a un avión de aeromodelismo para hacerlo volar y que el avión se acelera. Esta es la ecuación de la fuerza neta:

$$F = ma$$

El trabajo realizado sobre el avión, que se convierte en su energía cinética, equivale a lo siguiente:

$$T = Fs \cos \theta$$

La fuerza neta, F, es igual a la masa por la aceleración. Supón que empujas en la misma dirección en la que avanza el avión; en ese caso cos $0° = 1$, así que:

$$T = Fs = mas$$

Puedes unir esta ecuación con la velocidad final e inicial del objeto. Usa la ecuación $v_f 2 - v_i 2 = 2as$ (consulta el capítulo 3), donde v_f es la velocidad final, y v_i se corresponde con la velocidad inicial. Al despejar a obtienes:

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2s}$$

Si insertas este valor de *a* en la ecuación del trabajo, $T = mas$, obtienes lo siguiente:

$$T = \frac{1}{2} m\left(v_f^2 - v_i^2\right)$$

Si la velocidad inicial es cero, tienes

$$T = \frac{1}{2} m v_f^2$$

Este es el trabajo que se realiza para acelerar el avión (es decir, para ponerlo en movimiento); pero es que ese trabajo se convierte en la energía cinética del avión, *EC*:

$$EC = \frac{1}{2} m v_f^2$$

Y esto que acabas de ver no es más que el teorema trabajo-energía expresado en forma de ecuación.

Para qué sirve la ecuación de la energía cinética

Por lo general, la ecuación que acabas de ver se usa para hallar la energía cinética de un objeto del que se conocen su masa y su velocidad. Digamos, por ejemplo, que estás en un campo de tiro y que disparas una bala de 10 g con una velocidad de 600 m/s contra una diana. ¿Cuál será la energía cinética del proyectil? La ecuación para hallar la energía cinética es:

$$EC = \frac{1}{2} m v^2$$

Lo único que hay que hacer es introducir los números sin olvidarse de convertir antes los gramos en kilogramos para que el sistema de unidades sea coherente al resolver la ecuación:

$$EC = \frac{1}{2} m v^2$$
$$= \frac{1}{2} (0{,}01 \text{ kg})(600 \text{m/s})^2 = 1800 \text{ J}$$

La bala tiene 1.800 J de energía: una cantidad enorme para estar concentrada en un proyectil de 10 g.

También puedes usar la ecuación de la energía cinética si conoces la cantidad de trabajo empleado para acelerar un objeto y quieres saber, por ejemplo, su velocidad final. Imagina que vas a una estación espacial porque tienes un gran contrato con la NASA para poner satélites en órbita. Abres el muelle de carga de la estación, agarras tu primer satélite (que tiene una masa de 1.000 kg) y, con un esfuerzo tremendo, lo lanzas 1 m hacia su órbita aplicando una fuerza neta de 2.000 N en la dirección

esfuerzo tremendo, lo lanzas en línea hacia su órbita aplicando una fuerza neta de 2.000 N en la dirección del movimiento. ¿Qué velocidad alcanzará el satélite en relación con la estación espacial? El trabajo que tú realizas equivale a:

$$T = Fs \cos \theta$$

Como $\theta = 0°$ en este caso (empujas el satélite en línea recta), $T = Fs$:

$$T = Fs = (2\,000 \text{ N})(1 \text{ m}) = 2\,000 \text{ J}$$

Tu trabajo se convierte en la energía cinética del satélite, en virtud de la ecuación que ya conoces:

$$T = \frac{1}{2} mv^2$$

Ahora despejas v e introduces algunos números. Ya sabes que m vale 1.000 kg y T vale 2.000 J, así que

$$v = \sqrt{\frac{2T}{m}} = \sqrt{\frac{2(2000 \text{ J})}{1000 \text{ kg}}} = 2 \text{ m/s}$$

El satélite acaba teniendo una velocidad de 2 m/s respecto a ti, la suficiente para apartarse de la estación espacial y situarse en una órbita propia.



No olvides que las fuerzas también pueden realizar un trabajo negativo. Si quisieras capturar un satélite y frenarlo hasta 1 m/s, la fuerza que tendrías que aplicarle al satélite sería en sentido opuesto a su movimiento.

Eso implica que tiene que perder energía cinética, así que realizarías un trabajo negativo sobre él.

Cómo calcular la variación de energía cinética usando la fuerza neta

En la vida cotidiana sobre un simple objeto actúan varias fuerzas y debes tenerlas en cuenta todas. Para calcular la variación de la energía cinética de un objeto solo hay que atender al trabajo realizado por la fuerza neta sobre la energía cinética.

Por ejemplo, si juegas a tirar de una cuerda con unos amigos igual de fuertes que tú organizados en dos equipos, cada equipo tirará de una mitad de la cuerda en un sentido, pero no se moverá nada.

Como no hay movimiento, no se realiza ningún trabajo y no hay ningún incremento neto de la energía cinética debido a las dos fuerzas.

Observa la figura 9-3. ¿Quieres calcular la velocidad de este frigorífico de 100 kg cuando llegue al final de la rampa? Para ello puedes aprovechar que sabes que el trabajo realizado sobre el electrodoméstico se convierte en su energía cinética. ¿Cómo procederías? Empezarás determinando la fuerza neta sobre la nevera y después hallarás cuánto trabajo realiza esa fuerza. Al convertir ese

trabajo de fuerza neta en energía cinética podrás calcular la velocidad que tendrá el aparato en la parte inferior de la rampa.

$$EC = \frac{1}{2} mv^2$$

$$= \frac{1}{2} (0{,}01 \text{ kg})(600 \text{m/s})^2 = 1800 \text{ J}$$

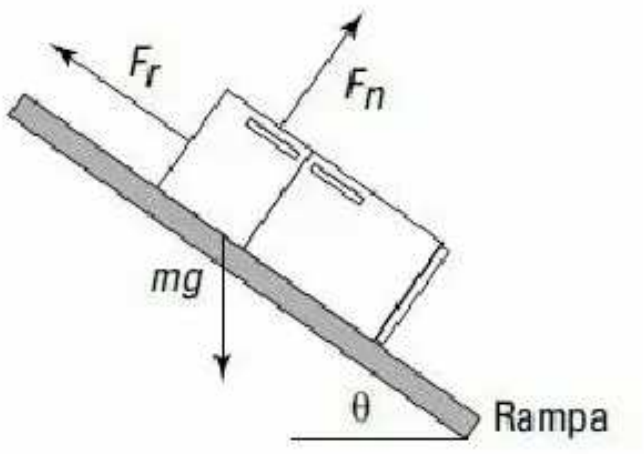


Figura 9-3:
Para conocer la velocidad que tendrá un objeto en la parte inferior de la rampa hallas la fuerza neta que actúa sobre él

¿Qué fuerza neta actúa sobre la nevera? En el capítulo 6 has visto (o puedes ver) que la componente del peso del aparato que actúa a lo largo de la rampa es

$$F_{g\ rampa} = mg \text{ sen } \theta$$

donde m es la masa de la nevera y g es la aceleración debida a la gravedad. La fuerza normal es:

$$F_N = mg \cos \theta$$

Lo que significa que la fuerza dinámica de rozamiento es

$$F_R = \mu_d F_n = \mu_d mg \cos \theta$$

donde μ_d es el coeficiente de rozamiento dinámico. Así que la fuerza neta que acelera el frigorífico

mientras desciende por la rampa, F_{neta}, es

$$F_{neta} = F_{g,\ rampa} - F_R = mg\ \text{sen} - \theta - \mu_d mg \cos\theta$$

¡Con esto ya has resuelto la mayor parte del problema! Si la rampa forma un ángulo de 30° con el suelo y el coeficiente cinético de rozamiento es de 0,57, al introducir los números en esta ecuación se

obtiene lo siguiente:

$$F_{neta} = (100\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(\text{sen}\ 30°) - (0{,}57)(100\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(\cos 30°) \approx 6{,}2\ \text{N}$$

La fuerza neta que actúa sobre la nevera es de 6,2 N. Esta fuerza neta actúa a lo largo de toda la rampa, cuya longitud es de 3 m, así que el trabajo realizado por esta fuerza es:

$$T = F_{neta} s$$

$$= (6{,}2\ \text{N})(3\text{m}) \approx 19\ \text{J}$$

Así que 19 J de trabajo se convierten en la energía cinética del frigorífico. Esto significa que puedes hallar la energía cinética del aparato de este modo:

$$T = \frac{1}{2} mv^2$$

Pero lo que buscabas era la velocidad, así que al despejar v e introducir los números llegas a:

$$v = \sqrt{\frac{2T}{m}} = \sqrt{\frac{2(19\ \text{J})}{100\ \text{kg}}} \approx 0{,}61\ \text{m/s}$$

El frigorífico llegará al final de la rampa a 0,61 m/s.

Energía atesorada: la energía potencial

La energía cinética no es la única relacionada con el movimiento: un objeto también puede tener *energía potencial*, que es energía atesorada, o la energía que porta un objeto debido a su posición. Esta energía se denomina *potencial* porque se puede convertir en energía cinética o en otras formas de energía, como calor o electricidad.

La energía potencial de los objetos procede de diversas fuentes. Para que un objeto acumule energía potencial basta con realizar trabajo sobre ese objeto en contra de una fuerza; es lo que ocurre, por ejemplo, cuando arrastras hacia atrás un objeto unido a un muelle. La gravedad es una fuente muy habitual de energía potencial en los problemas de física.

habitual de energía potencial en los problemas de física.

Imagina que te encomiendan el trabajo de llevar a tu primito Juan al parque; tú lo llevas y lo montas en el tobogán. El pequeño parte de un estado de reposo y después se acelera hasta llegar abajo con una velocidad bastante mayor. Entonces sientes la física en acción. Sacas la libreta, colocas a Juan más arriba en el tobogán y lo sueltas observando con atención. No hay duda: Juan ha llegado abajo con más velocidad que la primera vez. Ahora decides dejarlo caer desde más arriba. Pero, de pronto,

aparece la madre de Juan y te lo arrebata de las manos: basta de física por hoy.

¿Qué pasaba en el tobogán? ¿De dónde salía la energía cinética de Juanito? En última instancia procedía del trabajo que realizaste al subirlo en contra de la fuerza de la gravedad. Juan está sentado (quieto) al final de la rampa, así que no tiene ninguna energía cinética. Si lo levantas hasta la parte más alta del tobogán y lo sujetas ahí, a la espera del siguiente viaje tobogán abajo, tampoco tendrá ningún movimiento ni ninguna energía cinética. Sin embargo, hiciste un trabajo para subirlo hasta ahí

en contra de la fuerza de la gravedad, así que lo que sí tiene el pequeño es energía potencial. Cuando Juan se desliza por el tobogán (libre de rozamiento), la gravedad convierte tu trabajo (y la energía potencial de Juan) en energía cinética.

Un nivel superior: ganancia de energía potencial con trabajo en contra de la gravedad

¿Cuánto trabajo realizas cuando levantas un objeto en contra de la fuerza de la gravedad? Imagina que quieres guardar una bola de cañón en un estante que está a una altura h de donde ahora descansa el proyectil. El trabajo que haces para ponerla ahí es:

$$T = Fs \cos \theta$$

En este caso, F es igual a la fuerza necesaria para vencer la gravedad, s se corresponde con la distancia y θ es el ángulo que forman entre ellas. La fuerza gravitatoria que actúa sobre un objeto vale mg (su masa multiplicada por la aceleración debida a la gravedad, 9,8 m/s^2) y, al levantar la bola de cañón justo en vertical, $\theta = 0°$, así que

$$T = Fs \cos \theta = mgh$$

La variable h es aquí la longitud que levantas la bola. Para subirla, tienes que realizar cierta cantidad de trabajo, o $m \times g \times h$. La permanece estática cuando la dejas sobre la repisa, así que no tiene energía cinética. Sin embargo, sí tiene energía potencial, la equivalente al trabajo que has realizado para elevarla hasta la posición actual.

Si la bola de cañón rodara hasta el borde del estante y se cayera, ¿cuánta energía cinética tendría justo antes de estamparse contra el suelo (que es donde estaba antes de que tú la subieras al estante)?

En ese punto tendrá *mgh* julios de energía cinética. La energía potencial de la bola de cañón, que salió del trabajo que dedicaste a subirla, se transforma en energía cinética gracias a la caída.



En general, puedes decir que si tienes un objeto de masa *m* cerca de la superficie de la Tierra (donde la aceleración debida a la gravedad es *g*) y a una altura *h*, entonces la energía potencial de esa masa comparada con la que tendría a una altura 0 (de manera que $h = 0$ es la altura de partida) es:

$$EP = mgh$$

Y si mueves un objeto en vertical contra la fuerza de la gravedad a partir de una altura *h* hasta una altura h_f, la variación de su energía potencial será:

$$\Delta EP = mg(h_f - h_i)$$

El trabajo que realizas sobre el objeto cambia su energía potencial.

Desarrolla tu potencial: transformación de la energía potencial en energía cinética

La energía potencial gravitatoria de una masa *m* a una altura *h* cerca de la superficie de la Tierra es *mgh* mayor de lo que sería la energía potencial a una altura 0; no hace falta que esa altura de referencia sea 0 de verdad.

Por ejemplo, digamos que levantas tu bola de cañón de 40 kg hasta el estante donde la guardas, que está a 3 m del suelo, y que la bola rueda y va directamente hacia tus pies. Si conoces la energía potencial implicada, puedes calcular con qué velocidad llegará la bola hasta la punta de tus zapatos. Mientras permanece quieta en la estantería, la bala tiene toda esta energía potencial con respecto al suelo:

$$\begin{aligned} EP &= mgh \\ &= (40\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(3{,}0\ \text{m}) \\ &= 1\,200\ \text{J} \end{aligned}$$

La bola de cañón tiene almacenados 1.200 J de energía potencial debido a la posición que ocupa dentro de un campo gravitatorio. ¿Qué ocurre durante la caída, justo antes de aplastarte los dedos? Esa energía potencial se transforma en energía cinética. Así que, ¿con qué rapidez se precipitará sobre tus dedos? Como su energía potencial se transforma en energía cinética, puedes expresar el

problema de la siguiente manera (consulta el apartado "Muévete: energía cinética", que está en este mismo capítulo un poco antes de este punto donde te encuentras, para ver la explicación de la ecuación de la energía cinética):

$$EP = EC$$

$$EP = \frac{1}{2}mv^2$$

$$1\,200\ \text{J} = \frac{1}{2}(40\ \text{kg})v^2$$

Al introducir los números y despejar la velocidad se obtiene esta:

$$v = \sqrt{\frac{2(1\,200\ \text{J})}{40\ \text{kg}}} = 7{,}7\ \text{m/s}$$

La velocidad es de 7,7 m/s. Tienes una bola de cañón de 40 kg que avanza hacia tus dedos de los pies a 7,7 m/s. Juegas un poco con los números y decides que no te gusta nada el resultado así que, prudente, apagas la calculadora y apartas el pie de la trayectoria del proyectil.

Elige tu camino: fuerzas conservativas frente a fuerzas no conservativas

El trabajo que realiza una *fuerza conservativa* sobre un objeto es independiente de su trayectoria; la trayectoria real del objeto no establece ninguna diferencia; a 50 m de altura en el aire tienes la misma energía potencial gravitatoria tanto si has llegado hasta ahí subiendo por las escaleras como si te has subido en una noria. Eso es distinto a la fuerza de rozamiento, que disipa la energía cinética en forma de calor. Cuando interviene el rozamiento sí que importa qué camino sigues, porque una ruta más larga disipará más cantidad de energía cinética que una corta. Por esta razón, el rozamiento es una *fuerza no conservativa*.



Imagina, por ejemplo, que tú y unos colegas visitáis el monte Newton, un majestuoso pico cuya cima está a una altitud de *h* m sobre el nivel del mar. Puedes seguir dos caminos para subir hasta la cumbre: la ruta rápida y la ruta pintoresca. Tus amigos siguen la carretera rápida y tú optas por la

ruta panorámica; además vas tomándote tiempo para picar algo y para resolver unos cuantos problemas de física. Cuando llegas a la cima te saludan diciéndote: "¿Sabes qué? Ahora tenemos una energía potencial *mgh* mayor que al principio".

"Yo también", respondes tú disfrutando de las vistas. Y les presentas esta ecuación (ya aparecida en el apartado titulado "Un nivel superior: ganancia de energía potencial con trabajo en contra de la gravedad" dentro de este mismo capítulo):

$$\Delta EP = mg(h_f - h_i)$$

Básicamente, esta ecuación dice que no importa el camino seguido para ascender en vertical desde h_i hasta h_f. Lo único que importa es la diferencia entre la altura inicial y la altura final. Como la ruta seguida por el objeto en contra de la gravedad no tiene ninguna relevancia, la gravedad es una fuerza conservativa.

Vamos a ver otra manera de pensar en las fuerzas conservativas y en las no conservativas. Imagina que te vas de vacaciones a los Alpes y que tienes el hotel en la cima del monte Newton. Te pasas todo el día conduciendo de un lado para otro (para visitar un lago ahora, para subir a un pico más alto después...). Al final del día, regresas al mismo lugar del que partiste: el hotel en la cima del monte Newton.

¿Cuánto ha variado tu energía potencial gravitatoria? En otras palabras, ¿cuánto trabajo neto ha realizado la gravedad sobre ti en el transcurso del día? La gravedad es una fuerza conservativa, así que la variación de tu energía potencial gravitatoria es 0. Como no has experimentado variación neta de energía potencial gravitatoria, la gravedad no ha realizado ningún trabajo neto sobre ti durante el día.



La carretera ejercía una fuerza normal sobre el coche en el que viajabas (consulta el capítulo 6), pero esa fuerza siempre ha sido perpendicular a la carretera, así que tampoco ha realizado ningún trabajo.

Las fuerzas conservativas son más fáciles de usar en física porque no gastan energía mientras te desplazas para recorrer un camino: si acabas en el mismo lugar, tienes la misma cantidad de energía. Si tienes que tratar con energías no conservativas como el rozamiento (incluido el rozamiento del aire), la situación cambia. Si arrastras algo por un suelo tapizado con papel de lija, por ejemplo, la fuerza de rozamiento realizará distintas cantidades de trabajo sobre ti dependiendo del recorrido que sigas. Un camino el doble de largo implicará el doble de trabajo para vencer el rozamiento.



Lo que en realidad no se conserva durante un recorrido con rozamiento es la suma total de la energía potencial y la energía cinética, que juntas constituyen la *energía mecánica*. Cuando interviene el rozamiento, la pérdida de energía mecánica se traduce en energía calorífica; si se tiene en cuenta esa energía y se suma, la cantidad total de energía no varía. Sin embargo, la energía calorífica se disipa con rapidez en el entorno, así que no es recuperable ni se puede transformar en otra energía en el ámbito del recorrido. Por esta y otras razones, los físicos suelen trabajar con la energía mecánica.

Mantén la energía: la conservación de la energía mecánica

La *energía mecánica* es la suma de la energía cinética y la energía potencial, o la energía que adquiere un objeto sobre el que se ha realizado un trabajo. La *conservación de la energía mecánica*, que se produce en ausencia de fuerzas no conservativas (mira el apartado anterior), te facilita mucho la vida a la hora de resolver problemas de física porque la suma de la energía cinética y la energía potencial se mantiene igual.

En este apartado verás las distintas variedades de energía mecánica: cinética y potencial. También verás cómo relacionar la energía cinética con el movimiento del objeto, cómo surge la energía potencial a partir de las fuerzas que actúan sobre el objeto y cómo calcular la energía potencial en el caso particular de las fuerzas gravitatorias. Por último, te explico cómo usar la energía mecánica para simplificar los cálculos.

Intercambio de energía cinética y potencial

Piensa en un vagón de montaña rusa recorriendo un tramo recto del circuito. A causa del movimiento, el vagón tiene energía mecánica en forma de *energía cinética*. Imagina que después hay una colina y que la vagoneta tiene la energía justa para coronarla antes de descender por el otro lado para volver a atravesar un tramo recto y al mismo nivel que el anterior (mira la figura 9-4). ¿Qué ocurre? Pues bien, en la cima, el vagón está prácticamente estático así que ¿dónde ha ido a parar toda la energía cinética que llevaba? La respuesta es que se ha convertido en *energía potencial*. Cuando la vagoneta empieza a descender por el lado opuesto de la colina, la energía potencial empieza a convertirse de nuevo en energía cinética y el vagón gana velocidad hasta que llega a la base de la colina. Una vez abajo, toda la energía potencial que tenía en la cima de la montaña se habrá convertido de nuevo en energía cinética.

La energía potencial de un objeto proviene del trabajo realizado por diversas fuerzas; cada una de ellas da origen a un tipo de energía potencial, que añade a su nombre un epíteto que identifica la fuerza que la ha originado. Por ejemplo, el vagón de la montaña rusa tiene energía potencial debido a la fuerza de la gravedad; por eso es común denominarla *energía potencial gravitatoria*. Para profundizar en la energía potencial consulta el apartado "Energía atesorada: la energía potencial"

que está un poco antes en este mismo capítulo.

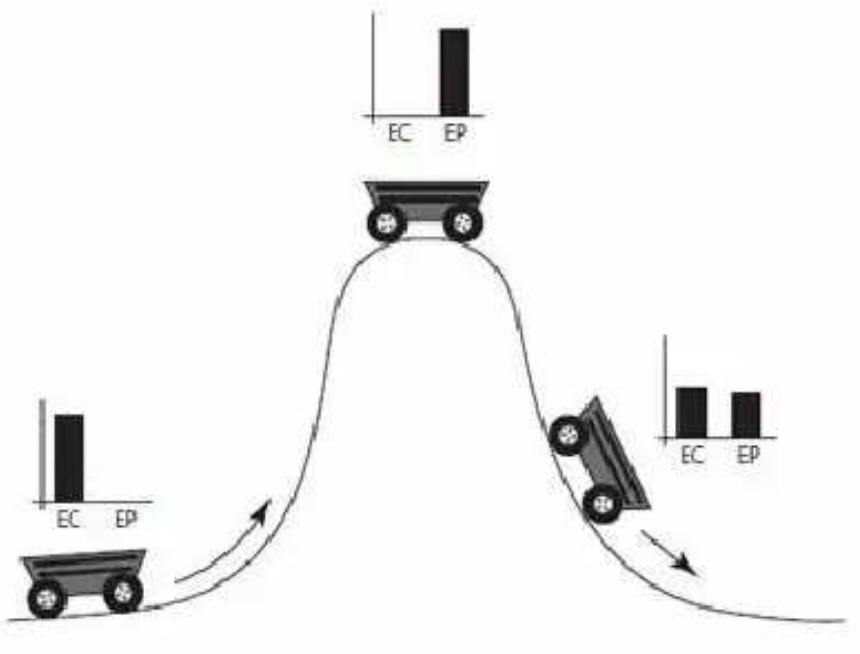


Figura 9-4:
Transformación de la energía cinética en energía potencial y esta de nuevo en energía cinética



La energía mecánica total de la vagoneta de la montaña rusa, que es la suma de sus energías cinética y potencial, permanece constante en todos los puntos del recorrido. Sin embargo, la proporción de las energías cinética y potencial sí varía. Cuando no se realiza ningún trabajo sobre un objeto, su energía mecánica se mantiene constante, con independencia de todos los movimientos que pueda realizar.

Digamos, por ejemplo, que ves un vagón de montaña rusa en dos puntos distintos del circuito (punto 1 y punto 2); en cada uno de ellos son diferentes la altura y la velocidad. Como la energía mecánica es la suma de la energía potencial (masa × gravedad × altura) y la energía cinética (1/2 masa × velocidad²), la energía mecánica total en el punto 1 es:

$$EM_1 = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2$$

En el punto 2, la energía mecánica total es:

$$EM_2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

¿Qué diferencia hay entre EM^2 y EM^1? Si no hay rozamiento (ni ninguna otra fuerza no conservativa), entonces $EM_1 = EM_2$, o:

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$



Estas ecuaciones representan el *principio de conservación de la energía mecánica*, principio que dice que si el trabajo neto realizado por fuerzas no conservativas es cero, entonces se conserva la energía mecánica total de un objeto; es decir, no varía la cantidad total de energía. En cambio, si hay rozamiento o cualquier otra fuerza no conservativa, entonces la diferencia entre EM^2 y EM^1 es igual al trabajo neto que realizan las fuerzas no conservativas: $EM_2 - EM_1 = T_{nc}$.



Otra manera de expresar el principio de conservación de la energía mecánica es mediante la energía en los puntos 1 y 2:

$$EP_1 + EC_1 = \mathrm{PE}_2 + \mathrm{EC}_2$$

Y este trabalenguas se puede simplificar de la manera siguiente:

$$EM_1 = EM_2$$

donde *EM* es la energía mecánica total en cualquier punto. En otras palabras, un objeto mantiene siempre la misma cantidad de energía mientras el trabajo neto realizado por fuerzas no conservativas sea cero.



En la ecuación anterior se puede anular la masa, *m*, lo que significa que si conoces tres de los valores (alturas y velocidades), puedes hallar el cuarto:

$$gh_1 + \frac{1}{2}v_1^2 = gh_2 + \frac{1}{2}v_2^2$$

El balance de la energía mecánica: cómo hallar la velocidad y la altura

Al descomponer la ecuación de la energía mecánica en la energía cinética y potencial en dos puntos

distintos, $gh_1 + (1/2)v_1\,2 = gh_2 + (1/2)v_2\,2$, se puede despejar cada una de las variables, como la velocidad o la altura, para hallar sus valores. Observa los siguientes ejemplos.

Cálculo de la velocidad final conociendo la energía mecánica

El principio de conservación de la energía mecánica se puede usar para hallar la velocidad final de un objeto.

"Hacer de piloto de pruebas de un vagón de montaña rusa es un trabajo difícil —dices mientras te abrochas el cinturón montado ya en la nueva atracción del Parque de Atracciones Físicas bautizada como Bala a Reacción III—; pero alguien tiene que hacerlo." El personal cierra la compuerta y sales disparado por el circuito totalmente libre de rozamiento. En pleno descenso por la pendiente de 400 m se rompe el velocímetro. ¿Cómo medirías la velocidad máxima que alcanzarás cuando llegues abajo?

No te preocupes; basta con recurrir al principio de conservación de la energía, que dice que si el trabajo neto realizado por fuerzas no conservativas vale cero, entonces la energía mecánica total de

un objeto se conserva. Sabes que:

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

Pero esta ecuación se puede simplificar un poco. Tu velocidad inicial es 0 y tu altura final es 0, así que dos de los términos de la ecuación se esfuman al introducir los números. Si divides ambos miembros entre *m*, obtienes:

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$gh_1 = \frac{1}{2}v_2^2$$

Mucho mejor así. Despeja v_2 recolocando los términos y saca raíz cuadrada a ambos lados:

$$v_2 = \sqrt{2gh_1}$$

Al introducir los datos numéricos obtienes la velocidad:

$$v_2 = \sqrt{2\left(9{,}8\ \text{m/s}^2\right)(400\ \text{m})} \approx 89\ \text{m/s}$$

La cabina viaja a 89 m/s, o, lo que es lo mismo, unos 320 km/h, al final de la pendiente: lo bastante rápido para la mayoría de los chicos.

Cálculo de la altura final conociendo la energía mecánica

Aparte de resolver variables como la velocidad final con el principio de conservación de la energía, puedes hallar la altura final. Por ejemplo, imagina que en este mismo momento Tarzán se balancea con una liana sobre un río infestado de pirañas a una velocidad de 13 m /s. Para salvarse tiene que llegar a la otra orilla del río, situada 9 m más arriba del sitio donde está. ¿Lo conseguirá? El principio de conservación de la energía mecánica te dará la repuesta:

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

Cuando Tarzán alcance su altura máxima durante el desplazamiento en liana llevará una velocidad, v_2, de 0 m/s, y suponiendo que $h_1 = 0$ m, puedes relacionar h_2 con v_1 de este modo:

$$\frac{1}{2}v_1^2 = gh_2$$

Al despejar *h*2 se obtiene

$$h_2 = \frac{v_1^2}{2g}$$

$$= \frac{(13{,}0\ \text{m/s})^2}{(2)\left(9{,}8\ \text{m/s}^2\right)} \approx 8{,}6\ \text{m}$$

Por tanto Tarzán se quedará a 0,4 m de alcanzar los 9 m de altura que necesita para salvarse, así que necesitará ayuda.

A toda potencia: el ritmo de trabajo

A veces lo que importa no es la cantidad de trabajo, sino el ritmo al que se realiza. El concepto de *potencia* brinda una idea de cuánto trabajo es esperable en un período determinado.



La potencia es el trabajo realizado dividido por el tiempo empleado en realizarlo; es decir, la tasa de desarrollo de trabajo. Se expresa así en forma de ecuación:

$$P = \frac{T}{t}$$

Imagina que tienes dos lanchas de igual masa, y que quieres saber cuál de las dos alcanzará antes los 200 km/h. Dejando de lado detalles menores como el rozamiento, con ambas necesitarás la misma cantidad de trabajo para alcanzar esa velocidad, pero ¿cuánto tardarás con cada una? Si una lancha tarda tres semanas en alcanzar los 200 km/h, no será esa la que elijas para las carreras. En otras palabras, para valorar la potencia no solo importa la cantidad de trabajo realizado sino el tiempo que se tarda en realizarlo.

Si el trabajo realizado varía en cualquier instante, querrás calcular el trabajo promedio realizado durante un tiempo *t*. Los valores promedio se expresan mediante una raya encima del número, tal como aparece representada la potencia media en esta ecuación:

$$\bar{P} = \frac{\overline{T}}{t}$$

El siguiente apartado habla de las unidades de la potencia y de las distintas formas de hallarla.

Unidades comunes de potencia

La potencia es el trabajo, o la energía, dividido por el tiempo; así que las unidades de la potencia son los julios desarrollado en un segundo (J/s); esa unidad se denomina *vatio*, un término conocido para cualquiera que use aparatos eléctricos. El símbolo del vatio es W, así que las bombillas de 100 W convierten en luz y calor 100 J de energía eléctrica cada segundo.



A veces se producen conflictos entre símbolos en física. Por eso hemos evitado usar el mismo símbolo para el trabajo y para el vatio, W, y hemos preferido representar el trabajo como *T*. (Recuerda que en inglés, trabajo es *work*, por lo que, a veces, en textos en inglés o traducidos de eses idioma, el símbolo del trabajo puede ser *W*). Sin embargo, cuando se trata de un texto sobre termodinámica, ese símbolo entra en conflicto con el habitual para temperatura, también *T*, de modo que en la parte IV, dedicada a la ciencia del calor, simbolizamos el trabajo con *L*, que a su vez en otros contextos se emplea también para el momento de inercia. Cuando trates con símbolos es

importante que mantengas el empleo de mayúsculas o minúsculas y, en los casos en que estas también coincidan, que te fijes bien en cuándo simbolizan unidades y cuándo variables físicas. También es importante que siempre te mantengas alerta para evitar interpretaciones erróneas, tanto si estás leyendo un libro como si comparas unos textos con otros. No obstante, ten en cuenta que los símbolos de las unidades no se pueden cambiar ni se los inventa el autor del libro, sino que forman un código conocido, regulado y respetado internacionalmente.

Fíjate en que, como el trabajo y el tiempo son cantidades escalares (o sea, no tienen dirección), la potencia también es una magnitud escalar.

Otra unidad de potencia es el caballo de vapor, cuyo símbolo es CV; 1 CV = 745,7 W.

Supongamos, por ejemplo, que viajas a casa de tu abuela en un trineo tirado por un caballo. En cierto momento, el caballo acelera el trineo, que contigo dentro tiene una masa de 500 kg; resulta que pasa de 1 a 2 m/s en 2 s. ¿Cuánta potencia requiere ese movimiento? Partiendo de que en la nieve no hay rozamiento, según el teorema trabajo-energía, el trabajo total realizado sobre el trineo es:

$$T = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Al introducir los números obtienes:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \\ &= \frac{1}{2}(500\text{ kg})(2\text{ m/s})^2 - \frac{1}{2}(500\text{ kg})(1\text{ m/s})^2 \\ &= 750\text{ J} \end{aligned}$$

Como el caballo realiza el trabajo en 2 s, la potencia necesaria es:

$$P = \frac{750\text{ J}}{2} \approx 380\text{ W}$$

Un caballo de vapor tiene 745,7 W, así que el caballo te está dando alrededor de medio caballo de vapor de potencia: ¡no está mal para un trineo tirado por un solo caballo!

Otras maneras de calcular la potencia



Como el trabajo es igual a la fuerza multiplicada por la distancia, también puedes escribir la ecuación de la potencia del siguiente modo, siempre que la fuerza actúe en la misma dirección del movimiento:

$$P = \frac{T}{t} = \frac{Fs}{t}$$

donde *s* es la distancia recorrida. Sin embargo, la velocidad del objeto, *v*, no es más que *s* dividida entre *t*, así que la ecuación se descompone en:

$$P = \frac{T}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv$$

Qué interesante: ¿potencia igual a la fuerza multiplicada por la velocidad? Pues sí, eso es lo que pone ahí. Sin embargo, como por lo general hay que tener en cuenta la aceleración cuando se aplica una fuerza, lo habitual es escribir esta ecuación en función de la potencia media o de la velocidad media:

$$\overline{P} = F\overline{v}$$

Veamos un ejemplo. Imagina que tu hermano acaba de comprarse un coche. A ti te parece un poco pequeño, pero él te asegura que tiene más de 100 CV. Mientras sacas la libreta, le dices que te parece muy bien pero que tú vas a comprobarlo.

El coche de tu hermano tiene una masa de $1{,}1 \times 10^3$ kg. En el gran Circuito para Pruebas Físicas que hay a las afueras de la ciudad, registras que el vehículo logra una aceleración de 4,6 m/s^2 en 5 s partiendo de un estado de reposo. ¿De cuántos caballos de vapor estamos hablando? Sabes que $\overline{P} = F\overline{v}$, así que lo único que tienes que calcular es la velocidad media y la fuerza neta aplicada. Veamos primero la fuerza neta. Sabes que $F = ma$, así que puedes introducir los valores numéricos y llegar a:

$$F = (1{,}10 \times 10^3 \text{ kg})(4{,}60 \text{ m/s}^2) = 5{,}060 \text{ N}$$

De acuerdo, así que la fuerza aplicada para acelerar el coche de manera constante asciende a 5060 N. Lo único que te queda por conocer ya es la velocidad. Llamemos v_i a la velocidad inicial y v_f a la final. Sabes que $v_i = 0$ m/s, así que ¿cuánto vale v_f? Bueno, también sabes que si la aceleración fue constante, se da la siguiente ecuación:

$$v_f = v_i + at$$

Y resulta que conoces la aceleración y durante cuánto tiempo acelera:

$v_f = 0\ \text{m/s} + (4{,}6\ \text{m/s}^2)(5\ \text{s}) = 23\ \text{m/s}$

Como la aceleración ha sido constante, la velocidad media es:

$$\bar{v} = \frac{v_i + v_f}{2}$$

Como $v_i = 0$ m/s, la ecuación se queda en:

$$\bar{v} = \frac{v_f}{2}$$

Al introducir los números obtienes la velocidad media:

$$\bar{v} = \frac{23\ \text{m/s}}{2} = 11{,}5\ \text{m/s}$$

¡Fabuloso! Ahora ya sabes la fuerza aplicada y la velocidad media, así que puedes recurrir a la ecuación $\bar{P} = F\bar{v}$ para hallar la potencia media. En concreto:

$$\bar{P} = (5\,060\ \text{N})(11{,}5\ \text{m/s}) \approx 5\,82 \times 10^4\ \text{W}$$

Aún te falta convertir esa potencia a caballos de vapor; recuerda que 1 CV = 745,5 W, así que:

$$\bar{P} = \frac{5{,}82 \times 10^4\ \text{W}}{1} \times \frac{1\ \text{CV}}{745{,}7\ \text{W}} \approx 78\ \text{CV}$$

De modo que el coche desplegó una potencia media de 78 CV y no 100. “¡Piratas!”, exclama tu hermano. “¡Vuelve a medirlo!”

De acuerdo. Aceptas calcular la potencia de otra manera porque sabes que también puedes calcular la potencia media dividiendo el trabajo entre el tiempo:

$$\bar{P} = \frac{T}{t}$$

Y el trabajo realizado por el coche es la diferencia entre la energía cinética inicial y la final:

$$T = EC_f - EC_i$$

El coche empezó estando quieto, así que $EC_i = 0$ J. Así que sólo falta calcular la energía cinética final:

final:

$$EC_f = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Al insertar los números obtienes:

$$EC_f = \frac{1}{2}\left(1{,}1\times10^3\,\text{kg}\right)\left(23\,\text{m/s}\right)^2$$
$$\approx 2{,}91\times10^5\,\text{J}$$

Así que, como $\bar{P} = T/t$, y el trabajo realizado fue de 2,91 10^5 J en 5 s, llegas a lo siguiente:CV

$$\bar{P} = \frac{2{,}91\times10^5\,\text{J}}{5\,\text{s}} = 5{,}82\times10^4\,\text{W}$$

$$\bar{P} = \frac{5{,}82\times10^4\,\text{W}}{1} \times \frac{1\ CV}{745{,}7\,\text{W}} = 78\ CV$$

“¡Pues sí: piratas!”, despotrica tu hermano.

Capítulo 10

Ponte en movimiento: cantidad de movimiento e impulso

En este capítulo

- Controlarás el impulso
- Encontrarás el momento
- Combinarás el impulso con el momento
- Utilizarás la conservación del momento
- Analizarás distintos tipos de encontronazos

Tanto la cantidad de movimiento, también llamada momento, como el impulso son cruciales en *cinemática*, que es la disciplina que estudia los objetos en movimiento. Cuando tengas estos temas bajo control podrás hablar con propiedad sobre lo que ocurre cuando chocan dos objetos (confiemos en que no sea ni tu bici ni tu coche). A veces uno rebota contra el otro (como cuando le pegas con la raqueta a una pelota de tenis) y otras veces se quedan adheridos el uno al otro (como cuando un dardo se clava en la diana). Con los conocimientos que adquirirás en este capítulo sobre el impulso y la cantidad de movimiento podrás abordar cualquiera de esos dos casos.

El impacto del impulso

El concepto físico del impulso es el que dice cuánto cambiará la cantidad de movimiento de un objeto al aplicarle una fuerza durante una cantidad determinada de tiempo. Imagina, por ejemplo, que estás jugando al billar. De manera instintiva sabes con qué fuerza hay que golpear cada bola para

conseguir el resultado que deseas. ¿Bola nueve en la esquina? Ningún problema: golpeas y dentro. ¿La bola tres en la otra esquina rebotando antes en la banda? Bastará otro golpe, pero esta vez un poco más fuerte. Los golpes que propinas se denominan *impulsos*. Veamos qué sucede a escala microscópica, de milisegundo en milisegundo, cuando golpeas una bola de billar. En la figura 10-1 se representa la fuerza que aplicas con el taco. La punta del taco tiene una almohadilla de amortiguación, así que el impacto del taco se distribuye a lo largo de varios milisegundos a medida que la almohadilla se comprime un poquito. El impacto dura desde el instante en que el taco toca la

bola, t_i, hasta el momento en que la bola deja de estar en contacto con el taco, t_f. Como ves en la figura 10-1, la fuerza ejercida sobre la bola varía durante ese lapso de tiempo; de hecho, experimenta un cambio drástico, y resultaría complicado calcular qué hizo la fuerza en cada milisegundo si no cuentas con algún instrumento portentoso.

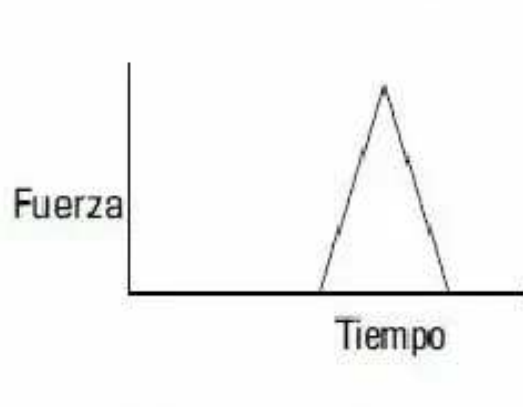


Figura 10-1:
La observación de la fuerza frente al tiempo indica el impulso aplicado a los objetos

Como el billar no trae incorporado ningún equipo portentoso, tienes que actuar como suelen hacer los físicos, que es hablar en términos de fuerza promedio durante un tiempo. En la figura 10-2 puedes ver qué aspecto tiene la fuerza promedio. Se dice que el impulso (o el golpe) que propina el taco se corresponde con la fuerza media multiplicada por el tiempo durante el cual se aplica la fuerza.



Esta es la ecuación del impulso:

$$\text{Impulso} = \mathbf{J} = \overline{\mathbf{F}}\Delta t$$

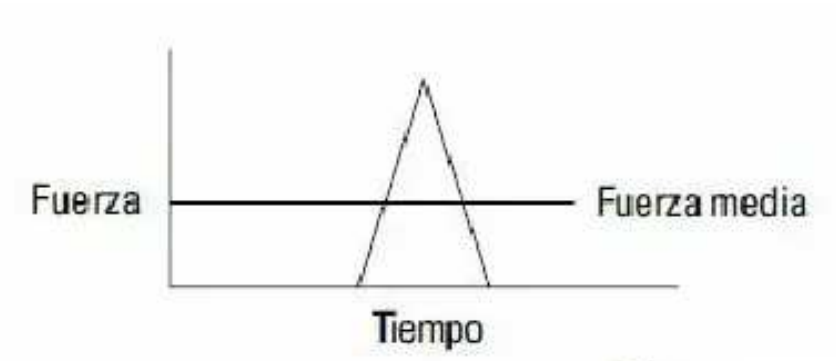


Figura 10-2:

La fuerza promediada durante un intervalo de tiempo determinado depende de los valores que adopta esa fuerza a lo largo de ese tiempo

Fíjate en que esta ecuación es vectorial, lo que significa que guarda relación tanto con la dirección de la velocidad como con su módulo (consulta el capítulo 4). El impulso, **J**, es un vector, y va en la misma dirección que la fuerza media (que a su vez puede ser una suma vectorial neta de otras fuerzas).



Obtienes el impulso al multiplicar una cantidad con unidades en newtons por una cantidad con unidades en segundos, así que la unidad del impulso en el Sistema Internacional es el *newton-segundo* (N·s).

Encuentra el momento

El momento es proporcional tanto a la masa como a la velocidad y, para facilitarte el trabajo, la física define el *momento* como el producto de la masa por la velocidad. El momento es un gran concepto tanto en física elemental como en algunas áreas de la física muy especializada, como la física de partículas de alta energía, que contempla que las partículas que forman los átomos pasan zumbando a elevadísima velocidad. Cuando las partículas colisionan, a menudo se puede predecir

qué ocurrirá a partir de lo que se sabe sobre el momento.
Aunque no te suene de nada la física de la cantidad de movimiento, ya la conoces. La detención de un coche que se precipita por una pendiente empinada supone un problema debido a la cantidad de movimiento que tiene. Si un coche sin frenos se dirige hacia ti a 65 km/h, no será buena idea que intentes pararlo poniéndote delante. El coche tiene mucha cantidad de movimiento y para detenerlo se necesita un esfuerzo enorme. Piensa ahora en un petrolero. Sus motores no son lo bastante fuertes como para hacerlo girar o detenerse de golpe. Así que los petroleros llegan a recorrer unos 30 km antes de pararse por completo, y eso debido únicamente a la cantidad de movimiento del buque. La cantidad de movimiento se designa también mediante los términos *momento*, o *momento lineal*.



Cuanta más masa se mueva, mayor cantidad de movimiento tendrá esa masa. Cuanto mayor sea la magnitud de su velocidad (piensa en un petrolero aún más rápido), mayor cantidad de movimiento tendrá. El símbolo de la cantidad de movimiento es **p**, así que podemos decir que:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

El momento, o cantidad de movimiento, es una magnitud física vectorial, lo que significa que tiene tanto módulo como dirección (consulta el capítulo 4 si necesitas refrescar esos conceptos). La dirección coincide con la de la velocidad: para hallar el momento de un objeto basta con multiplicar su masa por su velocidad. Como multiplicas masa por velocidad, la unidad de esta magnitud física en el Sistema Internacional de medidas es el kilogramo-metro por segundo (kg·m/s).

Teorema del impulso-momento: cómo relacionar el impulso y el momento

El impulso propinado a un objeto (como el golpe a una bola de billar con el taco) se puede relacionar con la variación de la cantidad de movimiento que experimenta el objeto; para ello basta con un poco de álgebra y el proceso que describe este apartado: lo que se denomina el *teorema impulso-momento*. Lo que facilita la conexión entre ambos es que se puede jugar con las ecuaciones del impulso y de la cantidad de movimiento para simplificarlas, de forma que puedas relacionar ambas ideas. ¿Y qué ecuaciones tiene la física en su haber para conectar esos conceptos? Relacionar la fuerza con la velocidad ya es un comienzo. Por ejemplo, la fuerza es igual a la masa por la aceleración (consulta el capítulo 5), y la aceleración media se define como

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

donde *v* representa la velocidad y *t* es el tiempo. Ahora tal vez repares ya en que si multiplicas esa ecuación por la masa, obtienes la fuerza, lo que te acerca más a trabajar con el impulso:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\left(\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}\right)$$

Ya tienes la fuerza dentro de la ecuación. Para obtener el impulso, multiplica la ecuación de la fuerza por Δt, el tiempo durante el cual aplicas la fuerza:

$$\mathbf{F}\Delta t = m\left(\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}\right)\Delta t = m\Delta \mathbf{v}$$

Echa una ojeada a la expresión final, $m\Delta\mathbf{v}$. Como la cantidad de movimiento equivale a $m\mathbf{v}$ (consulta el apartado "Encuentra el momento" aparecido con anterioridad en este capítulo), esa es justamente la diferencia entre el momento inicial y final del objeto: $\mathbf{p}f - \mathbf{p}i = \Delta\mathbf{p}$. Por tanto, puedes incorporar esto a la ecuación:

$$\mathbf{F}\Delta t = \Delta \mathbf{p}$$

Observa ahora el miembro de la izquierda, $\mathbf{F}\Delta t$. Ese es el *impulso*, **J** (consulta el apartado titulado

Observa ahora el miembro de la izquierda, $\mathbf{F}\Delta t$. Ese es el impulso, **J** (consulta el apartado titulado "El impacto del impulso" aparecido con anterioridad en este mismo capítulo), o la fuerza aplicada al objeto multiplicada por el tiempo durante el cual se aplicó la fuerza. De modo que puedes escribir esta ecuación así

$$\mathbf{J} = \mathbf{F}\Delta t = \Delta \mathbf{p}$$



Si se elimina todo lo del medio se obtiene al fin el teorema del impulsomomento, que dice que el impulso es igual a la variación de la cantidad de movimiento:

$$\mathbf{J} = \Delta \mathbf{p}$$

El resto de este apartado te ofrece algunos ejemplos para que puedas practicar esta ecuación. Pero antes de que empieces con ellos, piensa en qué significa la fórmula para la relación entre el impulso, la fuerza y la cantidad de movimiento. El teorema impulso-momento define una relación muy simple entre el impulso y el momento, a saber, que el impulso es igual a la variación de la cantidad de movimiento. También puedes comprobar que una fuerza constante aplicada a lo largo de un tiempo es igual a un impulso propinado por la fuerza multiplicado por el tiempo:

$$\mathbf{J} = \mathbf{F}\Delta t$$

Por último, puedes vincular la fuerza y la cantidad de movimiento mediante el impulso, lo que te da:

$$\mathbf{F}\Delta t = \Delta \mathbf{p}$$

El significado de esta relación quizá te resulte más claro si divides ambos lados de la ecuación entre Δt:

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$$

Así que, como ves, la fuerza viene dada por la tasa de variación de la cantidad de movimiento. ¡Qué manera más novedosa de concebir la fuerza! Ahora sabes que siempre que el momento cambie con el tiempo, estará actuando una fuerza, y si es más fácil calcular el momento, también podrá brindarte una manera más sencilla de calcular la fuerza.

Veamos los ejemplos siguientes.

La mesa de billar: calcular la fuerza a partir del impulso y el momento

La ecuación **J** = Δ**p** permite relacionar el impulso con el que se golpea un objeto con la consiguiente variación en su cantidad de movimiento. ¿Y si usas esa ecuación la próxima vez que juegues al billar? Apuntas para realizar el golpe decisivo de la partida. Calculas que el final del taco deberá estar en contacto con la bola durante 5 ms (un milisegundo es la milésima parte de un segundo).

Calculas que la bola tiene 200 g (o 0,2 kg). Tras estudiar la banda con compás, espectroscopio y pinzas, calculas que debes proporcionarle a la bola una velocidad de 2 m/s. ¿Qué fuerza media tendrás que aplicar? Para hallar la fuerza media, calcula primero el impulso que debes proporcionar. Puedes relacionar ese impulso con la variación en la cantidad de movimiento de la bola de este modo:

$$\mathbf{J} = \Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i$$

Como la bola de billar no cambia de dirección, puedes usar esa ecuación para hallar la componente del momento de la bola de billar que discurre en la dirección en la que tú golpees. Como estás usando solo una componente del vector, *p* deja de aparecer en negrita.

Entonces, ¿cuánto varía la cantidad de movimiento de la bola? La velocidad que necesitas, 2 m/s, es la magnitud del vector velocidad final de la bola de billar. Suponiendo que la bola de billar parta de un estado de reposo, el cambio en el momento de la bola será el siguiente:

$$\Delta p = p_f - p_i = m(v_f - v_i)$$

donde *v* es la componente de la velocidad de la bola que discurre en la misma dirección en la que tú golpeas. Al introducir los datos numéricos obtienes la variación de la cantidad de movimiento:

$$\mathbf{J} = \Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i$$

Necesitas que el momento experimente una variación de 0,4 kg·m/s, lo que también se corresponde con el impulso que necesitas. Como $J = F\Delta t$, esta ecuación se transforma en la siguiente para hallar la componente de la fuerza en la dirección del movimiento:

$$F\Delta t = 0{,}40 \text{ kg m/s}$$

Por tanto, la fuerza que debes aplicar resulta ser:

$$F = \frac{0{,}40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{\Delta t}$$

En esta ecuación, el tiempo que el taco permanece en contacto con la bola es 5 ms, o, lo que es lo

En esta ecuación, el tiempo que el taco permanece en contacto con la bola es 5 ms, o, lo que es lo mismo, 5×10^{-3} s. Pon el tiempo para hallar la fuerza:

$$F = \frac{0{,}40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{5{,}0 \times 10^{-3} \text{ s}} = 80 \text{ N}$$

Habrá que aplicar 80 N de fuerza, lo que suena a una cantidad inmensa. Sin embargo, esta fuerza se aplica durante un instante tan breve, 5×10^{-3} s, que parece mucho menor.

Cantando bajo la lluvia: un acto impulsivo

Tras una tarde triunfal en la sala de billar, decides salir al exterior y entonces descubres que se ha puesto a llover. Sacas el paraguas del coche y el práctico medidor de precipitación que porta el paraguas en la parte superior te dice que este recibe el impacto de 100 g/s de agua con una velocidad media de 10 m/s. Si la masa del paraguas es 1 kg, ¿qué fuerza necesitas para sostenerlo derecho bajo la lluvia? No hay problema para calcular la fuerza necesaria en condiciones normales para sostener el peso del paraguas: basta con multiplicar la masa por la aceleración debida a la gravedad

$$F = ma = 1 \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 9{,}8 \text{ N}.$$

Pero ¿qué hay de la lluvia que está cayendo sobre el paraguas? Aunque des por supuesto que el agua se precipita al suelo al instante, no puedes limitarte a sumar el peso del agua porque la lluvia cae con una velocidad de 10 m/s; en otras palabras, la lluvia tiene *cantidad de movimiento*. ¿Qué harías en este caso? Sabes que sobre el paraguas caen 100 g/s (0,1 kg/s) de agua a una velocidad de 10 m/s hacia abajo. Cuando la lluvia cae sobre el paraguas, el agua se detiene, así que la variación del momento de la lluvia por segundo asciende a:

$$\Delta p = m\Delta v$$

Como solo estás considerando las componentes verticales de los vectores, las variables no van en negrita. Al introducir los números obtienes la variación de la cantidad de movimiento:

$$\Delta p = m\Delta v = (0{,}10 \text{ kg})(10 \text{ m/s}) = 1 \text{ kg·m/s}$$

El momento de la lluvia al chocar contra el paraguas aumenta 1 kg-m/s. Puedes relacionar esa variación con la fuerza mediante el teorema del impulso-momento, que dice que:

$$F\Delta t = \Delta p$$

Si divides ambos lados entre Δt podrás hallar la fuerza, F:

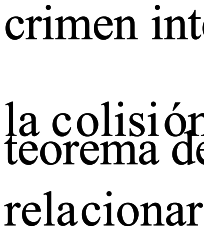
$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Sabes que $\Delta p = 1$ kg·m/s en 1 s, así que al introducir el valor de Δp y sustituir Δt por 1 s, hallas la fuerza de la lluvia:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{1 \text{s}} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 1 \text{N}$$

Para sostener derecho el paraguas mientras recibe el tamborileo de la lluvia necesitas 1 N además de los 9,8 N del peso del paraguas, lo que da un total de 10,8 N de fuerza.

Choques entre objetos: la conservación del momento



El principio de conservación de la cantidad de movimiento afirma que cuando tienes un sistema aislado carente de fuerzas externas, el momento total inicial de los objetos antes de colisionar es igual al momento total final de los objetos después de la colisión. Expresado de otro modo, $\Sigma \mathbf{p}_i = \Sigma \mathbf{p}_f$.

Tal vez hayas pasado un mal rato con la física de los impulsos con sus breves tiempos y fuerzas irregulares. Pero con el principio de conservación, los términos difíciles de medir (por ejemplo, la fuerza y el tiempo que intervienen en un impulso) quedan totalmente al margen de la ecuación. Por tanto, este principio simple quizá sea la idea más útil que encontrarás en este capítulo.

Deducción de la fórmula de la conservación

El principio de conservación de la cantidad de movimiento se puede inferir a partir de las leyes de Newton, lo que ya sabes sobre impulsos y un poco de álgebra.

Imagina que dos imprudentes pilotos espaciales se lanzan a toda velocidad hacia la escena de un crimen interplanetario. En su afán por ser los primeros en llegar al lugar tienen una colisión. Durante la colisión, la fuerza media que la segunda nave ejerce sobre la primera asciende a $\mathbf{F}_{12}$. Gracias al teorema del impulso-momento (consulta el apartado titulado "Teorema del impulso-momento: cómo relacionar el impulso y el momento" aparecido con anterioridad en este capítulo) sabes lo siguiente sobre la primera nave:

$$\mathbf{F}_{12}\Delta t = \Delta \mathbf{p}_1 = m_1 \Delta \mathbf{v}_1 = m_1(\mathbf{v}_{f1} - \mathbf{v}_{i1})$$

Y si la fuerza media ejercida sobre la segunda nave por la primera es $\mathbf{F}_{21}$, entonces también sabes

que:

$$\mathbf{F}_{21}\Delta t = \Delta \mathbf{p}_2 = m_2 \Delta \mathbf{v}_2 = m_2(\mathbf{v}_{f2} - \mathbf{v}_{i2})$$

Suma ahora ambas ecuaciones y llegas a la siguiente ecuación:

$$\mathbf{F}_{12}\Delta t + \mathbf{F}_{21}\Delta t = m_1(\mathbf{v}_{f1} - \mathbf{v}_{i1}) + m_2(\mathbf{v}_{f2} - \mathbf{v}_{i2})$$

Distribuye los términos de la masa y reordena los términos de la derecha hasta obtener lo siguiente:

$$\mathbf{F}_{12}\Delta t + \mathbf{F}_{21}\Delta t = m_1\mathbf{v}_{f1} - m_1\mathbf{v}_{i1} + m_2\mathbf{v}_{f2} - m_2\mathbf{v}_{i2}$$
$$\mathbf{F}_{12}\Delta t + \mathbf{F}_{21}\Delta t = (m_1\mathbf{v}_{f1} + m_2\mathbf{v}_{f2}) - (m_1\mathbf{v}_{i1} + m_2\mathbf{v}_{i2})$$

Este es un resultado interesante, porque $m_1\mathbf{v}_{i1} + m_2\mathbf{v}_{i2}$ es la *cantidad de movimiento inicial total* de ambas naves espaciales ($\mathbf{p}1i + \mathbf{p}$), mientras que $m\ \mathbf{v}\ + m\ \mathbf{v}$ equivale a la *cantidad de movimiento final total* ($\mathbf{p}1f + \mathbf{p}_{f2}$) de ambas naves. Por tanto, la ecuación se puede escribir como sigue:

$$\mathbf{F}_{12}\Delta t + \mathbf{F}_{21}\Delta t = (\mathbf{p}_{1f} + \mathbf{p}_{2f}) - (\mathbf{p}_{1i} + \mathbf{p}_{i2})$$

Si escribes el momento inicial total como $\mathbf{p}_i$ y el momento final total como $\mathbf{p}_f$, la ecuación se transforma en la siguiente:

$$\mathbf{F}_{12}\Delta t + \mathbf{F}_{21}\Delta t = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i$$

¿Y adónde te lleva todo esto? En los dos sumandos de la izquierda de la igualdad está Δt, así que puedes reescribir $\mathbf{F}_{12}\Delta t + \mathbf{F}_{21}\Delta t$ como la suma de las fuerzas implicadas, $\Sigma\mathbf{F}$, multiplicada por la variación del tiempo:

$$\Sigma\mathbf{F}\Delta t = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i$$



Si trabajas con lo que se llama un *sistema aislado* o *cerrado*, no tienes que tener en cuenta ninguna fuerza externa. Es el caso que se da en el espacio. Si dos naves espaciales chocan en el espacio, no hay ninguna fuerza externa relevante, así que, de acuerdo con la primera ley de Newton (de ella se habla en el capítulo 5), $\mathbf{F}_{12}\Delta t + \mathbf{F}_{21}\Delta t$. En otras palabras, cuando tienes un sistema cerrado, tienes lo siguiente:

$$\Sigma F \Delta t = p_f - p_i$$

$$0 = p_f - p_i$$

Eso se convierte en:

$$p_f = p_i$$



La ecuación $\mathbf{p}f = \mathbf{p}i$ dice que cuando tienes un sistema aislado libre de fuerzas externas, la cantidad de movimiento total inicial antes de una colisión es igual a la cantidad de movimiento total final después de la colisión, lo que te brinda el principio de conservación del momento.

Cómo hallar la velocidad con la conservación del momento

El principio de conservación de la cantidad de movimiento se puede emplear para medir otras características del movimiento, como la velocidad. Imagina que viajas con una expedición de físicos y que pasas por un lago congelado donde están jugando al *hockey*. En el instante en que un participante choca (de forma bastante brutal para tratarse de un partido amistoso) contra otro que está parado, mides que lleva una velocidad de 11 m/s. Y te quedas mirando con interés preguntándote a qué velocidad se deslizará por el hielo la masa resultante de jugadores. Tras preguntar a algunos de los amigos presentes, te enteras de que la masa del primer jugador es de 100 kg y la del jugador que este se llevó por delante (que es su gemelo) también es de 100 kg. Entonces, ¿cuál será la velocidad final del amasijo de jugadores?

Estás ante un sistema cerrado porque en este caso omites la fuerza del rozamiento y, aunque los jugadores ejercen una fuerza hacia abajo sobre el hielo, la fuerza normal (consulta el capítulo 5) ejerce una fuerza de igual magnitud y en sentido opuesto sobre ellos; por tanto, la fuerza vertical suma cero.

Pero ¿qué hay de la velocidad horizontal resultante a lo largo del hielo? Gracias al principio de conservación del momento sabes que:

$$\mathbf{p}_f = \mathbf{p}_i$$

Imagina que la colisión es frontal, así que el movimiento se produce en una dimensión (a lo largo de una línea). De modo que solo tienes que analizar las componentes vectoriales en esta dimensión única. La componente de un vector en una dimensión no es más que un número, así que no debe escribirse en negrita.

El atropellado no estaba moviéndose antes del choque, así que la cantidad de movimiento cuando empieza es cero. Por tanto, el momento inicial total, p_i, no es más que el momento inicial del atacante, el jugador 1. Para simplificar la ecuación, sustituye el momento inicial (p_i) por la masa y la velocidad iniciales del jugador 1 ($m_1 v_{i1}$):

$$p_i = m_1 v_{i1}$$

Tras la colisión, los jugadores se enredan entre sí y se mueven con la misma velocidad final. De modo que la cantidad de movimiento final (p_f) debe ser igual a la masa combinada de ambos jugadores multiplicada por su velocidad final, $(m_1 + m_2)v_f$, lo que resulta en la siguiente ecuación:

$$(m_1 + m_2)v_f = m_1 v_{i1}$$

Al despejar v_f obtienes la ecuación de la velocidad final de ambos jugadores:

Al introducir los números se llega a la respuesta:

$$v_f = \frac{m_1 v_{i1}}{m_1 + m_2}$$

La velocidad de los dos jugadores juntos será la mitad de la velocidad que llevaba el primer jugador. Quizá ya contabas con eso, puesto que acabas teniendo el doble de masa en movimiento que al principio; como la cantidad de movimiento se conserva, acabas con la mitad de la velocidad.

$$\begin{aligned} v_f &= \frac{m_1 v_{i1}}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{(100\ \text{kg})(11\ \text{m/s})}{100\ \text{kg} + 100\ \text{kg}} \\ &= \frac{1100\ \text{kg} \cdot \text{m/s}}{200\ \text{kg}} \\ &= 5{,}5\ \text{m/s} \end{aligned}$$

¡Fantástico! Sacas la libreta y anotas los resultados.

Cómo hallar la velocidad de disparo con la conservación del momento

El principio de conservación de la cantidad de movimiento es útil cuando no se puede medir la velocidad con un simple cronómetro. Imagina, por ejemplo, que aceptas un trabajo de asesoramiento para un fabricante de munición que quiere medir la velocidad de salida de las balas que acaba de

sacar al mercado. Ningún empleado ha conseguido aún medir esa velocidad porque ningún cronómetro es lo bastante rápido. ¿Qué haces? Pues decides montar el dispositivo que aparece en la figura 10-3, con el que dispararás una bala de masa m_1 contra un bloque de madera suspendido en el aire de masa m_2.

Tu jefe está perplejo: ¿de qué te servirá ese dispositivo? Cada vez que disparas una bala contra un bloque de madera colgante, la bala desplaza el bloque en el aire. Pero ¿y qué? En ese momento llegas a la conclusión de que necesitan una clase sobre el principio de conservación de la cantidad de movimiento. El momento inicial, les explicas, es el de la bala:

$$p_i = mv_1$$

Como la bala se clava en el bloque de madera, la cantidad de movimiento final se corresponde con el producto entre la masa total, $m_1 + m_2$, y la velocidad final de la combinación bala/bloque de madera:

$$p_i = (m_1 + m_2)\, v_f$$

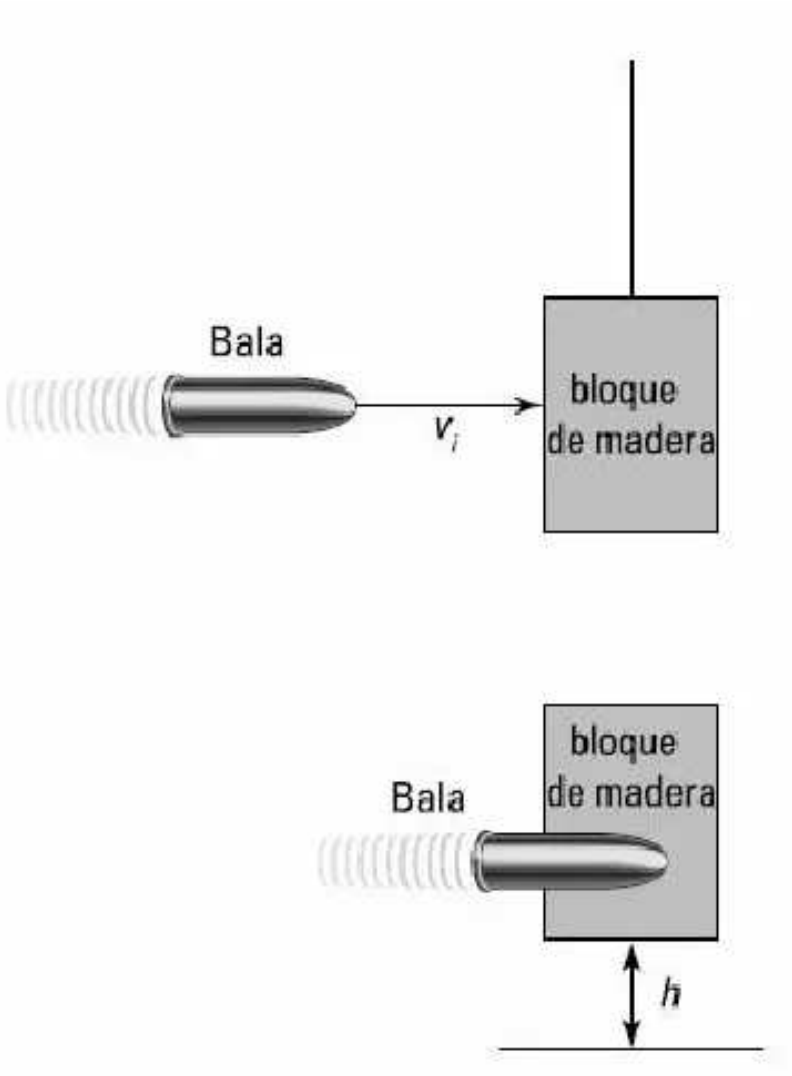


Figura 10-3:
Disparar contra un bloque de madera colgado de una cuerda sirve para hacer experimentos con la velocidad. ¡Pero no pruebes a hacerlo en casa!

El principio de conservación de la cantidad de movimiento te permite afirmar que:

$$p_i = p_f$$

Así que en las fórmulas anteriores puedes introducir el momento final e inicial:

$$(m_1 + m_2)v_f = m_1 v$$

$$v_f = \frac{m_1 v_i}{m_1 + m_2}$$

Los mandamases empiezan a marearse, así que les explicas que la energía cinética del bloque se transforma en energía potencial cuando recibe el impacto y sube hasta la altura *h* (consulta el capítulo 9 si necesitas repasar cómo un tipo de energía se transforma en la otra). La energía cinética de la bala y la variación de la energía potencial en la bala y el bloque se pueden representar así:

$$\Delta EC = \Delta EP$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2 = (m_1 + m_2)gh$$

Como puedes insertar el valor de v_f, llegas a:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\frac{m_1^2 v_i^2}{(m_1 + m_2)^2} = (m_1 + m_2)gh$$

$$\frac{m_1^2 v_i^2}{2(m_1 + m_2)} = (m_1 + m_2)gh$$

$$v_i^2 = \frac{2(m_1 + m_2)(m_1 + m_2)gh}{m_1^2}$$

$$v_i = \sqrt{\frac{2(m_1 + m_2)^2 gh}{m_1^2}}$$

Y, para terminar de manera magistral, les explicas que al despejar v_i se obtiene la velocidad inicial de la bala:

$$v_i = \sqrt{\frac{2(m_1 + m_2)^2 gh}{m_1^2}}$$

Realizas unas mediciones y compruebas que la bala tiene una masa de 50 g, que la masa del bloque de madera es de 10 kg y que tras el impacto el bloque sube 50 cm en el aire. Al introducir esos valores en la ecuación llegas al resultado que buscabas:

$$\sqrt{\frac{2(0{,}050\ \text{kg} + 10{,}0\ \text{kg})^2 (9{,}81\ \text{m/s}^2)(0{,}500\ \text{m})}{}}$$

$$v_i = \sqrt{\frac{(\text{0,050 kg})(\text{0,050 kg})(\text{630 m/s})^2}{(\text{0,050 kg})^2}} \approx 630 \text{ m/s}$$

La velocidad inicial es de 630 m/s, que vienen a ser 2270 km/h. “¡Brillante!”, exclaman los directivos mientras te extienden un cheque por una cantidad monumental.

Cuando chocan dos mundos (o dos coches): colisiones elásticas e inelásticas

Analizar los fenomenos físicos que ocurren en una colisión puede resultar la mar de entretenido, sobre todo porque el principio de conservación de la cantidad de movimiento facilita mucho las cosas (consulta el apartado previo titulado “Choques entre objetos: la conservación del momento”). No obstante, cuando trabajas con colisiones, suelen intervenir muchos más factores que el impulso y la cantidad de movimiento. A veces, la energía cinética también se conserva, lo que te brinda una ventaja añadida para calcular qué sucede en todo tipo de colisiones, incluidas las que se producen en dos dimensiones.

Las colisiones son relevantes en muchos problemas de física. Cuando chocan dos coches, por ejemplo, y necesitas hallar la velocidad final de ambos cuando se quedan enganchados. Hasta puedes encontrarte un caso en el que al colisionar dos vagones de tren que viajan a distinta velocidad, se acoplen entre sí y debas determinar la velocidad final de esa amalgama de vagones.

Pero ¿y si te topas con un caso más general en el que dos objetos no se queden unidos? Digamos, por ejemplo, que tienes dos bolas de billar que chocan entre sí cuando se movían a distinta velocidad y con diferente ángulo, y que rebotan también con distinta velocidad y diferente ángulo. ¿Cómo demonios manejarías esa situación? Hay una manera de abordar el problema, pero necesitas más de lo que te puede ofrecer el principio de conservación de la cantidad de movimiento. En este apartado explico la diferencia entre las colisiones elásticas e inelásticas y después resuelvo varios problemas relacionados con colisiones elásticas.

Cómo determinar si una colisión es elástica



Cuando los objetos chocan en el mundo real, a veces se aplastan y deforman. La energía que da lugar a esa deformación proviene de la energía cinética original del objeto. En otros casos, el rozamiento transforma en calor parte de la energía cinética. Se dice que una colisión está dentro de un *sistema cerrado* (en el cual la fuerza neta es cero) cuando los objetos que colisionan pierden energía cinética en favor de otra forma de energía:

en favor de otra forma de energía.

- **Colisión elástica.** En una colisión elástica, la energía cinética total dentro del sistema es la misma antes de la colisión y después de ella. Si las pérdidas por calor y deformación son mucho menores que las otras energías implicadas, como cuando chocan dos bolas de billar y cada una toma un camino por separado, normalmente puedes ignorar esas pérdidas y afirmar que la energía cinética se ha conservado.

- **Colisión inelástica:** En una colisión inelástica, el choque altera la energía cinética total dentro de un sistema cerrado. En este caso, el rozamiento, la deformación o cualquier otro proceso altera la energía cinética. Si se observa una pérdida apreciable de energía debido a fuerzas no conservativas (como el rozamiento), entonces la energía cinética no se ha conservado.



Con independencia de si una colisión es elástica o inelástica, la cantidad de movimiento *siempre* permanece igual antes y después de la colisión dentro de un sistema cerrado.

Colisión elástica a lo largo de una línea

Cuando una colisión es elástica, se conserva la energía cinética. La manera más elemental de analizar las colisiones elásticas consiste en observar cómo se comportan las colisiones a lo largo de una línea recta. Si tú vas en un auto de choque y un amigo tuyo en otro y chocáis, rebotarás y la energía cinética se conservará a lo largo de la línea. Pero el comportamiento de los coches depende de la masa de los objetos implicados en la colisión elástica.

Choque contra una masa más pesada

Llevas a tu familia al Parque de Atracciones Físicas para pasar un día de entretenimiento y cálculo mental y decides montar en los autos de choque. Saludas con la mano a tu familia mientras aceleras tus 300 kg de coche y conductor hasta 10 m/s, cuando de repente ¡ponc! ¿Qué ha pasado? Los 400 kg de coche y conductor que tenías delante de ti se han parado en seco y has tenido un choque elástico contra ellos por detrás; ahora tú te mueves hacia atrás y el otro coche avanza hacia delante. "Interesante — piensas—. ¿Seré capaz de calcular la velocidad final de ambos autos de choque?"

Sabes que la cantidad de movimiento se ha conservado y que el coche que tienes enfrente estaba parado cuando lo embestiste, así que, si tu coche es el 1 y el otro es el 2, tienes lo siguiente:

$$m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a} = m_1 v_{1d}$$

Pero esto no te dice cuánto valen v_{f1} y v_{f2}, porque tienes dos incógnitas y una sola ecuación. No puedes resolver con exactitud v_{f1} ni v_{f2} en este caso aunque conozcas las masas y el valor de v_{i1}. Necesitas alguna otra ecuación para relacionar esas cantidades. ¿Qué tal si recurres a la conservación de la energía cinética? Como el choque fue elástico, la energía cinética se ha conservado. $EC = (1/2)\,mv^2$, de modo que esta es la ecuación de la energía cinética final e inicial de ambos coches:

$$\frac{1}{2}m_1v_{f1}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{f2}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{i1}^2$$

Ahora tienes un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, v_{f1} y v_{f2}, lo que significa que puedes resolver las incógnitas como una función de las masas y v_{i1}. Esto te obligará a repasar un montón de álgebra porque la segunda ecuación tiene muchas velocidades al cuadrado, pero, cuando despejes todo el humo, te quedarás con las dos ecuaciones siguientes:

$$v_{f1} = \frac{(m_1 - m_2)v_{i1}}{m_1 + m_2}$$

$$v_{f2} = \frac{2m_1v_{i1}}{m_1 + m_2}$$

Ya tienes v_{f1} y v_{f2} expresadas como función de las masas y v_{i1}. Al introducir los números obtienes las velocidades finales de los dos autos de choque. Esta es la velocidad de tu coche:

$$\begin{aligned} v_{f1} &= \frac{(m_1 - m_2)v_{i1}}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{(300\text{ kg} - 400\text{ kg})(10\text{ m/s})}{300\text{ kg} + 400\text{ kg}} \\ &\approx -1{,}43\text{ m/s} \end{aligned}$$

Y esta es la velocidad final del otro tipo:

$$\begin{aligned} v_{f2} &= \frac{2m_1v_{i1}}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{2(300\text{ kg})(10\text{ m/s})}{300\text{ kg} + 400\text{ kg}} \\ &\approx 8{,}57\text{ m/s} \end{aligned}$$

Las dos velocidades desvelan todo lo ocurrido. Tú circulabas con una velocidad de 10 m/s en un auto de choque de 300 kg y chocaste contra otro de 400 kg que estaba parado delante de ti. Suponiendo que la colisión fue directa y que el segundo coche salió despedido en la misma dirección que llevabas tú antes de la colisión, tú rebotaste a –1,43 m/s (hacia atrás, como indica que esa

que llevabas tú antes de la colisión, tú rebotaste a −1,43 m/s (hacia atrás, como indica que esa cantidad sea negativa, porque la masa del coche que tenías delante era mayor que la del tuyo) y el coche que embestiste salió despedido con una velocidad de 8,57 m/s.

Choque contra una masa más ligera

Después de la mala experiencia que tuviste durante el viaje en la pista de los autos de choque en el apartado anterior (donde chocaste contra un coche más pesado: consulta el apartado anterior para mirar los cálculos), decides volver a montarte pero ir contra coches más ligeros que el tuyo. ¿Qué pasaría si tu coche (más el conductor) tuviera una masa de 400 kg y embistieras por detrás a un coche de 300 kg que está parado? En este caso, usarás la ecuación de la conservación de la energía cinética, la misma fórmula que aplicaste en el apartado anterior. Esta es la que resultará ser tu velocidad final:

$$v_{f1} = \frac{(m_1 - m_2)v_{i1}}{m_1 + m_2}$$
$$= \frac{(400\ \text{kg} - 300\ \text{kg})(10\ \text{m/s})}{300\ \text{kg} + 400\ \text{kg}}$$
$$\approx 1{,}43\ \text{m/s}$$

La velocidad final del coche pequeño es:

$$v_{f2} = \frac{2m_1 v_{i1}}{m_1 + m_2}$$
$$= \frac{2(400\ \text{kg})(10\ \text{m/s})}{300\ \text{kg} + 400\ \text{kg}}$$
$$\approx 11{,}4\ \text{m/s}$$

En este caso no rebotas hacia atrás. El coche parado y más ligero sale empujado, pero no le transfieres al otro coche toda tu cantidad de movimiento hacia delante. ¿Se conserva aún así el momento? Estas son las fórmulas que necesitas para hallar la cantidad de movimiento inicial y final:

- ✔ $p_i = m_1 v_{i1}$
- ✔ $p_f = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$

Si introduces los números, este es el momento inicial:

$$p_i = m_1 v_{i1} = (400\ \text{kg})(10\ \text{m/s}) = 4\,000\ \text{kg-m/s}$$

Y he aquí la cantidad de movimiento final:

$$p_f = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

$$= (400\ \text{kg})(1{,}43\ \text{m/s}) + (300\ \text{kg})(11{,}4\ \text{m/s})$$

$$= 4000\ \text{kg·m/s}$$

Los números concuerdan, así que el momento se ha conservado en esta colisión, tal como ocurrió cuando chocaste contra un coche más pesado.

Colisión elástica en dos dimensiones

Las colisiones no siempre se producen a lo largo de una línea recta. Por ejemplo, las bolas de billar pueden viajar en dos dimensiones, *x* e *y*, mientras ruedan por la mesa. Las colisiones a lo largo de dos dimensiones introducen variables como el ángulo y la dirección.

Imagina que tus expediciones físicas te llevan hasta un campo de golf donde dos jugadores aguardan turno para realizar los últimos golpes cortos de la jornada. Están igualados, así que estos golpes son los decisivos. Por desgracia, el jugador más próximo al hoyo se salta la etiqueta y ambos golfistas golpean al mismo tiempo. ¡Las respectivas bolas de golf, de 45 g, chocan! Observa lo que pasa en la figura 10-4.

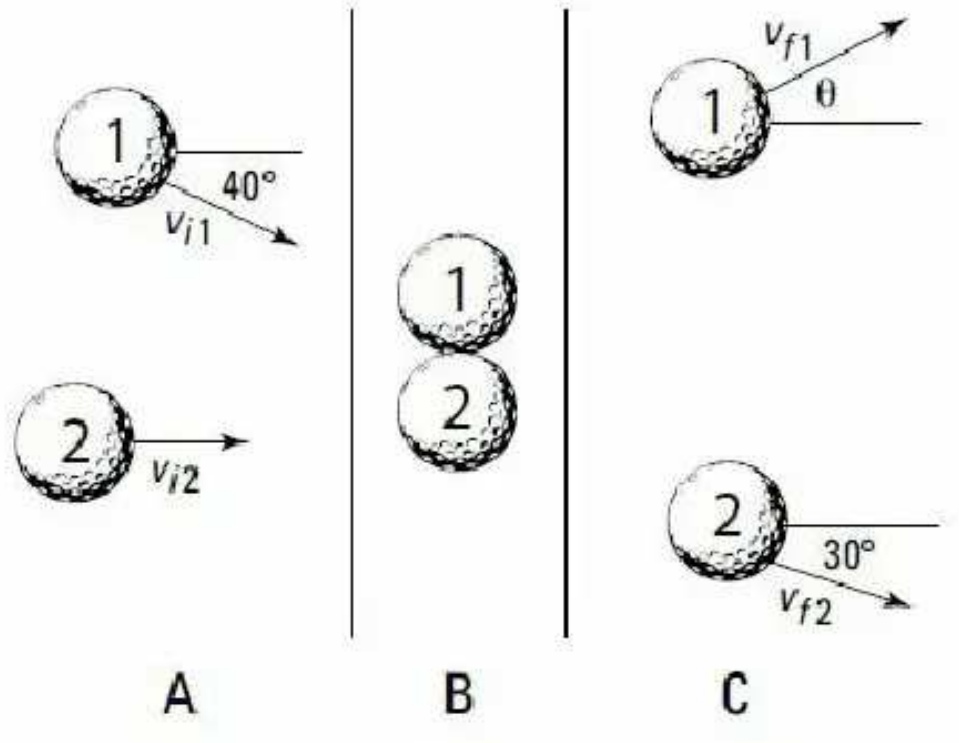


Figura10-4:
Situación antes de un choque entre dos bolas que se mueven en dos dimensiones, durante el choque y después de él

Tú te agachas al instante para medir todos los ángulos y velocidades que intervienen en la colisión. Mides las velocidades $v_{i1} = 1$ m/s, $v_{i2} = 2$ m/s y $v_{f2} = 1{,}2$ m/s. También mides la mayoría de los ángulos, tal como muestra la figura 10-4, si bien no has podido medir el ángulo y la velocidad finales de la bola 1.

Como la colisión entre las bolas de golf es elástica, se conservan tanto la cantidad de movimiento como la energía cinética. En particular, el momento se conserva tanto en la dirección *x* como en la

como la energía cinética. En particular, el momento se conserva tanto en la dirección x como en la dirección y; por su parte la energía cinética también se conserva. Necesitas que se conserven ambos para hallar la velocidad y la dirección finales de la bola 1.

Primero halla la velocidad final de la bola 1. Como las dos bolas tienen la misma masa, puedes llamar m a ambas. La energía cinética total inicial de cada una es:

$$\begin{aligned} EC_i &= \frac{1}{2}mv_{i1}^2 + \frac{1}{2}mv_{i2}^2 \\ &= \frac{1}{2}m(1\,\text{m/s})^2 + \frac{1}{2}m(2\,\text{m/s})^2 \\ &= \frac{5m}{2}\,\text{m}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

Entonces la energía cinética final viene dada por:

$$\begin{aligned} EC_f &= \frac{1}{2}mv_{f1}^2 + \frac{1}{2}mv_{f2}^2 \\ &= \frac{1}{2}mv_{f1}^2 + \frac{1}{2}m(1{,}2\,\text{m/s})^2 \end{aligned}$$

Ahora bien, como la energía cinética se conserva, la energía cinética final debe ser igual a la energía cinética inicial, así que puedes escribir:

$$\frac{5m}{2}\,\text{m}^2/\text{s}^2 = \frac{1}{2}mv_{f1}^2 + \frac{1}{2}m(1{,}2\,\text{m/s})^2$$

Ya puedes reordenar la ecuación para aislar el miembro en el que está la velocidad final de la bola 1, v_{f1}:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_{f1}^2 &= \frac{5m}{2}\,\text{m}^2/\text{s}^2 - \frac{1}{2}m(1{,}2\,\text{m/s})^2 \\ \frac{1}{2}mv_{f1}^2 &= 2m\,\text{m}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

Si ahora despejas v_{f1} (divide los dos lados de la igualdad entre m, multiplica los dos lados por 2 y saca la raíz cuadrada), obtienes:

$$v_{f1} = 2\,\text{m/s}$$

Ahí lo tienes: la velocidad final de la bola 1 es 2 m/s.

Para hallar el ángulo de la velocidad de la bola 1, usas la conservación del momento. La cantidad de

movimiento se conserva tanto en la dirección *x* como en la *y*, así que se cumplen las siguientes ecuaciones:

- ✔ $p_{fx} = p_{ix}$
- ✔ $p_{fy} = p_{iy}$

En otras palabras, la cantidad de movimiento final en la dirección *x* es la misma que el momento inicial en la dirección *x*, y la cantidad de movimiento final en la dirección *y* es igual que el momento inicial en la dirección *y*. El momento inicial en la dirección *x* es:

$$p_{ix} = mv_{i1}\cos 40^\circ + mv_{i2}$$

Como ves, esa es la suma de la cantidad de movimiento *x* de las dos bolas.

El momento final en la dirección *x* viene dado por:

$$p_{fx} = mv_{f1}\cos\theta + mv_{f2}\cos 30^\circ$$

La componente *x* de la cantidad de movimiento se conserva, así que puedes igualar los momentos inicial y final en la dirección *x*:

$$mv_{i1}\cos 40^\circ + mv_{i2} = mv_{f1}\cos\theta + mv_{f2}\cos 30^\circ$$

Divide los dos miembros entre m y tendrás:

$$v_{i1}\cos 40^\circ + v_{i2} = v_{f1}\cos\theta + v_{f2}\cos 30^\circ$$

Si reordenas la ecuación para despejar a un lado el término con el ángulo que no conoces, θ, obtienes:

$$v_{f1}\cos\theta = v_{i1}\cos 40^\circ + v_{i2} - v_{f2}\cos 30^\circ$$

Al dividir entre v_{f1} llegas a:

$$\cos\theta = \frac{v_{i1}\cos 40^\circ + v_{i2} - v_{f2}\cos 30^\circ}{v_{f1}}$$

Introduce los valores que habías medido y la velocidad final de la bola 1 que acabas de calcular y queda:

$$\frac{(1.0\ \text{m/s})\cos 40^\circ + (2.0\ \text{m/s}) - (1.2\ \text{m/s})\cos 30^\circ}{}$$

$$\cos\theta = \frac{(1{,}0\ \text{m/s})\cos 40^\circ + (2{,}0\ \text{m/s}) - (1{,}2\ \text{m/s})\cos 30^\circ}{2{,}0\ \text{m/s}}$$

Por último, halla el arcoseno de cada miembro para obtener el ángulo:

$$\theta \approx 30^\circ$$

Ya lo tienes: después del choque, la bola 1 se mueve con una velocidad de 2 m/s y con un ángulo de

30° con respecto a la horizontal. Has recurrido a la conservación de la energía cinética (de las colisiones elásticas) y a la conservación de la cantidad de movimiento (de todas las colisiones) para resolver la velocidad final de la bola 1.

Capítulo 11

Acabemos con la cinética angular

En este capítulo:

- Pasarás de un movimiento lineal a un movimiento de rotación
- Calcularás la velocidad y la aceleración tangenciales
- Analizarás la aceleración y la velocidad angulares
- Identificarás el momento de la fuerza implicada en el movimiento de rotación
- Mantendrás el equilibrio rotatorio

Este capítulo es el primero de los dos que vas a encontrar en el libro dedicados a objetos que rotan, desde estaciones espaciales a canicas. La rotación es lo que hace que el mundo gire (literalmente) y, si dominas el movimiento lineal y las leyes de Newton (consulta las dos primeras partes del libro si no es así), sus equivalentes rotatorios, expuestos en este capítulo y el siguiente, son pan comido. Si, por el contrario, no tienes ni idea sobre el movimiento lineal, no hay problema. Aquí estás a punto de adquirir unos conocimientos sólidos sobre los fundamentos de la rotación y verás toda clase de temas relacionados con ella: aceleración angular, velocidad y aceleración tangenciales, momento de fuerza y más, y por tanto la cinética no solo guarda relación con el movimiento de los objetos, sino también con las fuerzas que tienen que ver con esos movimientos. La cinética de la rotación trata sobre los movimientos de rotación y las fuerzas que hay tras ellos (y los momentos de esas fuerzas). Pero no le des más vueltas. ¡Sigue leyendo!

Del movimiento lineal al movimiento rotatorio

Al pasar del movimiento lineal al movimiento rotatorio hay que cambiar de ecuaciones. Estas son las ecuaciones equivalentes (o análogas) angulares de las que se usan para tratar el movimiento lineal:

	Lineal	*Angular*
Velocidad	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$
Aceleración	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
Desplazamiento	$s = v_i \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$	$\theta = \omega_i \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \Delta t^2$
Movimiento con el tiempo cancelado	$v_f^2 - v_i^2 = 2as$	$\omega_f^2 - \omega_i^2 = 2\alpha\theta$

En todas las ecuaciones anteriores, *t* representa el tiempo, Δ significa "variación", *f* indica final, e *i* significa inicial. En las ecuaciones lineales, *v* es la velocidad, *s* es el desplazamiento y *a* es la aceleración. En las ecuaciones angulares, ω es la velocidad angular (medida en radianes/segundo), θ es el desplazamiento angular en radianes, y α es la aceleración angular (en radianes/segundo^2).

Como sabes, tanto el desplazamiento como la velocidad y la aceleración son vectores; pues bien, sus equivalentes angulares también lo son. Reflexiona en primer lugar sobre el desplazamiento angular, $\Delta\theta$ (una medida del ángulo de rotación de un objeto). El módulo indica el tamaño del ángulo de rotación y la dirección es paralela al eje de rotación. De manera similar, la velocidad angular, ω, tiene una magnitud, correspondiente al módulo del vector, y una dirección, que define el eje de rotación. La aceleración angular, α, tiene un módulo igual a la tasa de variación de la velocidad angular; su dirección también discurre a lo largo del eje de rotación.

Si el movimiento tiene lugar únicamente sobre un plano, entonces solo existe una dirección posible para el eje de rotación: perpendicular al plano. En este caso, estas cantidades vectoriales tienen una única componente, que es un mero número; el signo que lo acompañe da toda la información necesaria sobre la dirección. Por ejemplo, un desplazamiento angular positivo indica rotación en sentido horario y un desplazamiento angular negativo indica rotación en el sentido contrario a las agujas del reloj.

Del mismo modo que el módulo de la velocidad a veces se denomina *celeridad*, el módulo de la velocidad angular puede llamarse *celeridad angular*. Al igual que la magnitud de un desplazamiento se corresponde con la distancia, la magnitud de un desplazamiento angular es un ángulo, es decir, el módulo de la cantidad vectorial es una cantidad escalar.

Nota: en el próximo apartado empiezo considerando el movimiento en un plano teniendo en cuenta tan solo las componentes únicas de los vectores, que son números escalares (identifico el vector con su componente única). Así que en dicho apartado las cantidades $\Delta\theta$, ω, y α no aparecen en negrita porque representan la componente única de un movimiento de rotación en un plano. En el apartado titulado "Aplicación de vectores a la rotación", profundizaremos en la naturaleza vectorial del desplazamiento angular, la velocidad y la aceleración.

Qué es el movimiento tangencial

Qué es el movimiento tangencial

El movimiento tangencial es un movimiento perpendicular al *movimiento radial*, es decir, al movimiento a lo largo de un radio. Dado un punto central, los vectores del espacio circundante pueden escindirse en dos componentes: *dirección radial*, que apunta justo en dirección contraria al centro, y *dirección tangencial*, que sigue el círculo y es perpendicular a la dirección radial. El movimiento en la dirección tangencial se denomina *movimiento tangencial*.



Puedes vincular las magnitudes angulares, como el desplazamiento angular (θ), la velocidad angular (ω) y la aceleración angular (α) con sus magnitudes tangenciales asociadas. Para ello basta con multiplicar por el radio empleando estas ecuaciones:

- $s = r\,\theta$
- $v = r\,\omega$
- $a = r\,\alpha$



Estas ecuaciones usan los radianes como unidad de medida de los ángulos; no funcionan si los expresas en grados. Su símbolo es *rad*.

Imagina que vas en moto y que la velocidad angular de las ruedas es $\omega = 21{,}5\ \pi$ rad/s. ¿Qué te dice eso sobre la velocidad de la moto? Para hallar la velocidad de la moto, hay que relacionar la velocidad angular, ω, con la velocidad lineal, v. Los siguientes apartados explican cómo establecer esas relaciones.

Cómo hallar la velocidad tangencial

En cualquier punto de una circunferencia se pueden seleccionar dos direcciones especiales: la dirección que apunta en el sentido opuesto al del centro del círculo (a lo largo del radio) se denomina *dirección radial*; y la dirección perpendicular a esa primera es la *dirección tangencial*.

Cuando un objeto se mueve en círculo, su *velocidad instantánea* (la velocidad en un instante

determinado) en cualquier punto concreto de la circunferencia se corresponde con una flecha trazada desde ese punto en dirección tangencial. Este es el motivo de que esta velocidad reciba el nombre de *velocidad tangencial*. La magnitud de la velocidad tangencial no es más que el módulo de la velocidad de un objeto que se mueve en círculo.



Dada una velocidad angular de magnitud ω, la velocidad tangencial en cualquier radio es $r\omega$. La idea de que la velocidad tangencial aumenta a medida que crece el radio tiene lógica. Piensa en una rueda que da vueltas: es de esperar que un punto cualquiera en el radio, r, se mueva más deprisa que cualquier otro punto más próximo al centro de la rueda.

Observa la figura 11-1, que ilustra una pelota de golf sujeta a una cuerda. La esfera viaja en círculo con una velocidad angular de magnitud ω.

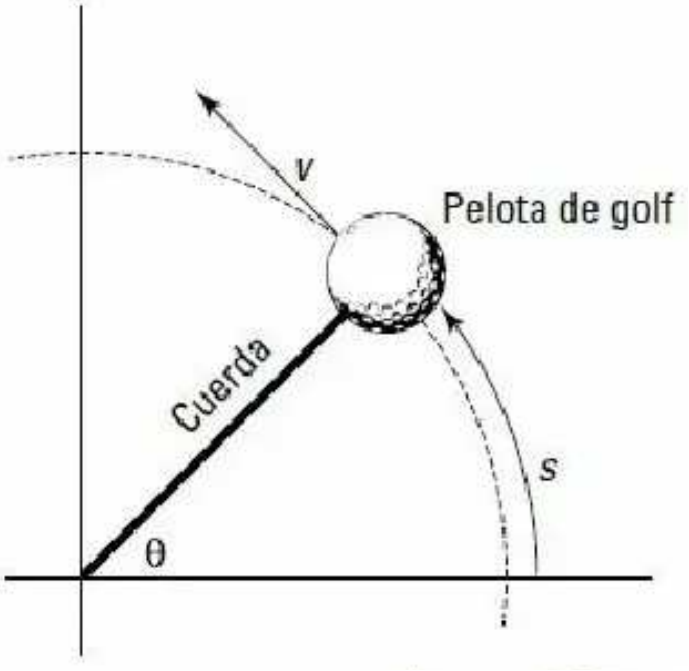


Figura 11-1.
Una pelota en movimiento circular tiene una velocidad angular con respecto al radio del círculo



Para medir con facilidad la magnitud de la velocidad de la pelota, v, mide los ángulos en radianes. Un círculo tiene 2π radianes: el contorno completo de un círculo (la longitud de su circunferencia) mide $2\pi r$, donde r es el radio del círculo. En general, por tanto, puedes relacionar un ángulo medido en radianes con la distancia recorrida a lo largo del círculo, s, de este modo:

$$s = r\theta$$

Ya sabes que r es el radio del círculo. Ahora puedes decir que $v = s/t$, donde v es la magnitud de la velocidad, s es la distancia, y t es el tiempo. Ahora puedes sustituir s y obtienes:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{r\theta}{t}$$

Como $\omega = \theta/t$, puedes afirmar que:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{r\theta}{t} = r\omega$$

En otras palabras,

$$v = r\omega$$

Ahora puedes hallar el módulo de la velocidad. Las ruedas de una motocicleta giran con una velocidad angular de $21{,}5\pi$ rad/s. Si puedes hallar la velocidad tangencial de cualquier punto del borde exterior de las ruedas, podrás calcular la velocidad de la motocicleta. Supón que el radio de cada rueda de la moto mide 40 cm. Sabes que $v = r\omega$, así que no hay más que introducir los números:

$$v = r\omega = (0{,}40 \text{ m/s})21{,}5\pi \approx 27 \text{ m/s}$$

La moto circula a 27 m/s, lo que se traduce en unos 97 km/h.

Cómo hallar la aceleración tangencial

La *aceleración tangencial* es una medida de cómo cambia con el tiempo la velocidad tangencial en un punto de un radio determinado. La aceleración tangencial es la equivalente de la lineal (consulta el capítulo 3) cuando se trata de una dirección tangencial y es relevante para el movimiento circular. En este apartado veremos la magnitud de la aceleración angular, α, que indica cómo cambia la velocidad del objeto en la dirección tangencial.

Por ejemplo, cuando pones en marcha un cortacésped, un punto cualquiera situado en el extremo de una de las cuchillas comienza con una velocidad tangencial cero y termina con una velocidad tangencial bastante alta. ¿Cómo se halla la aceleración tangencial de ese punto? Puedes usar esta ecuación del capítulo 3, que relaciona la velocidad con la aceleración (donde Δv es la variación de la velocidad y Δt es la variación del tiempo) para relacionar cantidades tangenciales, como la velocidad tangencial, con cantidades angulares, como la velocidad angular:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La velocidad tangencial, v, es igual a $r\omega$ (tal como se ve en el apartado anterior), así que puedes introducir esa información:

$$a = \frac{\Delta(r\omega)}{\Delta t}$$

Como el radio permanece constante en este caso, la ecuación queda:

$$a = \frac{r\Delta\omega}{\Delta t}$$

Sin embargo, $\Delta\omega/\Delta t = \alpha$, la aceleración angular, así que la ecuación se convierte en la siguiente:

$$a = r\alpha$$

que, traducido a palabras quiere decir que la aceleración tangencial es igual a la aceleración angular multiplicada por el radio.

Cómo hallar la aceleración centrípeta

La primera ley de Newton afirma que, en ausencia de fuerzas netas, todo objeto en movimiento conservará un movimiento uniforme y rectilíneo (consulta el capítulo 5). Para que un objeto se mueva en círculo, tiene que haber una fuerza que cambie la dirección. Esta fuerza se denomina *fuerza centrípeta*. La fuerza centrípeta siempre está dirigida hacia el centro del círculo.

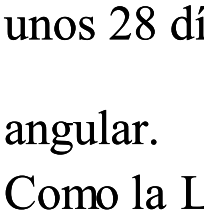
La *aceleración centrípeta* es proporcional a la fuerza centrípeta (de acuerdo con la segunda ley de Newton; consulta el capítulo 5). Esta es la componente de la aceleración del objeto en la dirección radial (dirigida hacia el centro del círculo), y esa es la tasa de variación del vector velocidad del objeto, que es lo que lo hace seguir moviéndose en círculo; esta fuerza no cambia la longitud del vector velocidad, sino solo su dirección.

Puedes relacionar cantidades angulares, como la velocidad angular, con la aceleración centrípeta. La aceleración centrípeta viene dada por la siguiente ecuación (consulta el capítulo 7 para profundizar en los detalles de la ecuación):

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

donde v es la velocidad y r es el radio. Es muy fácil relacionar la velocidad lineal con la velocidad angular porque $v = r\omega$ (consulta el apartado titulado “Cómo hallar la velocidad tangencial”). Por tanto, puedes reescribir la fórmula de la aceleración de este modo:

$$a_c = \frac{(r\omega)^2}{r}$$



La ecuación de la aceleración centrípeta se simplifica y queda:

$$a_c = r\omega^2$$

Así de simple. La ecuación de la aceleración centrípeta significa que puedes hallar la aceleración centrípeta necesaria para mantener el movimiento circular de un objeto si conoces el radio del círculo y la velocidad angular de dicho objeto.

Supongamos que quieres calcular la aceleración centrípeta de la Luna alrededor de la Tierra. Empieza con la ecuación que ya conocías:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

En primer lugar tienes que calcular la velocidad tangencial de la Luna dentro de su órbita. Pero también puedes calcular la velocidad tangencial a partir de la velocidad angular. Usando la nueva versión de la ecuación, $a_c = r\omega^2$, te resultará más fácil resolverlo porque sabes que la Luna tarda unos 28 días en completar una órbita alrededor de la Tierra, así que es trivial calcular su velocidad angular.

Como la Luna da una vuelta completa alrededor de la tierra en unos 28 días recorre 2π rad alrededor de la Tierra en ese período, así que su velocidad angular es

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{28 \text{ d}}$$

Al convertir 28 días en segundos se obtiene lo siguiente:

$$\frac{28 \cancel{\text{d}}}{1} \times \frac{24 \cancel{\text{h}}}{1 \cancel{\text{d}}} \times \frac{60 \cancel{\text{min}}}{1 \cancel{\text{h}}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \cancel{\text{min}}} \approx 2{,}42 \times 10^6 \text{ s}$$

Así que resulta la siguiente velocidad angular:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$
$$= \frac{2\pi \text{ rad}}{2{,}42 \times 10^6 \text{ s}}$$

$= 2{,}60 \times 10^{-6}$ rad/s

Ya conoces la velocidad angular de la Luna, $2{,}6 \times 10^{-6}$ rad/s. El radio medio de la órbita lunar mide $3{,}85 \times 10^{8}$ m, así que su aceleración centrípeta asciende a:

$$a_c = r\omega^2$$
$$= (3{,}85 \times 10^{8}\ \text{m})(2{,}60 \times 10^{-6}\ s^{-1})^2$$
$$2{,}60 \times 10^{-3}\ \text{m/s}^2$$



En la ecuación anterior, las unidades de la velocidad angular (los radianes por segundo), se han escrito como s^{-1} porque el radián es una unidad *sin dimensión*. Un *radián* es el ángulo que cubre un arco de una longitud igual al radio del círculo. Imagínalo como una porción particular de todo el círculo; como tal, no tiene dimensiones. Así que cuando tienes radianes por segundo, puedes omitir los radianes y quedarte tan solo con la expresión *por segundo*. Otra manera de escribirlo consiste en usar el exponente –1, así que los radianes por segundo (rad/s) se pueden representar mediante s^{-1}.

Aunque solo sea por diversión, también puedes calcular la fuerza necesaria para mantener la Luna en su órbita. La fuerza es igual a la masa por la aceleración (mira el capítulo 5), así que multiplica la aceleración por la masa de la Luna, que es $7{,}35 \times 10^{22}$ kg:

$$F_c = ma_c = (7{,}35 \times 10^{22}\ \text{kg})(2{,}60 \times 10^{-3}\ \text{m/s}^2) = 1{,}91 \times 10^{20}\ \text{N}$$

La fuerza necesaria para mantener la Luna en su órbita expresada en newtons es de $1{,}91 \times 10^{20}$ N.

Aplicación de vectores a la rotación

El desplazamiento angular, la velocidad angular y la aceleración angular son cantidades vectoriales. Cuando se trata de un movimiento circular en un plano, esos vectores solo tienen una componente, que es un número escalar; en ese caso, no hay que tener demasiado en cuenta la dirección. Sin embargo, cuando se trabaja con un movimiento circular en más de un plano (como en el caso del movimiento de los planetas, que orbitan sobre planos ligeramente distintos), o cuando el plano de rotación varía (como ocurre cuando baila una peonza, por ejemplo), entonces la dirección de esos vectores cobra relevancia.



La velocidad angular y la aceleración angular son vectores cuya dirección discurre a lo largo del eje de rotación.

En este apartado sabrás más sobre las direcciones de los vectores angulares. En el resto de este apartado, las cantidades $\Delta\theta$, ω, y α aparecerán en negrita porque trabajarás expresamente con vectores.

Cómo calcular la velocidad angular



Cuando gira una rueda, su giro no solo tiene un cierto valor o módulo sino que también está orientado en una dirección. Esto es lo que indica el vector velocidad angular:

- El tamaño del vector velocidad angular indica la intensidad del giro.
- La dirección del vector señala el eje de la rotación, además de si la rotación es dextrógira o levógira.

Digamos que una rueda tiene una velocidad angular de módulo constante, ω. ¿Hacia qué dirección apunta su velocidad angular, $\boldsymbol{\omega}$? No puede discurrir a lo largo del borde de la rueda, tal como hace la velocidad tangencial, porque en ese caso cambiaría de dirección cada segundo. De hecho, la única opción es que apunte en una dirección perpendicular a la rueda.

La dirección de la velocidad angular siempre sorprende a la gente: la dirección de la velocidad angular, $\boldsymbol{\omega}$, coincide con el eje de la rueda (mira la figura 11-2). Como el vector velocidad angular apunta en la dirección en que lo hace, no tiene ninguna componente a lo largo de la rueda. La rueda está girando, así que la velocidad tangencial (lineal) en cualquier punto de la rueda cambia constantemente de dirección, salvo en el punto central de la rueda, donde radica el origen del vector velocidad angular. Si la rueda está colocada paralela al suelo, el extremo del vector apuntará hacia arriba o hacia abajo, en una dirección que se aleja de la rueda, dependiendo del sentido en que esta gire.



Puedes recurrir a la regla de la mano derecha para determinar la dirección del vector velocidad angular. Arquea la mano derecha sobre la rueda de forma que los dedos índice al meñique apunten en la dirección del movimiento tangencial en cualquier punto (o sea, esos cuatro dedos de la mano derecha marcarán hacia dónde gira la rueda); fíjate en que cuando pones así la mano, el pulgar apunta en la dirección del vector velocidad angular, **ω**.

La figura 11-2 muestra una rueda paralela al suelo que gira en sentido antihorario (levógiro) al verla desde arriba. Mira cómo están representados los dedos de la mano derecha indicando la dirección del giro, de manera que el pulgar, que representa el vector velocidad angular, apunta hacia arriba y discurre a lo largo del eje de la rueda. Si, por el contrario, la rueda girara en sentido horario (hacia la derecha), el pulgar (o sea, el vector) apuntaría hacia abajo, en sentido opuesto.

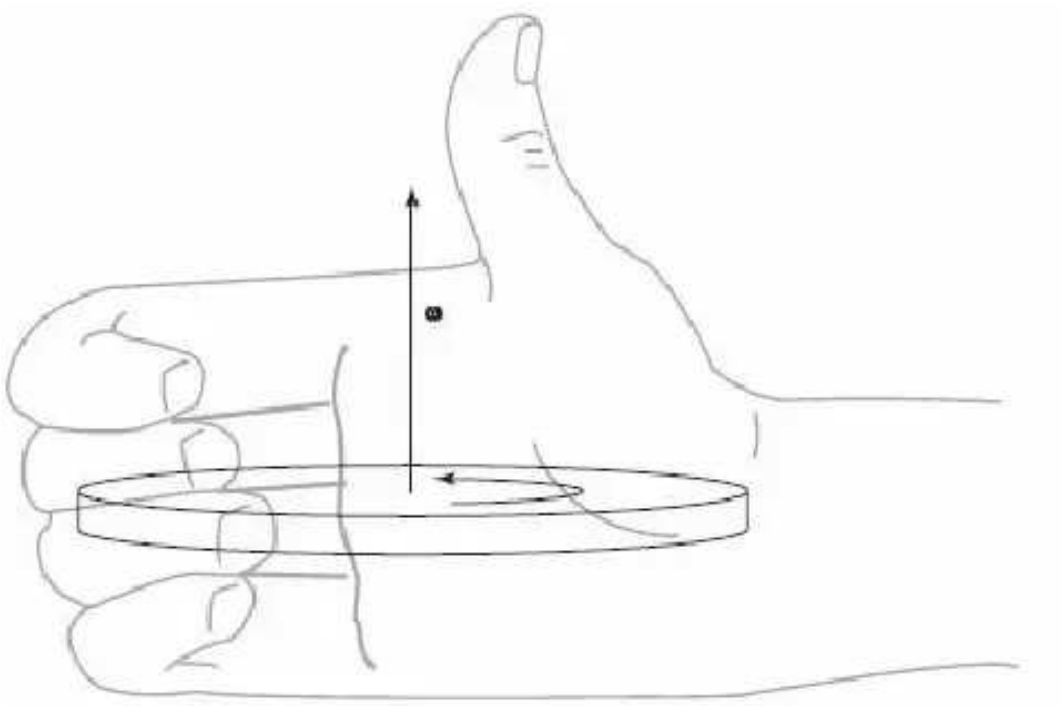


Figura 11-2.
La velocidad angular apunta en una dirección perpendicular a la rueda

Cómo calcular la aceleración angular

En este apartado verás cómo se relacionan entre sí la aceleración angular y la velocidad angular en cuanto a módulo y dirección. En primer lugar, sabrás qué sucede en el caso más simple, cuando la aceleración y la velocidad angulares tienen la misma dirección, ya sea con sentidos iguales u opuestos. Después analizaremos la situación en la que la aceleración y la velocidad angulares mantienen un ángulo entre sí, lo que da lugar a una inclinación del eje de rotación.

Variación de la velocidad e inversión del sentido de giro
Si el vector velocidad angular apunta en sentido opuesto al plano de rotación (mira el apartado anterior), ¿qué ocurre cuando cambia la velocidad angular (cuando la rueda va más deprisa o más despacio)? La variación de la velocidad indica que hay aceleración angular. Tal como ocurre con la

despacio)? La variación de la velocidad indica que hay aceleración angular. Tal como ocurre con la velocidad angular, **ω**, la aceleración angular, **α**, es un vector, lo que significa que tiene una longitud (un módulo) y una dirección. La aceleración angular es la tasa de variación de la velocidad angular:

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

Observa la figura 11-3. En ella se ve qué sucede cuando la aceleración angular repercute en la velocidad angular. En este caso, **α** apunta en la misma dirección que **ω** en la figura 11-3A. Si el

vector aceleración angular, **α**, apunta a lo largo de la velocidad angular, **ω**, la magnitud de **ω** aumentará con el paso del tiempo, tal como ilustra la figura 11-3B.

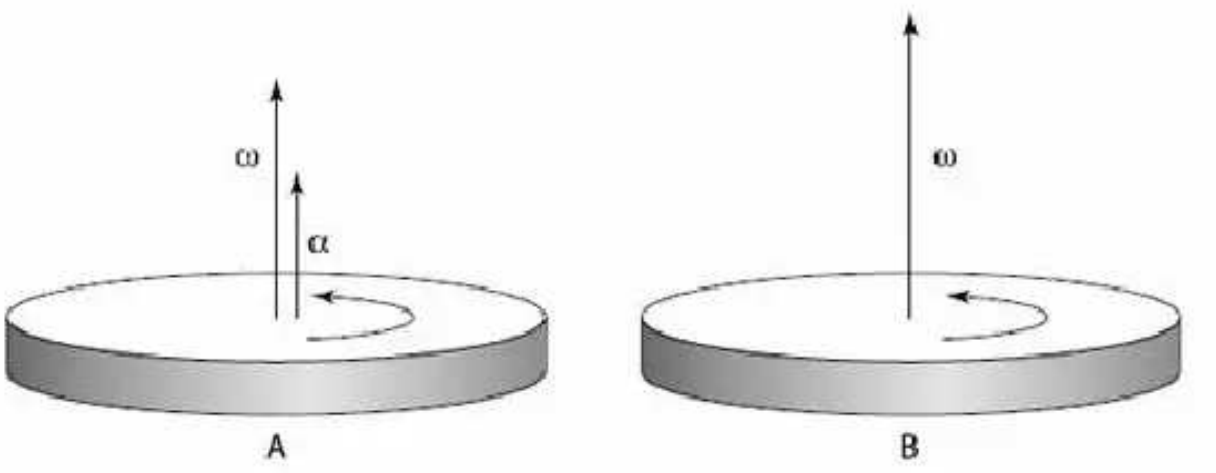


Figura 11-3.
Aceleración angular en el mismo sentido que la velocidad angular

Del mismo modo que la velocidad lineal y la aceleración lineal de un objeto pueden tener sentidos opuestos, la aceleración angular tampoco tiene que tener la misma orientación que el vector

velocidad angular (tal como muestra a figura 11-4A). Si la aceleración angular discurre en sentido opuesto a la velocidad angular, entonces la velocidad angular disminuye a un ritmo determinado por la magnitud de la aceleración angular.

Al igual que en el caso de la velocidad y la aceleración lineales, la aceleración angular marca la tasa de variación de la velocidad angular: la magnitud de la aceleración angular da la tasa de variación de la velocidad angular; y la dirección indica la dirección del cambio. En la figura 11-4B puedes observar una velocidad angular que disminuye.

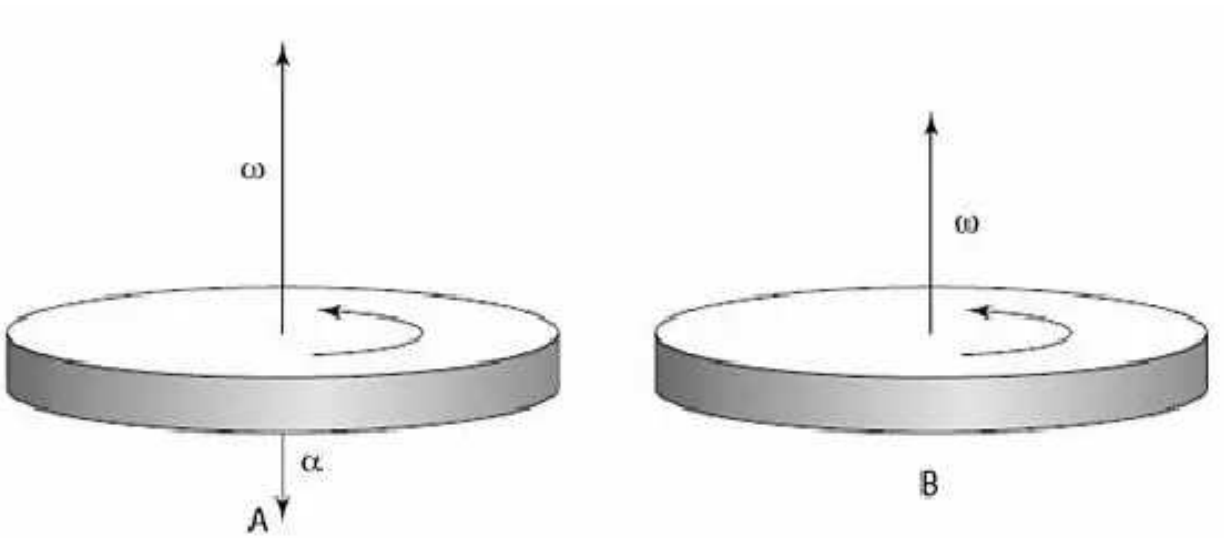


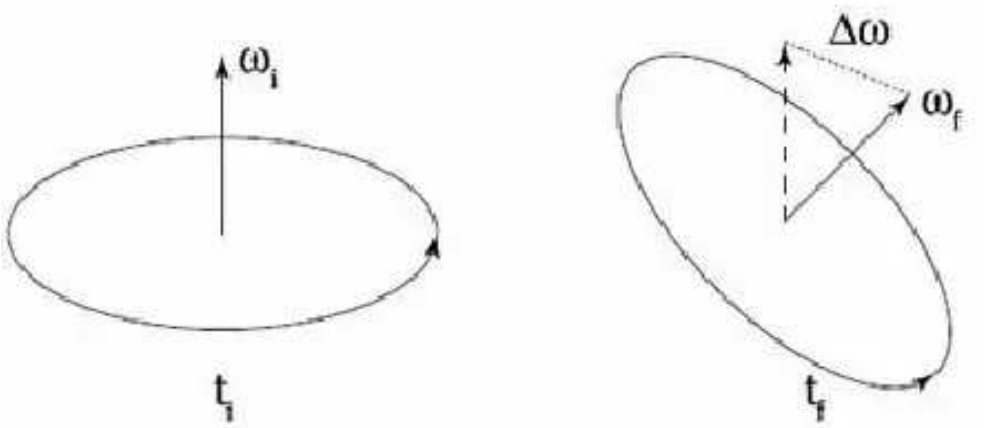
Figura 11-4.

La aceleración angular en sentido opuesto a la velocidad angular reduce el módulo de la velocidad angular

Inclinación del eje

La *aceleración angular* es la tasa de variación de la velocidad angular (el cambio se puede producir en la dirección en lugar de en el módulo). Por ejemplo, imagina que inclinas el eje de la rueda de la figura 11-3. Alterarías la velocidad angular de la rueda, pero no cambiando su valor (el módulo de la velocidad angular de la rueda permanecerá constante); sin embargo, cambiarás la dirección de la

velocidad angular si alteras el eje de rotación, lo que se traduce en que la aceleración angular discurre perpendicular a la velocidad angular, como en la figura 11-5.



$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Figura 11-5.
La aceleración angular perpendicular a la velocidad angular inclina el eje de rotación

Date la vuelta en un momento

Con los objetos extensos (barras, discos o cubos, por ejemplo), que, a diferencia de los objetos puntuales, tienen la masa repartida por el espacio, hay que tener en cuenta dónde se aplica la fuerza. Aparece el momento de fuerza. El *momento de una fuerza*, o simplemente *momento*, es una medida de la capacidad que tiene dicha fuerza para producir rotación. El momento ejercido por una fuerza sobre un objeto depende de la fuerza en sí (su magnitud y dirección) y del lugar donde se ejerce la fuerza. La noción estrictamente lineal de fuerza, como algo que actúa en línea recta (como cuando empujas un frigorífico para subirlo por una rampa), se transforma en su equivalente angular: el momento de fuerza.



Del mismo modo que una fuerza causa aceleración, el momento de fuerza provoca aceleración

angular, así que puedes concebir el momento como el equivalente angular de la fuerza (consulta el capítulo 12 para ahondar más en este aspecto del momento).

El momento traslada las fuerzas al mundo de la rotación. La mayoría de los objetos no consisten únicamente en un punto o en una masa rígida, así que al empujarlos, no solo se desplazan sino que también giran. Por ejemplo, si aplicas una fuerza tangencial a un tiovivo, no lo desplazas del lugar que ocupa, sino que haces que empiece a girar. Los movimientos de rotación y las fuerzas que subyacen a ellos serán el tema central de este capítulo y del siguiente.

Observa la figura 11-6, donde se ve un balancín que tiene encima una masa *m*. Para equilibrar el balancín no puedes colocar una masa mayor, *M*, en la misma posición del lado opuesto del columpio. El lugar donde sitúes la masa mayor *M* determinará si se equilibra o no el balancín. Como ves en la figura 11-6A, si pones la masa M en el punto de apoyo (el fulcro) del balancín, no lo equilibrarás. La masa grande ejerce una fuerza sobre el columpio, pero esa fuerza no lo equilibra.

Como ves en la figura 11-6B, cuanto más separas la masa M del fulcro, más equilibrio consigues. De hecho, si M = 2 m, deberás situar la masa M justo a la mitad de distancia del fulcro que la masa m.

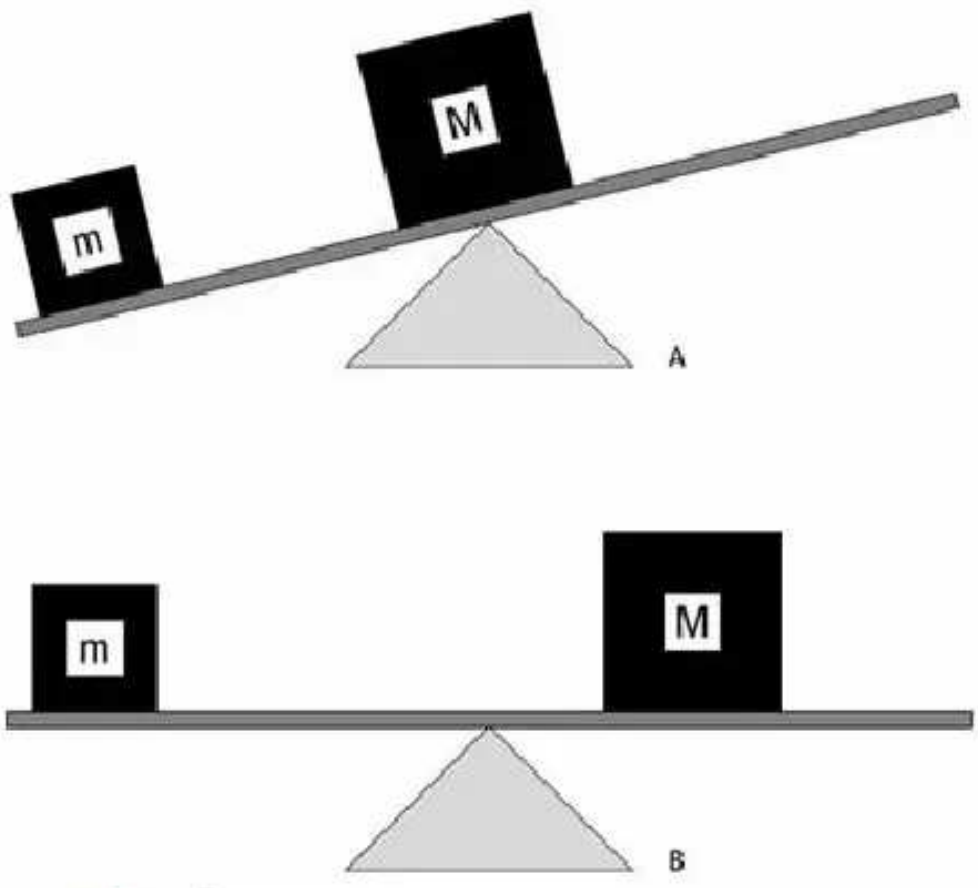


Figura 11-6.
Un balancín sirve para ilustrar el momento de fuerza en acción

El momento de fuerza es un vector. Su módulo expresa su capacidad para generar rotación; o, dicho de otra manera, el módulo del momento de una fuerza es proporcional a la aceleración angular que genera. La dirección del momento de una fuerza discurre a lo largo del eje de la aceleración angular que induce. Este apartado comienza considerando momentos y fuerzas en un plano, así que solo habrá que pensar en el módulo del momento de fuerza, no en el vector completo. Más adelante, explicaré algo más sobre la dirección del vector momento.

Esquema de la ecuación del momento de fuerza



El momento que una fuerza ejerce sobre un objeto depende de lo siguiente:

- La fuerza que se ejerce, F.
- Dónde se aplica la fuerza; el *brazo de palanca* (también llamado *brazo de momento*) es la distancia perpendicular desde el punto de apoyo hasta el punto en el que se ejerce la fuerza y guarda relación con la distancia al eje, r, mediante $p = r \text{ sen } \theta$, donde θ es el ángulo formado entre la fuerza y una línea que va desde el eje hasta el punto donde se aplica la fuerza.

Imagina que quieres abrir una puerta con las tres técnicas que ilustra la figura 11-7. Sabes que si empujas por donde están las bisagras, como en el diagrama A, la puerta no se abrirá; si empujas la puerta por el centro, como en el diagrama B, la puerta se abrirá; pero si presionas en el borde exterior de la puerta, como en el diagrama C, la abrirás con más facilidad.

En la figura 11-7, el brazo de palanca, p, es la distancia r de las bisagras hasta el punto en el que se ejerce la fuerza. El momento de fuerza es el producto de la magnitud de la fuerza multiplicada por el brazo de palanca. Tiene un símbolo especial, la letra griega τ (tau):

$$\tau = Fp$$

La unidad que mide el momento de fuerza es el resultado de multiplicar la unidad de la fuerza por la de distancia; por tanto, en el Sistema Internacional será el newton-metro (consulta el capítulo 2 si quieres más información sobre este sistema de medidas).

Por ejemplo, el brazo de palanca de la figura 11-7 es la distancia r (porque esta es la distancia perpendicular a la fuerza), así que $\tau = Fr$. Si presionas con una fuerza de 200 N y r vale 0,5 m, ¿cuál es el momento de la fuerza que se ve en la figura? En el diagrama A, empujas contra las bisagras, así que la distancia al punto de apoyo es cero. En el diagrama B, ejerces los 200 N de fuerza desde una distancia de 0,5 m y en dirección perpendicular a las bisagras, así que:

$$\tau = Fp = (200 \text{ N})(0{,}5 \text{ m}) = 100 \text{ N}\cdot\text{m}$$

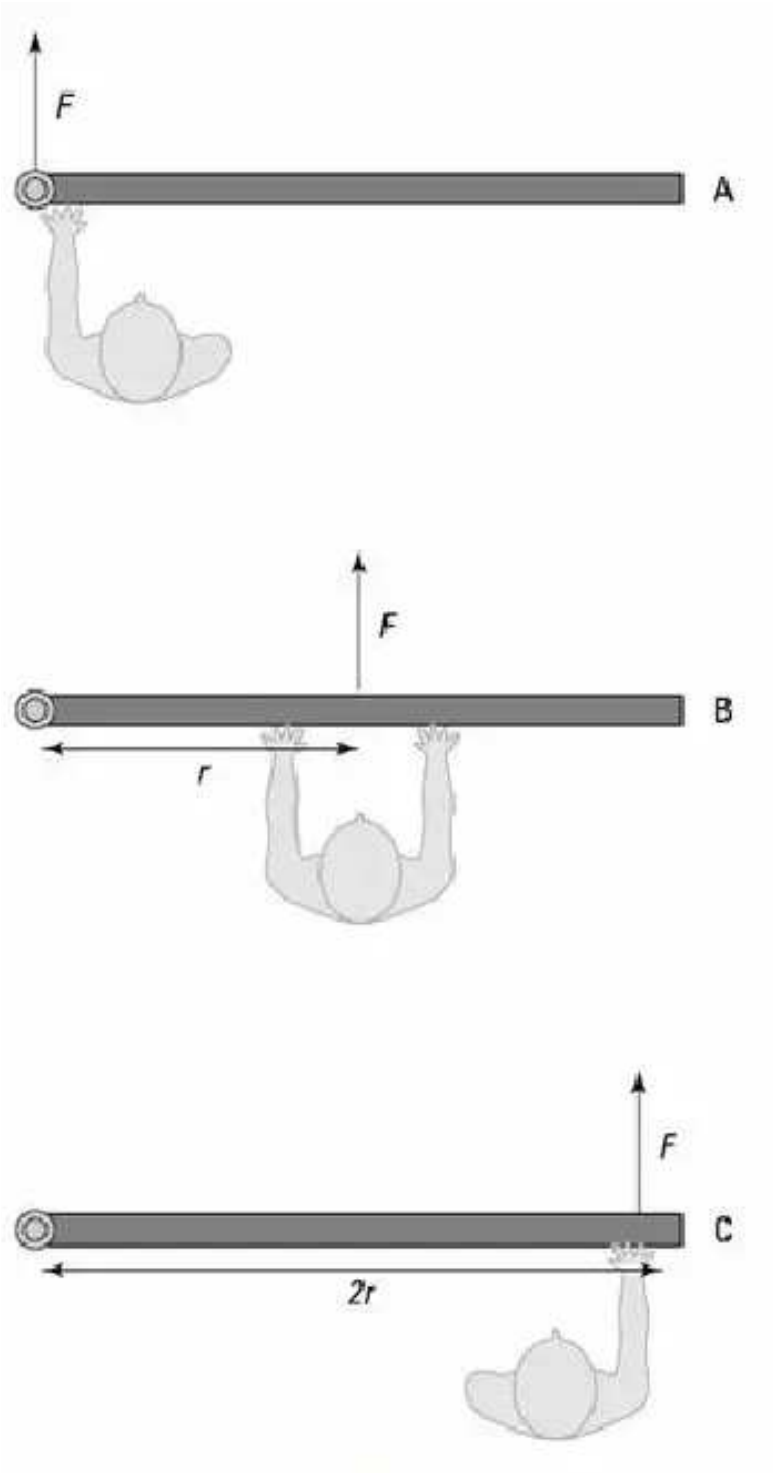


Figura 11-7.

El momento de la fuerza que ejerces sobre una puerta depende del lugar donde la apliques

El módulo del momento en este caso es de 100 N-m. Pero mira ahora el diagrama C. Presionas con 200 N de fuerza desde una distancia $2r$ perpendicular a las bisagras, lo que convierte el brazo de momento en $2r$ o 1 m, así que tienes este momento de fuerza:

$$\tau = Fp = (200\ \text{N})\ (1\ \text{m}) = 200\ \text{N·m}$$

Ahora tienes 200 N-m de momento de fuerza porque presionas desde un punto al doble de distancia del punto de apoyo. En otras palabras, doblas la magnitud del momento. Pero ¿qué pasaría si, por ejemplo, la puerta estuviera entreabierta cuando ejerces la fuerza? Pues que calcularías el momento con facilidad si dominaras el concepto de brazo de momento.

Qué es el brazo de palanca

Si empujas una puerta entreabierta en el mismo sentido en el que presionas una puerta cerrada, produces un momento de fuerza diferente, debido al ángulo no recto que forman tu fuerza y la puerta.

Echa una ojeada a la figura 11-8A, en la que se representa una persona obstinada en abrir una puerta empujándola de perfil en dirección a las bisagras. Sabes que este método no producirá ningún movimiento de giro, porque la fuerza ejercida no tiene brazo de palanca para producir el efecto de giro necesario. En este caso, el brazo de palanca es cero, así que está claro que aunque apliques una fuerza a una distancia determinada de un punto de apoyo, no siempre generas un momento de fuerza.

La dirección en la que aplicas la fuerza también cuenta, tal como sabes por tu experiencia abriendo puertas.

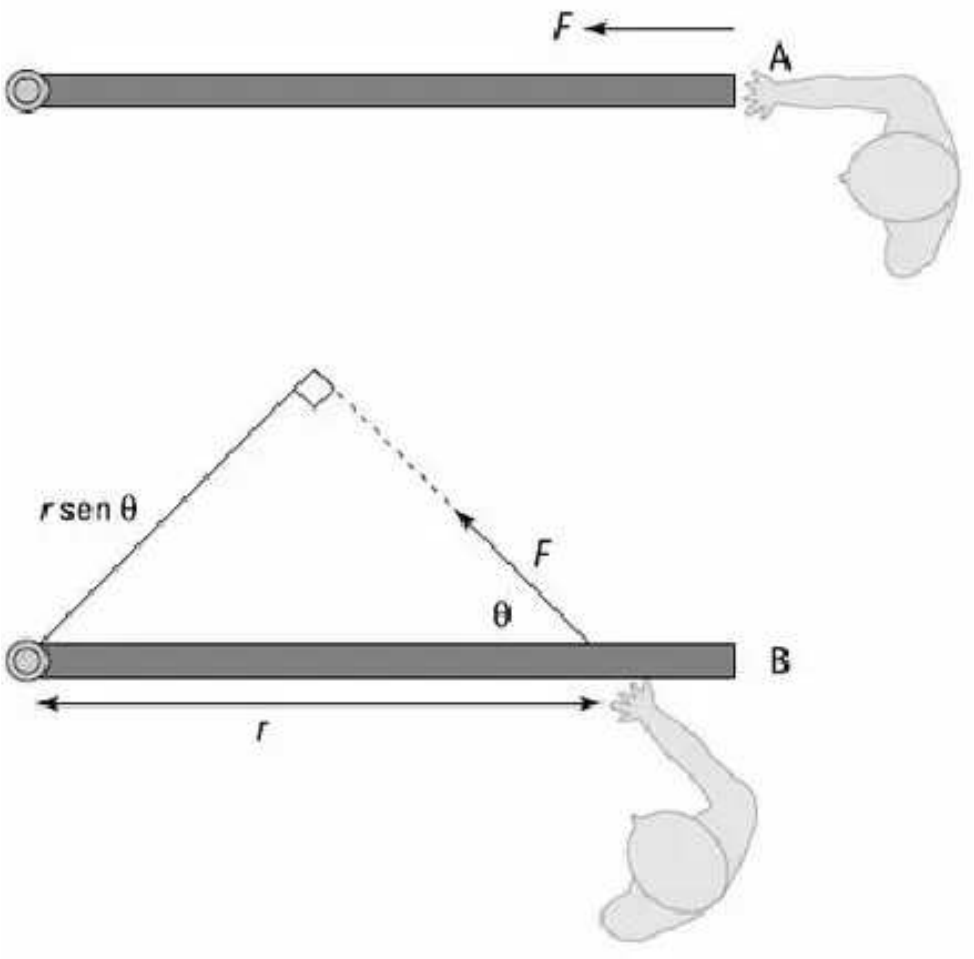


Figura 11-8.
Si ejerces la fuerza en la dirección adecuada el brazo de palanca será útil

Cómo calcular el momento generado

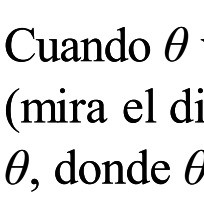
Las puertas se abren al generar un momento de fuerza, tanto si se trata de abrir de golpe la puerta de un coche como si hay que abrir despacio y con una palanca la puerta de la cámara acorazada de un

banco. Pero ¿cómo se calcula cuánto momento de fuerza se genera? Primero hay que hallar el brazo de palanca, después hay que multiplicar ese brazo de palanca por la fuerza y ya tienes el momento de fuerza.

Observa la figura 11-8B. Aplicas una fuerza a la puerta con un ángulo determinado, θ. La fuerza quizás abra la puerta, pero no es seguro porque, tal como indica la figura, aplicas menos fuerza efectiva de giro. Lo que hay que hacer es calcular primero el brazo de palanca. Como ves en la figura 11-8B, aplicas la fuerza a una distancia r de las bisagras. Si aplicaras esa misma fuerza

perpendicular a la puerta, la longitud del brazo de palanca sería r, y obtendrías: Pero no es este el caso aquí, porque la fuerza no es perpendicular a la puerta.

$$\tau = Fr$$



El *brazo de palanca* es la distancia efectiva desde el punto de apoyo hasta el punto en el que la fuerza actuaría perpendicularmente. Imagina que desplazas el punto donde se aplica la fuerza de forma que desplaces el vector fuerza a lo largo, pero sin alterar su dirección. Al moverte hasta un punto donde la fuerza es perpendicular a la dirección del eje de rotación, la distancia de ese punto al eje es el brazo de palanca.

Para ver cómo funciona todo esto, echa una ojeada al diagrama B de la figura 11-8, en la que puedes

dibujar un brazo de palanca desde el punto de apoyo, trazado hasta un punto sobre el que la fuerza sería perpendicular al brazo de palanca. Para ello, alarga el vector fuerza hasta que puedas trazar una línea desde el punto de apoyo que sea perpendicular al vector fuerza. Así creas un nuevo triángulo. El brazo de palanca y la fuerza forman un ángulo recto entre sí, de manera que das lugar a un triángulo rectángulo. El ángulo entre la fuerza y la puerta es θ, y la distancia desde las bisagras hasta donde aplicas la fuerza es r (la hipotenusa del triángulo rectángulo), así que el brazo de palanca pasa a ser:

$$p = r \operatorname{sen} \theta$$

Cuando θ vale cero, el brazo de palanca también tiene ese valor, así que no hay momento de fuerza (mira el diagrama A de la figura 11-8). Sabes que $\tau = Fp$, por lo que ahora puedes hallar $\tau = Fr \operatorname{sen} \theta$, donde θ es el ángulo entre la fuerza y la puerta.



Esta es una ecuación general; si aplicas una fuerza cuyo módulo sea F a una distancia r de un punto de apoyo, de manera que el ángulo entre ese vector desplazamiento, $\mathbf{r}$, y el vector fuerza, $\mathbf{F}$, es θ, el momento de fuerza que produzcas tendrá como módulo $\tau = Fr \text{ sen } \theta$. Si, por ejemplo, $\theta = 45°$,

$$\tau = Fr \text{ sen } \theta = (200 \text{ N})(1 \text{ m})(0{,}707) = 140 \text{ N·m}$$

Ese número es menor de lo que se esperaría si te limitaras a empujar la puerta perpendicularmente, en cuyo caso el resultado sería 200 N-m.

El momento de fuerza es un vector



El momento de fuerza es un vector, así que no solo tiene magnitud, sino también dirección. La dirección del momento de fuerza es igual que la dirección de la aceleración angular que produce. Es perpendicular a la fuerza y al brazo de palanca, con un sentido que se determina de acuerdo con la regla de la mano derecha (figura 11-9).

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

El momento de una fuerza se obtiene multiplicando el vector que va desde el eje de rotación hasta el punto donde se aplica la fuerza, **r**, por el vector fuerza, **F**. Como lo que se multiplican son dos vectores, se habla de producto vectorial, que se representa mediante ×, así que en matemáticas el

vector momento de fuerza es lo siguiente:

Esta ecuación es una forma matemática verdaderamente elegante de decir que el vector momento tiene un módulo rF sen θ y que su dirección es la que se indica en la figura 11-9.

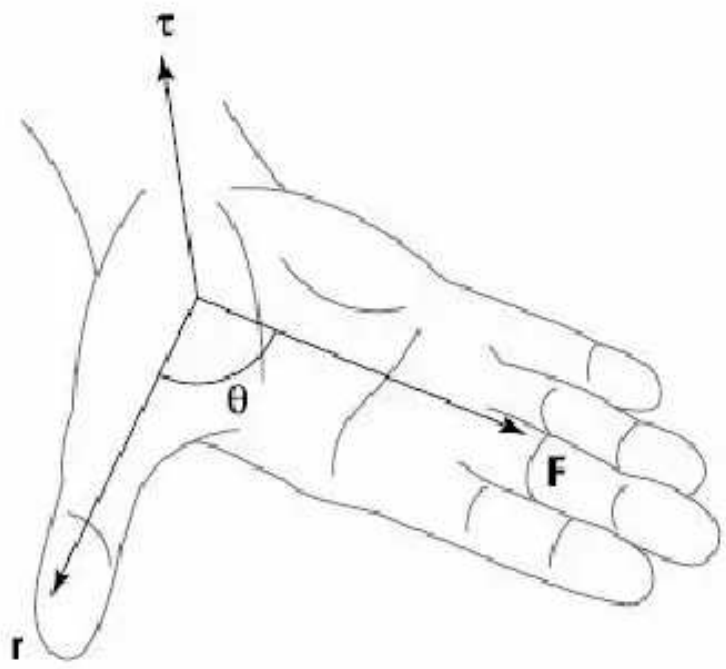


Figura 11-9.
La mano derecha permite determinar de manera práctica la orientación en el espacio del vector del momento de una fuerza

La regla de la mano derecha es muy útil para recordar la dirección del momento de una fuerza. Si apuntas con el pulgar de la mano derecha hacia el vector radio, **r**, y con el resto de los dedos en la dirección del vector fuerza, **F**, entonces la palma mira en el sentido del vector momento de la fuerza, **τ**.

Giros a una velocidad constante: equilibrio rotatorio

Seguramente tienes una idea de lo que significa el equilibrio en la vida cotidiana, pero en el ámbito de la física, su significado es un poco distinto. Se dice que un objeto está en *equilibrio* cuando su movimiento no está cambiando; en otras palabras, el objeto no tiene ninguna aceleración (aunque puede tener movimiento, como cuando posee una velocidad constante o una velocidad angular constante). Si hablamos de un movimiento lineal, el vector suma de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto debe valer cero para que dicho objeto esté en equilibrio. La fuerza neta que actúa sobre el objeto es cero: $\Sigma \mathbf{F} = 0$.



Con los movimientos de rotación, el equilibrio se produce en forma de equilibrio rotatorio. Cuando un objeto se encuentra en *equilibrio rotatorio*, no tiene aceleración angular: puede que el objeto esté rotando, pero no se acelera ni se frena ni está cambiando de dirección (su ángulo inclinado), lo que significa que su velocidad angular es constante. Cuando un objeto tiene equilibrio rotatorio, no se aprecia ninguna fuerza de giro neta actuando sobre él, lo que significa que el momento neto de las fuerzas sobre el objeto tiene que valer cero:

$$\Sigma \tau = 0$$

Esta ecuación representa el equivalente rotatorio del equilibrio lineal. El equilibrio rotatorio es un concepto muy útil porque si hay una serie de momentos de fuerza actuando sobre un objeto, permite determinar qué momento de fuerza sería necesario para hacer que el objeto dejara de rotar. En este apartado, resolverás tres problemas relacionados con objetos en equilibrio rotatorio.

¿Cuánto peso puede levantar Hércules?

Supongamos que Hércules quiere levantar una mancuerna muy pesada usando el músculo deltoides (está en el hombro) del brazo derecho y para ello sujeta la pesa con el brazo extendido. El brazo, que

tiene un peso cuyo módulo es F_b = 28 N, puede ejercer una fuerza F de 1.840 N. El músculo deltoides está unido al brazo con un ángulo de 13°, tal como ilustra la figura 11-10. Esta figura también muestra la distancia entre el punto de apoyo y los puntos donde se aplican las fuerzas: la distancia hasta el músculo es de 0,15 m, hasta el punto efectivo de aplicación del peso del brazo es de 0,31 m (la mitad de la longitud del brazo) y hasta la pesa es de 0,62 m. El módulo del peso de la mancuerna es F_h.

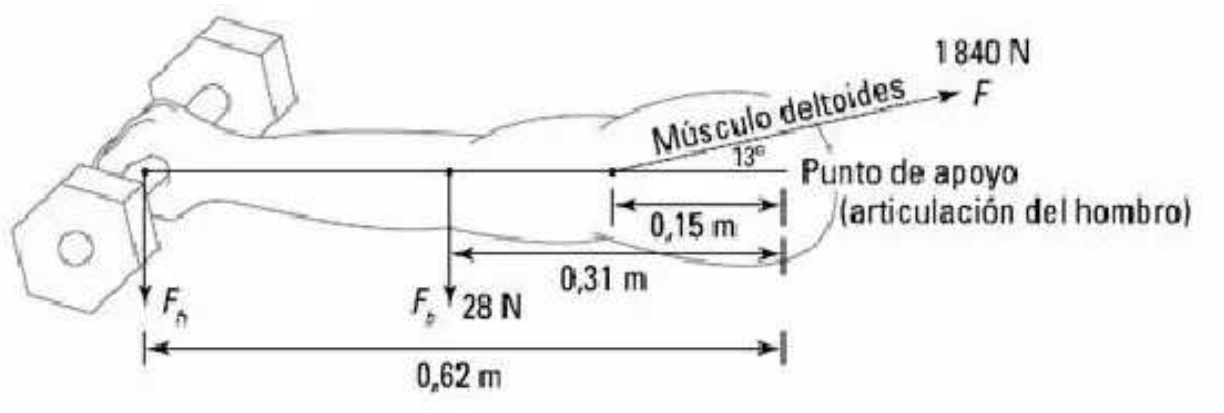


Figura 11-10.
Diagrama de las fuerzas que actúan sobre el brazo de Hércules

¿Qué peso máximo puede sostener Hércules con el brazo extendido, y cuáles son las dos componentes de la fuerza F_c, la fuerza ejercida contra el cuerpo? Como Hércules sostiene la pesa sin acelerarla, la fuerza neta tiene que ser cero, así que F_c debe anular la suma de las fuerzas que aparecen en la figura 11-10.

El brazo de Hércules no está moviéndose, así que $\Sigma\mathbf{F} = 0$ y $\Sigma\boldsymbol{\tau} = 0$. Céntrate primero en $\Sigma\mathbf{F} = 0$. En la dirección x, tienes la siguiente fuerza actuando contra el cuerpo de Hércules:

$$\Sigma\mathbf{F}_x = F_{cx} + F\cos 13^\circ = 0$$
$$F_{cx} = -F\cos 13^\circ$$

Al insertar el valor de la fuerza F obtienes:

$$F_{cx} = (-1\,840\text{ N})\cos 13{,}0^\circ = -1{,}790\text{ N}$$

Eso ha sido fácil. Ya conoces el valor de F_{cx}, que es –1.790 N. Ahora hay que hallar la fuerza contra el cuerpo de Hércules en la dirección y:

$$\Sigma\mathbf{F}_y = F_{cy} + F\,\text{sen}\,13{,}0^\circ - F_b - F_h = 0$$
$$F_{by} + (1\,840\text{ N})\,\text{sen}\,13{,}0^\circ - 28{,}0\text{ N} - F_h = 0$$
$$F_{by} = -(1\,840\text{ N})\,\text{sen}\,13{,}0^\circ + 28{,}0\text{ N} + F_h$$

Bueno, eso da una ecuación con dos incógnitas, F_{cy} y F_h, así que necesitas más información para resolverla.

¡El momento de la fuerza al rescate! Conseguirás la información que te falta mediante la ecuación $\Sigma\boldsymbol{\tau} = 0$. Si miras la figura 11-10, verás que hay tres fuerzas actuando sobre el brazo capaces de inducir momentos de fuerza alrededor de la articulación del brazo: la componente *y* de *F* (el empuje del músculo deltoides de Hércules), F_b (el peso del brazo) y F_h (el peso de la mancuerna).

La componente *F* en la dirección *y* es $F_y = (1.841\ \text{N})\ \text{sen}\ 13°$. El módulo del peso del brazo de

Hércules es $F_b = 28$ N; el módulo del peso de la mancuerna, F_h, todavía no lo conoces.

Entonces, ¿cuáles son los momentos debidos a esas tres fuerzas? La dirección del momento de las fuerzas es perpendicular al plano de la figura 11-10. Piensa en la componente del momento en esta dirección, de forma que cuando tiene valor positivo actúa en sentido horario, mientras que si el valor es negativo, se trata de un momento que genera el giro en sentido antihorario. Como esta componente de los vectores momento es un número (un escalar), no la escribo en negrita. El momento de la fuerza procedente de la componente *y* del empuje del músculo *F* es el siguiente:

$$\tau_M = F_y\,(0{,}15\ \text{m})$$
$$= (1840\ \text{N})\ \text{sen}\ 13°\ (0{,}15\ \text{m})$$

Este momento de fuerza es positivo porque da lugar a una fuerza dextrógira, tal como muestra la figura 11-10 (o también puedes razonar que el momento es positivo porque el ángulo entre la fuerza y la palanca es $\theta = 90°$, así que $p = r\ \text{sen}\ \theta = (0{,}15\ \text{m})\ \text{sen}\ 90° = 0{,}15\ \text{m}$). El momento de fuerza debido al peso del brazo de Hércules es:

$$\tau_b = (28\ \text{N})(-0{,}31\ \text{m})$$

Ese momento es negativo porque el brazo de palanca es negativo, así que la fuerza causa un momento levógiro, tal como muestra la figura 11-10 (o también puedes determinar que el momento de la fuerza es negativo porque el ángulo entre la fuerza y la palanca es $\theta = -90°$, así que $l = r\ \text{sen}\ \theta = (0{,}31\ \text{m})\ \text{sen}\ -90° = -0{,}310\ \text{m}$). El momento de fuerza debido al peso de la mancuerna es:

$$\tau_h = -F_h(-0{,}62\ \text{m})$$

Este momento es claramente negativo por la misma razón que es negativo τ_b.

Como $\Sigma\tau = 0$, eso significa que:

$$\tau_M + \tau_b + \tau_h = \Sigma\tau$$
$$(1840\ \text{N})(0{,}15\ \text{m})\ \text{sen}\ 13° + (-31\ \text{N})(0{,}28\ \text{m}) + (-F_h)(0{,}62\ \text{m}) = 0$$

Al realizar las multiplicaciones y despejar F_h se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}(62)+(-8{,}7)+(-F_h)(0{,}62\text{ m})&=0\\(53{,}3\text{ N}\cdot\text{m})-F_h(0{,}62\text{ m})&=0\\F_h(0{,}62\text{ m})&=53{,}3\text{ N}\cdot\text{m}\\F_h&=\frac{53{,}3\text{ N}\cdot\text{m}}{0{,}62\text{ m}}\\F_h&\approx 86\text{ N}\end{aligned}$$

Excelente. Tienes la fuerza que actúa sobre la articulación del brazo en la dirección x, F_{cx}, y ahora conoces el peso máximo de la mancuerna que podría sostener Hércules indefinidamente con el brazo extendido.

Así que ya solo queda calcular F_{cy}, la fuerza ejercida sobre la articulación del brazo en la dirección y. Antes has resuelto que:

$$F_{cy} = -(1840\text{ N})\text{ sen }13^\circ + 28\text{ N} + F_h$$

Ahora sabes que F_h = 86 N, así que introduces esa cifra y obtienes lo siguiente:

$$\begin{aligned}F_{cy} &= -(1840\text{ N})\text{ sen }13^\circ + 28\text{ N} + 86\text{ N}\\F_{cy} &= -413{,}9\text{ N} + 28\text{ N} + 86\text{ N}\\&\approx -300\text{ N}\end{aligned}$$

En este caso el signo negativo indica que la fuerza neta vertical se aplica en sentido descendente.

Por tanto, debido a la suavidad del ángulo que forma el brazo con el músculo, Hércules puede sostener una mancuerna de 86 N de peso con el brazo extendido, siempre que no le importe soportar una fuerza horizontal sobre la articulación del brazo de 1.790 N y una fuerza vertical de 300 N.

Cuelga una bandera: un problema de equilibrio rotatorio

El jefe de la ferretería en la que trabajas te pide que lo ayudes a colgar una bandera en la parte más alta del edificio del establecimiento. La empresa está más que orgullosa de esta insignia porque es extra grande (compruébalo en la figura 11-11). El problema es que el perno que sostiene el mástil en su lugar parece romperse siempre, y tanto la bandera como el mástil acaban cayendo por la fachada del edificio, lo que no contribuye en absoluto a la buena imagen del establecimiento.





Figura 11-11.
Para colgar una bandera muy pesada hace falta un gran momento de fuerza

Para saber cuánta fuerza debe soportar el perno, tienes que tomar algunas medidas; la masa de la bandera resulta ser de 50 kg, mucho mayor que la del mástil, así que puedes olvidarte del palo. Las

veces anteriores el jefe había colgado la bandera a 3 m de distancia del punto de apoyo y el perno está a 10 m del punto de apoyo. Para conseguir un equilibrio de rotación, hace falta tener un momento neto igual a cero:

$$\Sigma\tau = 0$$

En otras palabras, si el momento de la fuerza ejercida por la bandera es τ_1 y el de la fuerza debida al perno es τ_2, entonces lo siguiente es cierto:

$$0 = \tau_1 + \tau_2$$

¿Qué momentos de fuerza intervienen aquí? La dirección de todos los vectores momento es perpendicular al plano de la figura 11-11, así que ten en cuenta tan sólo la componente de esos vectores en esa dirección (una componente positiva se correspondería con una fuerza de rotación en sentido antihorario en la figura 11-11, y una componente negativa, con una fuerza de rotación en sentido horario). Como estás usando las componentes del vector, que son números (no direcciones), no se escriben en negrita. Sabes que el peso de la bandera aporta un momento de fuerza τ_1 alrededor del punto de apoyo, de manera que:

$$\tau_1 = mgp_1$$

siendo m la masa de la bandera; g la aceleración debida a la gravedad, y p_1 el brazo de palanca para la bandera. Al introducir los números se obtiene lo siguiente:

$$\tau_1 = mgp_1 = (50\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(-3\ \text{N}) = -1\,470\ \text{N}\cdot\text{m}$$

Fíjate en que te da un resultado negativo para el momento, porque el brazo de palanca es negativo (la fuerza tiende a inducir un giro dextrógiro, tal como muestra la figura 11-11). Una manera matemática de comprobarlo sería: el ángulo entre la fuerza y la palanca es $\theta = -90°$, así que $p = r$ sen θ = (3 m) sen $-90° = -3$ m. ¿Y qué hay del momento de fuerza τ_2, el debido al perno? Como con cualquier momento, puedes representar τ_2 con la siguiente ecuación:

$$\tau = F\,p$$

$\tau_2 = r_2 p_2$

en la que F_2 representa la magnitud de la fuerza en el perno.
Al insertar todos los datos numéricos que conoces obtienes:

$$\tau_2 = F_2(0{,}1\ \text{m})$$

El brazo de palanca es positivo porque el perno proporciona una fuerza de giro en sentido contrario a las agujas del reloj (o, si prefieres una comprobación matemática, el ángulo entre la fuerza y la palanca es $\theta = 90°$, así que $p = r$ sen $\theta = (0{,}1\ \text{m})$ sen $90° = 0{,}1\ \text{m}$). Como lo que buscas es un equilibrio rotatorio, debe cumplirse la siguiente condición:

$$\Sigma\tau = \tau_1 + \tau_2 = 0$$

En otras palabras, los momentos de las fuerzas deben compensarse, así que:

$$\tau_2 = -\tau_1 = 1470\ \text{N·m}$$

Por fin puedes hallar F_2 porque ya conoces tanto el valor de τ_2 como el valor de p. Introduce los datos que conoces en la ecuación $\tau_2 = F_2 p_2$ y despeja F_2:

$$\tau_2 = F_2 p_2 = F_2(0{,}10) = 1{,}470\ \text{N·m}$$

Al pasar todos los F_2 a un lado y resolver la ecuación obtienes:

$$\begin{aligned} \tau_2 &= F_2 p_2 \\ 1470\ \text{N·m} &= F_2(0{,}1\ \text{m}) \\ F_2 &= 14700\ \text{N} \end{aligned}$$

Así que el perno debe aportar un mínimo de 14.700 N de fuerza para sostener la bandera, equivalentes al peso de una masa de unos 1.500 kg. ¡Con razón se rompía!

Escaleras seguras: introducción del rozamiento en el equilibrio rotatorio

El dueño de una ferretería se dirige a ti para pedirte que lo ayudes con otro problema. Un empleado se ha subido al peldaño más alto de una escalera para colgar un letrero con las ofertas de la tienda. El dueño no quiere que haya accidentes (problemas con los seguros y reclamaciones, aclara) y te pregunta si hay riesgo de que la escalera se resbale y caiga.

pregunta si hay riesgo de que la escalera se resbale y caiga.

La escena aparece representada en la figura 11-12. La cuestión es: ¿Impedirá la fuerza de rozamiento que la escalera se mueva si θ vale 45° y el coeficiente de rozamiento estático (consulta el capítulo 6 si no sabes lo que es) contra el suelo es 0,7?

Hay que trabajar con fuerzas netas para conocer el momento de fuerza global. Anota lo que sabes (puedes asumir que el peso de la escalera está concentrado en el centro y que no hay fuerza de rozamiento de la escalera contra la pared porque esta es muy lisa):

- $\mathbf{F}_P$ = Fuerza que ejerce la pared sobre la escalera.
- $\mathbf{P}_T$ = Peso del trabajador = 450 N.
- $\mathbf{P}_E$ = Peso de la escalera = 200 N.
- $\mathbf{F}^R$ = Fuerza de rozamiento que mantiene la escalera en su sitio.
- $\mathbf{F}_N$ = Fuerza normal (consulta el capítulo 5)



Tienes que hallar la fuerza de rozamiento necesaria en este caso y quieres que la escalera permanezca en equilibrio tanto lineal como rotatorio. El equilibrio lineal dice que la fuerza que ejerce la pared sobre la escalera, $\mathbf{F}_P$, y la fuerza de rozamiento deben tener el mismo módulo pero ser de sentido opuesto, porque esas son las dos únicas fuerzas horizontales. Por tanto, si logras hallar $\mathbf{F}_P$, ya sabes cuánto tiene que valer la fuerza de rozamiento, $\mathbf{F}_R$.

Sabes que la escalera está en equilibrio rotatorio, lo que significa que:

$$\Sigma\tau = 0$$

Para hallar $\mathbf{F}^P$ echa una ojeada a los momentos de fuerza que hay en torno a la parte inferior de la escalera, tomando ese lugar como punto de apoyo. Todos los momentos alrededor del punto de apoyo tienen que sumar cero. La dirección de todos los vectores momento se sitúa en el plano perpendicular al de la figura 11-12, así que solo hay que tener en cuenta la componente de esos vectores que va en esa dirección (una componente positiva se correspondería con una fuerza de rotación levógira en la figura 11-12, mientras que una componente negativa equivaldría a una fuerza de rotación dextrógira). Como estás tratando con las componentes del vector, que son números, no se escriben en negrita.

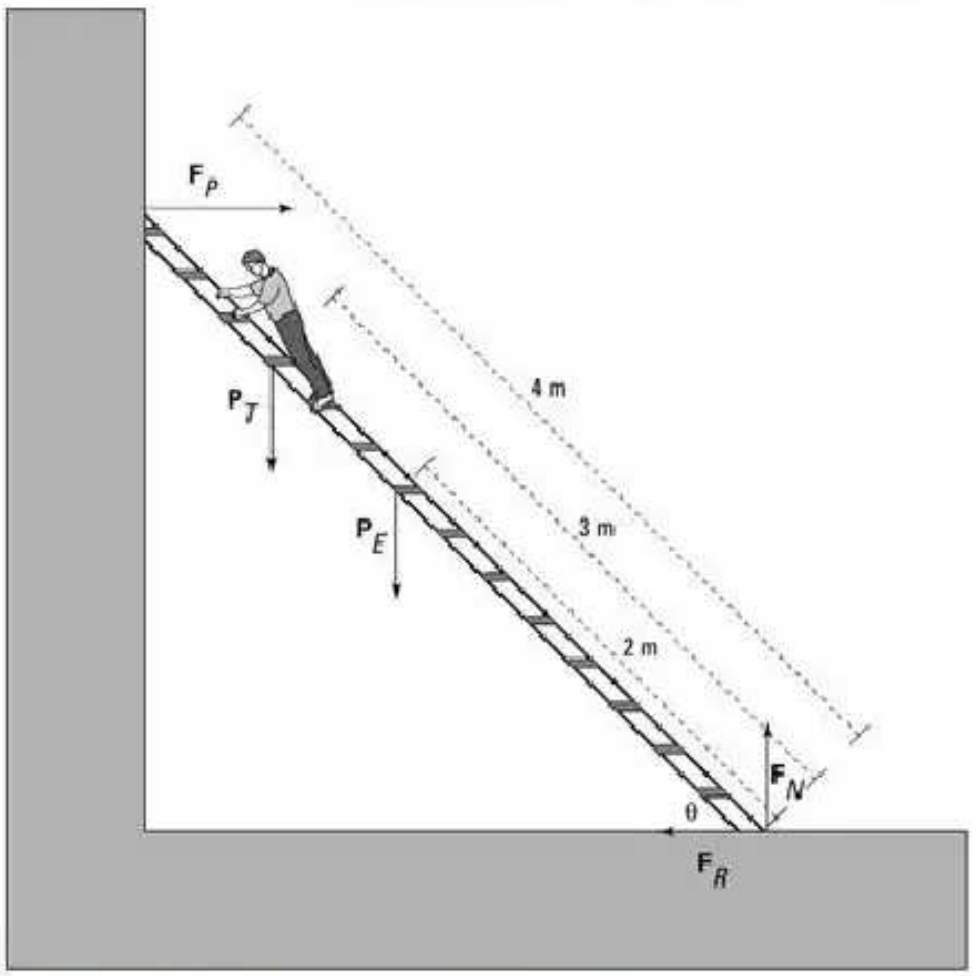


Figura 11-12.
Para que una escalera de mano se mantenga en pie debe haber rozamiento y equilibrio rotatorio

Esta es la manera de hallar los tres momentos de fuerza que hay en torno a la parte inferior de la escalera:

- **Momento de la fuerza ejercida desde la pared contra la escalera.**

  Aquí *r* es toda la longitud de la escalera:

  $$F_P(4\text{ m})\ \text{sen}\ -45^\circ = (-2{,}83\text{ m})\ F_P$$

  Fíjate en que el momento de la fuerza ejercida desde la pared es negativo porque tiende a producir un movimiento dextrógiro.

- **Momento del peso del trabajador.** En este caso *r* es 3 m, la distancia desde la base de la escalera hasta el lugar donde se encuentra el empleado:

$$P_T(3\text{ m})\ \text{sen}\ 45° = (450\text{ N})\ (3\text{ m})\ \text{sen}\ 45° \approx 954\text{ N·m}$$

✔ **Momento del peso de la escalera.** Puedes dar por supuesto que el peso de la escalera se concentra en el centro, así que $r = 2$ m, la mitad de la longitud total de la escalera. Por tanto, el momento del peso de la escalera es:

$$P_E(2\text{ m})\ \text{sen}\ 45° = (200\text{ N})\ (2\text{ m})\ \text{sen}\ 45° \approx 283\text{ N·m}$$

Estos dos últimos momentos de fuerza son positivos porque los brazos de palanca son positivos y, por tanto, las fuerzas generan una fuerza de giro levógira, tal como muestra la figura 11-12.

Pues bien, como $\Sigma\tau = 0$, llegas al siguiente resultado al sumar todos los momentos entre sí:

$$\Sigma\tau = 954\text{ N·m} + 283\text{ N·m} - (2{,}83\text{ m})F_P$$
$$0 = 1237\text{ N·m} - (2{,}83\text{ m})F_P$$
$$(2{,}83\text{ m})F_P = 1237\text{ N·m}$$
$$F_P \approx 437\text{ N}$$

La fuerza que ejerce la pared sobre la escalera es de 437 N, lo que equivale, asimismo, a la fuerza de rozamiento que ejerce la base de la escalera contra el suelo, porque F_P y la fuerza de rozamiento son las dos únicas fuerzas horizontales que actúan en todo el sistema. Por tanto:

$$F_R = 437\text{ N}$$

Ya conoces la fuerza de rozamiento que necesitas. Pero ¿cuánto rozamiento tienes en realidad? La ecuación básica del rozamiento (expuesta en el capítulo 6) dice que:

$$F_{R\,real} = \mu_e F_N$$

donde μ_e es el coeficiente de rozamiento estático y F_N es la fuerza normal con la que el suelo empuja contra la escalera, la cual debe equilibrar todas las fuerzas que empujan hacia abajo en este problema debido al equilibrio lineal. Esto significa que:

$$F_N = P_E + P_p = 450\text{ N} + 200\text{ N} = 650\text{ N}$$

Al introducir esto en la ecuación de $F_{F\,real}$ y usar el valor de μ_e, 0,7, obtienes lo siguiente:

$$F_{R\,real} = \mu_e F_N = (0{,}7)(650) = 455\text{ N}$$

Necesitas 437 N de fuerza y, en realidad, tienes 455 N. ¡Buenas noticias!: la escalera no resbalará.

Capítulo 12

Gira y gira con la dinámicade la rotación

En este capítulo

- Convertirás el pensamiento lineal de Newton en pensamiento giratorio
- Emplearás el momento de inercia
- Encontrarás el equivalente angular del trabajo
- Analizarás la energía cinética de rotación causada por el trabajo
- Conservarás el momento angular

Este capítulo trata íntegramente sobre la aplicación de fuerzas y la observación de lo que sucede en el mundo de la rotación. Aquí descubrirás en qué se convierte la segunda ley de Newton (fuerza igual a masa por aceleración) para el movimiento de rotación, verás que la inercia interviene en el movimiento de rotación y sabrás qué son la energía cinética de rotación, el trabajo de rotación y el momento angular.

La segunda ley de Newton convertida en movimiento angular

La segunda ley de Newton, que dice que la fuerza es igual a la masa por la aceleración ($\mathbf{F} = m\mathbf{a}$; consulta el capítulo 5 si necesitas refrescarla), es una de las leyes físicas más usadas en el mundo lineal porque relaciona el vector fuerza con la aceleración. Pero ¿qué pasa si hablamos de cinética angular en lugar de movimiento lineal? ¿Podemos poner a Newton a dar vueltas?

La cinética angular tiene ecuaciones equivalentes (o análogas) a las ecuaciones lineales (mira el

capítulo 11). Entonces, ¿cuál es la análoga angular de $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$? Quizá sospeches que **F**, la fuerza lineal, se convierte en $\boldsymbol{\tau}$. Y puede que también te imagines que **a**, la aceleración lineal, pasa a ser α, la aceleración angular. Pero ¿qué demonios es el elemento angular análogo a m, la masa? Pues es la *inercia de rotación*, $\boldsymbol{I}$, y esta respuesta resulta de la transformación de la aceleración tangencial en aceleración angular. Tal como te muestro en este apartado, tu fórmula final es $\Sigma\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{I\alpha}$, la variante angular de la segunda ley de Newton.

Conversión de la fuerza en momento de fuerza

Puedes emprender el proceso de conversión de lo lineal en angular con un ejemplo sencillo. Imagina que mueves en círculos una pelota sujeta al extremo de una cuerda, como en la figura 12-1. Aplicas una fuerza tangencial (a lo largo del círculo) a la pelota mientras la aceleras (ten en cuenta que esta fuerza no va dirigida hacia el centro del círculo, como cuando tenías una fuerza centrípeta; mira el capítulo 11). Intenta escribir la segunda ley de Newton en función de un momento de fuerza y no de una fuerza.

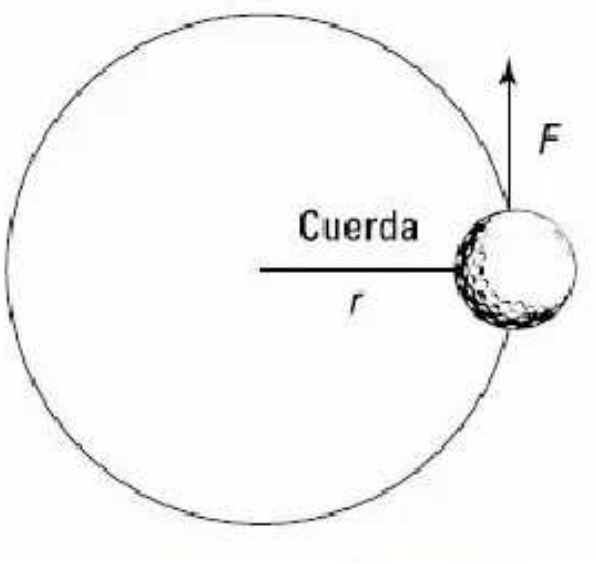


Figura 12-1.
Aplicación de una fuerza tangencial a una pelota sujeta al extremo de una cuerda

Empieza trabajando solo con los módulos de los vectores. Resulta que:

$$F = ma$$

Para expresar esta ecuación en función de parámetros angulares, como el momento de fuerza, multiplica por el radio del círculo, r (busca en el capítulo 11 los detalles de la relación entre las cantidades angulares y las lineales):

$$Fr = mra$$

Como estás aplicando una fuerza tangencial a la pelota, la fuerza y el radio del círculo se encuentran en ángulo recto (mira la figura 12-1), así que puedes sustituir Fr por el momento de la fuerza:

$$\tau = mra$$

Casi has hecho la transición al movimiento rotatorio. En lugar de trabajar con una fuerza lineal, estás trabajando con el momento de fuerza, que es el elemento rotatorio equivalente a la fuerza lineal.

Conversión de la aceleración tangencial en aceleración angular

Para pasar del movimiento lineal al movimiento angular, hay que convertir *a*, la aceleración tangencial en α, la aceleración angular. Genial, pero ¿cómo se hace esa conversión? Puedes multiplicar la aceleración angular por el radio para obtener su equivalente lineal, que es el módulo de la aceleración tangencial (mira el capítulo 11): $a = r\alpha$. Ahora sustituye $r\alpha$ en vez de *a* en la ecuación del equivalente angular de la segunda ley de Newton, $\tau = mra$:

$$\tau = mr(r\alpha) = mr^2\alpha$$

Acabas de relacionar el módulo del momento con el de la aceleración angular. Por otra parte, su dirección es la misma, así que esta ecuación también es válida con vectores:

$$\boldsymbol{\tau} = mr^2\boldsymbol{\alpha}$$

Los factores del momento de inercia

Para pasar de la fuerza lineal, $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, al momento de la misma fuerza (el equivalente angular a la fuerza lineal), hay que encontrar el equivalente angular de la aceleración y la masa. En el apartado anterior, has visto cómo encontrar la aceleración angular y has llegado a la ecuación $\boldsymbol{\tau} = mr^2\boldsymbol{\alpha}$.

En esta ecuación, mr^2 es el análogo rotatorio de la masa y recibe el nombre de *momento de inercia* (o de *inercia de rotación*). El *momento de inercia* es una medida de la resistencia de un objeto a experimentar cambios en su movimiento rotatorio.

El símbolo de la inercia es *I*, así que puedes escribir la ecuación del momento de fuerza de este modo:

$$\Sigma\tau = I\alpha$$

El símbolo Σ significa 'suma', así que Στ es el *momento de fuerza neto*. La unidad que expresa el momento de inercia es el kilogramo-metro cuadrado, cuyo símbolo es $kg \cdot m^2$. Fíjate en lo mucho que se asemeja la ecuación del momento a la ecuación de la fuerza neta, que es:

$$\Sigma\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$





$\Sigma\tau = I\alpha$ es la variante angular de la segunda ley de Newton aplicada a los cuerpos en rotación: el momento de fuerzas neto es igual al momento de inercia multiplicado por la aceleración angular.

Ya puedes probar a usar la ecuación. Imagina, por ejemplo que mueves en círculos de 1 m de radio la pelota de 45 g que aparece en la figura 12-1, y que quieres darle una aceleración de 2π rad/s^2. ¿Qué momento de fuerza necesitas? Sabes que:

$$\tau = I\alpha$$



Puedes eliminar el símbolo Σ de la versión angular de la ecuación para la segunda ley de Newton cuando trabajes con un solo momento de fuerza, ya que en esa suma de los momentos solo tienes un sumando: el único momento de fuerza que tienes.

El momento de inercia equivale a mr^2, así que:

$$\tau = I\alpha = mr^2\alpha$$

Al introducir los números (tras convertir gramos en kilogramos) obtienes:

$$\tau = mr^2\alpha = (0{,}045\ \text{kg})(1\ \text{m})^2(2\pi\ \text{s}^{-1}) = 9\pi \times 10^{-2}\ \text{N·m}$$

La respuesta es que $9\pi\ 10^{-2}$ N·m equivale a unos 0,28 N-m de momento de fuerza. Hallar el momento de fuerza necesario para un movimiento angular se parece mucho a calcular la fuerza en un movimiento lineal conociendo la masa y la aceleración.

El momento de inercia: análisis de la distribución de la masa



El momento de inercia depende no solo de la masa del objeto, sino también de cómo esté distribuida dicha masa. Por ejemplo, si dos discos tienen la misma masa pero uno la tiene toda concentrada en el borde y el otro, en cambio, de modo uniforme, el momento de inercia de uno y del otro será distinto.

El cálculo del momento de inercia resulta bastante simple si solo hay que examinar el movimiento

El cálculo del momento de inercia resulta bastante simple si solo hay que examinar el movimiento orbital de objetos puntuales pequeños, en los que toda la masa se encuentra concentrada en un punto concreto dentro de un radio determinado *r*. Por ejemplo, si mueves en círculos una pelota de golf sujeta a una cuerda, el momento de inercia dependerá del radio del círculo en el que esté girando la pelota:

$$I = mr^2$$

Aquí, *r* es el radio del círculo, desde el centro de rotación hasta el punto en el que se concentra toda la masa de la pelota de golf. Sin embargo, los cálculos pueden resultar un tanto enrevesados si te sales del mundo de las pelotas de golf, porque es probable que no sepas con seguridad qué radio usar. ¿Qué pasa si lo que mueves en círculo es un palo? No toda la masa de ese objeto se encuentra alrededor de un radio único, sino que a cada punto de la masa le corresponde un radio diferente. No hay una manera sencilla de abordar este problema, así que hay que sumar la aportación de cada partícula de masa a cada radio diferente de este modo:

$$I = \Sigma mr^2$$

Puedes usar este concepto de sumar los momentos de inercia de todos los elementos para hallar el total con la finalidad de calcular el momento de inercia de cualquier distribución de masa. Veamos un ejemplo con dos masas puntuales, que es un poco más complejo que una sola. Imagina que tienes dos pelotas de golf y que quieres saber cuál es su momento de inercia combinado. Si tienes una pelota de golf en el radio r_1 y otra en el radio r_2, el momento de inercia total será:

$$I = \Sigma mr^2 = m(r_1^2 + r_2^2)$$

Entonces, ¿cómo se halla el momento de inercia de, por decir algo, un disco en rotación alrededor de un eje que lo atraviesa por el centro? Hay que descomponer el disco en bolas minúsculas y sumarlas todas. Esta tarea ya la han realizado físicos muy eficientes para muchas figuras; a continuación tienes una tabla con los objetos que es probable que te encuentres y la fórmula que expresa su momento de inercia: la tabla 12-1; para completarla, la figura 12-2 ilustra las formas a las que corresponden.

Tabla 12-1: Momentos de inercia de algunas figuras

Forma	*Momento de inercia*
(a) Cilindro sólido o disco de radio *r*	$I = \frac{1}{2}mr^2$
(b) Cilindro hueco de radio *r*	$I = mr^2$
(c) Esfera sólida de radio *r*	$I = \frac{2}{5}mr^2$
(d) Esfera hueca de radio *r*	$I = \frac{2}{3}mr^2$
(e) Rectángulo en rotación alrededor de un eje a lo largo de un lado; la longitud del otro lado es *r*	$I = \frac{1}{3}mr^2$
(f) Rectángulo de lados r_1 y r_2 que rota alrededor de un eje	$I = \left(\frac{1}{12}\right)m(r_1^2 + r_2^2)$

perpendicular que pasa por su centro	$I = \frac{1}{12}m(r_1^2 + r_2^2)$
(g) Varilla fina de longitud r que rota por su centro	$I = \frac{1}{12}mr^2$
(h) Varilla fina de longitud r que rota por uno de sus extremos	$I = \frac{1}{3}mr^2$

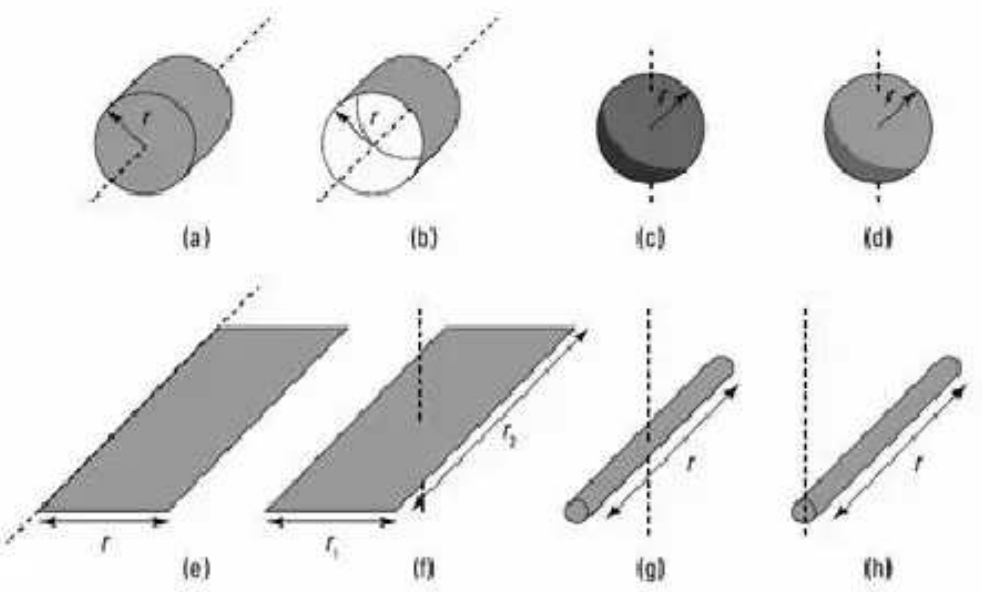


Figura 12-2.
Las formas correspondientes a las fórmulas de la tabla 12-1

Analiza los siguientes ejemplos para ver cómo se comporta el momento de inercia.

Reproductores de DVD y momento de fuerza: ejemplo de inercia en un disco giratorio

He aquí un hecho curioso relacionado con los reproductores de DVD: En realidad alteran la velocidad angular del DVD para lograr que la parte del disco situada bajo el cabezal del láser se mueva con una velocidad lineal constante.

Supón que la masa de un DVD es de 30 g y su diámetro, de 12 cm. Empieza con 700 revoluciones por segundo cuando pulsas la tecla *play*; luego baja a unas 200 revoluciones por segundo al final del disco, 50 min más tarde. ¿Cuál es el momento de fuerza promedio necesario para producir esa aceleración? Partes de la ecuación del momento de fuerza:

$$\tau = I\alpha$$

Un DVD es un objeto con forma de disco que rota alrededor de su centro, así que, mediante la tabla 12-1, sabes que su momento de inercia es:

$$I = \frac{1}{2}mr^2$$

Como el diámetro del DVD es 12 cm, el radio mide 6 cm. Al introducir los números hallas el momento de inercia:

$$I = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}(0{,}03\ \text{kg})(0{,}06\ \text{m})^2 = 5{,}4\times10^{-5}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

¿Y qué hay de la aceleración angular, α? Esta es la ecuación angular equivalente de la ecuación para la aceleración lineal (mira el capítulo 11 si necesitas una explicación de estos detalles):

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Pero, como la velocidad angular se mantiene a lo largo del mismo eje, puedes tener en cuenta tan sólo las componentes de la velocidad angular y la aceleración angular a lo largo de ese eje, que están relacionadas mediante la fórmula:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

El tiempo, Δt, es 50 min, o 3.000 s. Por tanto ¿cuánto vale $\Delta\omega$ (que equivale a ωf-ωi)? En primer lugar, tienes que expresar la velocidad angular en radianes por segundo, no en revoluciones por segundo. Sabes que la velocidad angular inicial es de 700 revoluciones por segundo, así que haciendo la transformación tienes:

$$\omega_i = \frac{700\ \cancel{\text{revoluciones}}}{1\ \text{s}} \times \frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \cancel{\text{revolución}}} = 1400\pi\ \text{rad/s}$$

Con el mismo procedimiento puedes hallar la velocidad angular final:

$$\omega_f = \frac{200\ \cancel{\text{revoluciones}}}{1\ \text{s}} \times \frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \cancel{\text{revolución}}} = 400\pi\ \text{rad/s}$$

Ahora puedes introducir el tiempo y las velocidades angulares en la fórmula de la aceleración angular:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \\ &= \frac{(w_f - w_i)}{\Delta t} \\ &= \frac{(400\pi - 1400\pi)\text{rad/s}}{3.000\ \text{s}}\end{aligned}$$

$$= \frac{-1\,000\pi \text{ rad}}{3\,000 \text{ s}^2}$$

$$\approx -1{,}047 \text{ rad/s}^2$$

La aceleración angular es negativa porque el disco se está frenando. Tal como ya hemos definido, la componente de la velocidad angular a lo largo del eje de rotación es positiva. Por tanto, la aceleración negativa indica que disminuye la velocidad angular.

Has hallado el momento de inercia y la aceleración angular, así que ya puedes introducir esos

valores en la ecuación del momento de fuerza:

$$\tau = I\alpha = (5{,}4 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2)(-1{,}047 \text{ s}^{-2}) = -5{,}65 \times 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{m}$$

El momento promedio es de $-5{,}65 \times 10^{-5}$ N·m. Para hacerte una idea de lo fácil o difícil que es conseguir ese momento, puedes preguntarte a cuánta fuerza equivale eso al aplicarla al borde exterior, es decir, en un radio de 6 cm. El momento es la fuerza multiplicada por el radio, así que:

$$F = \frac{\tau}{r} = \frac{-5{,}65 \times 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{m}}{0{,}06 \text{ m}} \approx 9 \times 10^{-4} \text{ N}$$

Esto se corresponde con la fuerza equivalente al peso de un objeto de 0,1 g sobre el borde del disco. O sea que para frenar un DVD no se necesita una gran fuerza.

Aceleración angular y momento de una fuerza: un ejemplo de inercia de polea

Cuando ves girar un DVD siempre piensas en el movimiento angular, seguro, pero puede que no sea así cuando veas un objeto en movimiento. Por ejemplo, alza un objeto sujeto a una cuerda mediante un sistema de poleas. La cuerda y el objeto siguen un movimiento lineal, pero las poleas sí tienen movimiento angular.

Imagina que para elevar en vertical una masa de 16 kg vas a usar una polea cuya masa es de 1 kg y su radio, de 10 cm (mira la figura 12-3). Aplicas una fuerza de 200 N. ¿Qué aceleración angular tiene la polea?

Usa la ecuación del momento de fuerza, con el símbolo de suma, Σ, porque en este problema tienes más de un momento de fuerza (en todos los problemas usas el momento de fuerza neto, pero en muchos de ellos solo hay un momento, por eso se puede obviar que hay una suma):

$$\Sigma\tau = I\alpha$$

donde $\Sigma\tau$ significa momento de fuerza neto.

En el caso que nos ocupa ahora hay dos momentos de fuerza, $\boldsymbol{\tau}_1$ y $\boldsymbol{\tau}_2$; la dirección de estos vectores es perpendicular al plano de la figura 12-3. Piensa en las componentes de los vectores momento de fuerza en esta dirección, señaladas como τ_1 y τ_2, de manera que los valores positivos indican que la rotación es dextrógira.

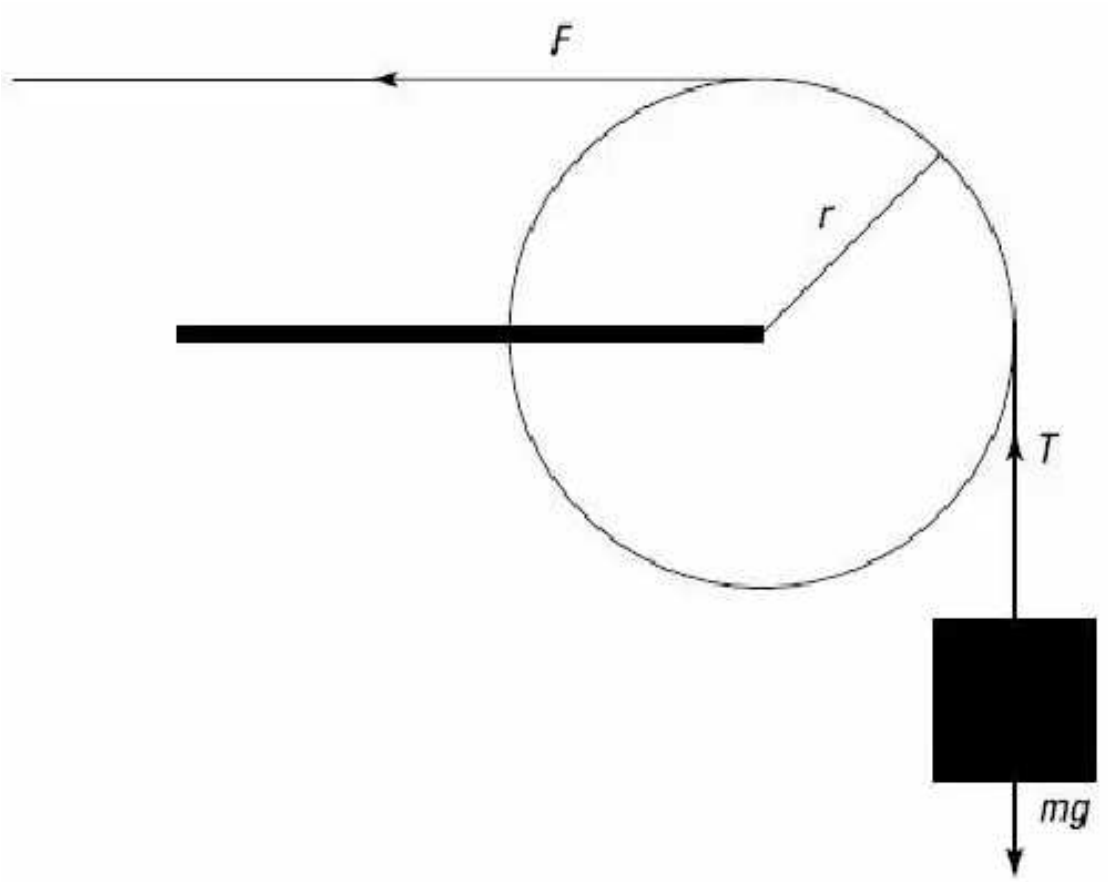


Figura 12-3.

Empleo del momento de fuerza aplicado y del movimiento angular de la polea para subir objetos mediante un sistema de poleas

Resuelve la ecuación del momento de fuerza para la aceleración angular, α, y escribe Στ como la suma de τ_1 y τ_2:

$$\alpha = \frac{\Sigma\tau}{I} = \frac{(\tau_1 + \tau_2)}{I}$$

donde α es la componente de la aceleración angular de la polea y τ es el momento de fuerza sobre la polea en la dirección perpendicular al plano de la figura 12-3.

Primero concéntrate en los momentos de las fuerzas. Las dos fuerzas actúan con un radio de 10 cm, así que ambos momentos son:

- $\tau_1 = Fr$, donde F es la fuerza y r es el radio de la polea.
- $\tau_2 = -Tr$, donde T es la tensión sobre la cuerda entre la masa m y la polea.

τ_2 = Tr, donde T es la tensión sobre la cuerda entre la masa m y la polea.

El soporte de la polea pasa a través del eje de rotación, así que de él no proviene ningún momento de fuerza.

Hay que hallar la tensión, T, que causa el momento de fuerza τ_2 en la cuerda. Las fuerzas que actúan sobre la masa de 16 kg, m, son el peso de la masa —que actúa hacia abajo— y la tensión en la cuerda —que actúa hacia arriba— así que puedes usar la segunda ley de Newton para escribir lo siguiente:

$$-mg + T = ma$$

donde a es la aceleración de la masa m. Como quieres hallar la tensión, despejas T:

$$T = ma + mg$$

Como la cuerda no se estira, la aceleración de la masa m tiene que ser igual a la aceleración tangencial del borde de la rueda de la polea. La aceleración tangencial guarda relación con la aceleración lineal mediante $a = r\alpha$ (consulta el capítulo 11 para entender los detalles), así que puedes sustituir a para escribir la tensión de la cuerda como:

$$\begin{aligned} T &= ma + mg \\ &= m(r\alpha) + mg \\ &= m(r\alpha + g) \end{aligned}$$

Una vez que conoces la tensión, puedes hallar τ_2, que equivale a $-Tr$. Sabes que τ_1 equivale a Fr, así que puedes resolver el momento total de fuerza que actúa sobre la rueda de la polea:

$$\begin{aligned} \tau_1 + \tau_2 &= Fr - Tr \\ &= Fr - m(r\alpha + g)r \end{aligned}$$

Si concibes la parte giratoria de la polea como un disco circular de radio r y masa M, entonces puedes usar la tabla 12-1 para buscar el momento de inercia, que es $I = (1/2)\,Mr^2$. Como el momento total de fuerza es igual al momento de inercia multiplicado por la aceleración angular, puedes escribir lo siguiente:

$$Fr - m(r\alpha + g)r = \frac{1}{2}Mr^2\alpha$$

Ahora puedes reordenar esa ecuación para hallar la aceleración angular, de este modo:

$$\alpha = \frac{F - mg}{\frac{1}{2}(M + 2m)r}$$

Al introducir los números obtienes la respuesta:

$$\alpha = \frac{(200\ \text{N}) - (16\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)}{\frac{1}{2}(1\ \text{kg} + 2\,(16\ \text{kg}))(0{,}1\ \text{m})}$$
$$\approx 26\ \text{rad/s}^2$$

Así que la aceleración angular es de 26 rad/s^2, que equivale a unas 4 revoluciones por segundo.

No le des más vueltas al trabajo rotatorio y la energía cinética

El trabajo es un elemento crucial en el juego de las fuerzas lineales (mira el capítulo 9); la ecuación del trabajo dice que el trabajo es igual a fuerza por distancia, o $T = Fs$. El trabajo también tiene un análogo en el mundo de la rotación. Para relacionar una fuerza lineal que actúa a cierta distancia con la idea del trabajo rotatorio, hay que convertir la fuerza en momento de fuerza (su equivalente angular) y la distancia en ángulo. En este apartado verás cómo sacar la ecuación del trabajo rotatorio. También te enseñaré qué sucede cuando se realiza trabajo girando un objeto, dando lugar a movimiento rotatorio: el trabajo se destina a incrementar la energía cinética.

Dale un giro al trabajo

Cuando una fuerza desplaza un objeto a lo largo de una distancia, el trabajo se realiza sobre el objeto (mira el capítulo 9). De forma similar, cuando el momento de una fuerza imprime a un objeto una rotación a lo largo de un ángulo determinado, se realiza trabajo. Vamos a calcular el trabajo realizado al girar una rueda tirando de una cuerda sujeta a su borde (mira la figura 12-4).

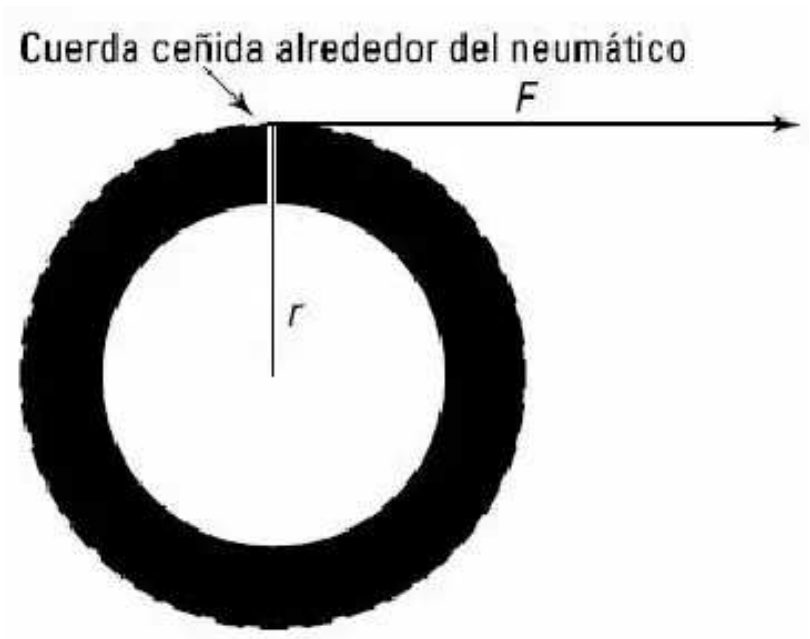


Figura 12-4.

Fuerza ejercida para girar una rueda

El trabajo es la cantidad de fuerza que se aplica a un objeto multiplicada por la distancia a lo largo de la que se aplica. En este caso, se aplica una fuerza F con la cuerda. ¡Bingo! La cuerda te permite realizar una transición cómoda del trabajo lineal al trabajo rotatorio. Así que ¿cuánto trabajo se realiza? Usa la siguiente ecuación:

$$T = Fs$$

En la ecuación, s es la distancia desde la que aplica la fuerza quien tira de la cuerda. En este caso, la distancia s es igual al radio multiplicado por el ángulo que gira la rueda, $s = r\theta$, así que tienes

$$T = Fr\theta$$

No obstante, el momento de fuerza, τ, es igual a Fr en este caso, porque la cuerda actúa formando ángulo recto con el radio (consulta el capítulo 11). Así que te queda:

$$T = \tau\theta$$

Al tirar de la cuerda y aplicar un momento de fuerza constante que mueve la rueda, el trabajo realizado equivale a $\tau\theta$. Esto tiene lógica porque el trabajo lineal es Fs y, para convertirlo en trabajo rotatorio, hay que convertir la fuerza en un momento de fuerza y la distancia en un ángulo. Las unidades en este caso son las habituales del trabajo, que en el Sistema Internacional es el julio (J).



Hay que dar el ángulo en radianes para que funcione la conversión del trabajo lineal en rotatorio.

Imagina que tienes un avión que va a hélice y que quieres saber cuánto trabajo realiza el motor del avión sobre una hélice al aplicar un momento de fuerza de 600 N-m durante 100 revoluciones. Así que empiezas con la ecuación del trabajo adaptada a un momento de fuerza:

$$T = \tau\theta$$

Una revolución completa equivale a 2π rad, así que θ equivale a 2π veces 100, la cantidad de revoluciones. Al introducir los datos numéricos en la ecuación hallas el trabajo:

$$T = \tau\theta = (600 \text{ N·m})(100 \times 2\pi) = 3{,}77 \times 10^5 \text{ J}$$

El trabajo que realiza el motor del avión es de $3{,}77 \times 10^5$ J.

Avanza con la energía cinética de rotación

Si dedicas mucho trabajo a hacer girar un objeto, el objeto empieza a girar. Y, cuando un objeto gira, todas sus piezas están moviéndose, lo que significa que tiene energía cinética. Con objetos que giran hay que convertir el concepto lineal de la energía cinética en el concepto equivalente rotatorio.

Para calcular la energía cinética de un objeto en movimiento lineal se emplea esta ecuación (mira el capítulo 9):

$$EC = \frac{1}{2}mv^2$$

donde *m* es la masa del objeto y *v* es la velocidad. Esa fórmula es aplicable a cualquier parte del objeto giratorio, cada porción de masa tiene su propia energía cinética.

Para pasar de la versión lineal a la versión rotatoria, hay que convertir la masa en momento de inercia, I, y la velocidad en velocidad angular, ω. La velocidad tangencial de un objeto se puede relacionar con su velocidad angular de este modo (consulta el capítulo 11):

$$v = r\omega$$

donde *r* es el radio y ω es su velocidad angular. Al introducir el equivalente de *v* en la ecuación de la energía cinética, llegas a lo siguiente:

$$EC = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(r^2\omega^2\right)$$

De momento la ecuación tiene buena pinta, pero solo es válida para la porción concreta de masa que estés tratando; a cualquier otro fragmento de masa puede corresponderle un radio distinto, así que aún no has acabado. Tienes que sumar la energía cinética de cada porción de masa de esta manera:

$$EC = \frac{1}{2}\Sigma\left(mr^2\omega^2\right)$$

Esa ecuación se puede simplificar. Empieza reparando en que, aunque cada porción de masa puede ser diferente y encontrarse en un radio distinto, cada fragmento tiene la misma velocidad angular (todas las partes giran el mismo ángulo en el mismo tiempo). Por tanto, puedes sacar ω como factor común de la adición:

$$EC = \frac{1}{2}\Sigma\left(mr^2\right)\omega^2$$

Esto simplifica mucho la ecuación, porque $\Sigma(mr^2)$ es igual al momento de inercia, I (mira el apartado

Este simplifica mucho la ecuación, porque $2(mr^2)$ es igual al momento de inercia, I (mira el apartado titulado "La segunda ley de Newton convertida en movimiento angular", que es el primero de este capítulo). Esa sustitución hace que la ecuación ya no dependa de cada radio particular, lo que da:

$$EC = \frac{1}{2} I\omega^2$$

Ahora cuentas con una ecuación simplificada de la energía cinética de rotación; y es muy útil porque la energía cinética de rotación está por todas partes. Los satélites que orbitan en el espacio tienen energía cinética de rotación y un barril de cerveza que es decargado rodando por una rampa desde un camión tiene energía cinética de rotación. Este último ejemplo aparece muy a menudo en los problemas de física (aunque no siempre con barriles de cerveza, por supuesto).

¡Echa a rodar! Cómo hallar la energía cinética de rotación sobre una rampa

Los objetos pueden tener energía cinética lineal y de rotación a la vez. Eso es importante porque cuando un objeto echa a rodar por una rampa todas tus experiencias previas con rampas se van al traste, ¿Por qué? Pues porque el objeto no resbala por la rampa, sino que una parte de su energía potencial gravitatoria (mira el capítulo 9) se convierte en energía cinética lineal, mientras que otra parte se transforma en energía cinética de rotación.

Mira la figura 12-5. Representa que has organizado una carrera de descenso de rampa entre un cilindro macizo y un cilindro hueco. Ambos objetos tienen la misma masa. ¿Cuál ganará? En otras palabras, qué cilindro tendrá mayor velocidad al final de la rampa? Si solo hubiera que tener en cuenta el movimiento lineal, se podría abordar un problema de este tipo igualando la energía potencial con la energía cinética final (¡suponiendo que no haya rozamiento!) de este modo:

$$EP = EC$$
$$mgh = \frac{1}{2} mv^2$$

donde m es la masa del objeto, g es la aceleración debida a la gravedad y h es la altura en la parte superior de la rampa. Esta ecuación te permitiría conocer la velocidad final.





Figura 12-5.
Un cilindro macizo y un cilindro hueco a punto de disputar una carrera rampa abajo

Pero los cilindros ruedan en este caso, lo que significa que la energía potencial gravitatoria inicial se convierte tanto en energía cinética lineal como en energía cinética de rotación. Así que ahora puedes escribir la ecuación de esta otra manera:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Puedes relacionar v y ω entre sí con la ecuación $v = r\omega$, lo que significa que $\omega = v/r$, así que:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v^2}{r^2}\right)$$

Como quieres resolver v, intenta agrupar las cosas. Puedes sacar $(1/2)v^2$ como factor común de los dos términos del segundo miembro:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v^2}{r^2}\right)$$

$$mgh = \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{r^2}\right)v^2$$

Al despejar v, obtienes lo siguiente:

$$v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + I/r^2}}$$

En el caso del cilindro hueco, el momento de inercia es igual a mr^2, tal como se ve en la tabla 12-1. Por otro lado, el momento de inercia para un cilindro macizo equivale a $(1/2)mr^2$. Al sustituir I por su equivalente con el cilindro hueco, hallas la velocidad del cilindro hueco:

$$v = \sqrt{gh}$$

Al sustituir I por su equivalente en el caso del cilindro macizo, obtienes la velocidad del cilindro macizo:

$$v = \sqrt{\frac{4gh}{3}}$$

Ahora la respuesta está clara. El cilindro macizo rodará $\sqrt{\frac{4}{3}}$ veces más rápido que el cilindro hueco; o, lo que es lo mismo, unas 1,15 veces más deprisa, así que el cilindro macizo ganará la carrera.

El cilindro hueco tiene tanta masa concentrada sobre un radio grande como la que tiene el cilindro macizo distribuida desde el centro a lo largo de ese mismo radio, así que esta respuesta tiene sentido: con tanta masa concentrada en el borde, el cilindro hueco acumula más energía cinética de rotación que el macizo, para una misma velocidad lineal. Por tanto, la rotación del cilindro hueco absorbe una parte mayor de la cantidad de energía potencial inicialmente disponible y queda menos energía para el desplazamiento lineal.

No puedo parar esto: el momento angular

Imagina que una niña montada en un columpio giratorio, como un tiovivo, grita porque quiere bajarse. Tienes que parar el columpio, pero te supondrá algún esfuerzo. ¿Por qué? Pues porque tiene *momento angular*.

El *momento lineal*, **p**, también llamado cantidad de movimiento, se define como el producto de la masa por la velocidad:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Esta es una cantidad que se conserva cuando no actúan fuerzas externas. Cuanto mayor sea la masa de un objeto y más deprisa se mueva, mayor es su cantidad de movimiento.

La física se ocupa también de la "cantidad de rotación", llamada momento angular y que se representa como **L**. La ecuación del momento angular es así:

$$\mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega}$$

donde I es el momento de inercia y $\boldsymbol{\omega}$ es la velocidad angular.



Fíjate en que el momento angular es una cantidad vectorial, lo que significa que tiene una magnitud y una dirección. El vector apunta en la misma dirección que el vector $\boldsymbol{\omega}$ (es decir, en la dirección hacia la que apunta el pulgar al arquear la mano derecha de manera que las yemas de los demás dedos vayan en la misma dirección en la que gira el objeto).

La unidad del momento angular es la de I multiplicada por la de $\boldsymbol{\omega}$, o kg·m²/s en el Sistema

La unidad del momento angular es la de *I* multiplicada por la de ω, o kg·m²/s en el Sistema Internacional.

Lo más importante sobre el momento angular, al igual que con la cantidad de movimiento, es que se conserva.

Conservación del momento angular



El *principio de conservación* del momento angular establece que el momento angular se conserva si no intervienen momentos netos de fuerza.

Este principio resulta útil en problemas de todo tipo, como cuando dos patinadores sobre hielo empiezan estando muy juntos mientras giran y acaban separándose la distancia del largo de los brazos. Conociendo su velocidad angular inicial podrás hallar la velocidad angular final, porque el momento angular se conserva:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

Si consigues hallar el momento de inercia inicial y el momento de inercia final, lo tienes chupado. Pero también te encontrarás con casos menos evidentes en los que el principio de conservación del momento angular te ayude. Por ejemplo, los satélites no tienen por qué seguir órbitas circulares, pueden describir elipticas. Y cuando lo hacen, las matemáticas pueden complicarse mucho más. Por fortuna para ti, el principio de conservación del momento angular puede simplificar el problema.

Órbitas de satélites: un ejemplo de conservación del momento angular

Imagina que la NASA proyectó situar un satélite en órbita circular alrededor de Plutón para estudiarlo, pero la situación se les fue un poco de las manos y el satélite acabó teniendo una órbita elíptica. En el punto más próximo a Plutón, 6×10^6 m, el satélite pasa zumbando a 9.000 m/s.

El punto de la órbita más alejado de Plutón está a 2×10^7 m. ¿A qué velocidad va cuando pasa por ese punto? La respuesta es difícil de calcular a menos que des con una idea genial: el momento angular.

El momento angular se conserva porque no hay momentos de fuerza externos que afecten al satélite

(la gravedad siempre actúa perpendicular al radio orbital). Como el momento angular se conserva, puedes afirmar que:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

Como el satélite artificial es tan pequeño comparado con el radio de su órbita en cualquier punto, puedes considerar el satélite como una masa puntual. Por tanto, el momento de inercia, I, es igual a mr^2 (consulta el apartado previo "Los factores del momento de inercia"). El módulo de la velocidad angular es v/r, así que puedes expresar la conservación del momento angular en función de la

velocidad de este modo:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$
$$mr_1v_1 = mr_2v_2$$

Para pasar todas las v_2 a un lado de la ecuación tienes que dividir todo entre mr^2:

$$v_2 = \frac{r_1v_1}{r_2}$$

Has llegado a la solución sin necesidad de usar matemáticas complejas, porque puedes dejar que el principio de conservación del momento angular haga el trabajo por ti. Lo único que queda es insertar los datos numéricos:

$$v_2 = \frac{r_1v_1}{r_2} = \frac{\left(6\times10^6\ \text{m}\right)(9000\ \text{m/s})}{2\times10^7\ \text{m}} = 2\,700\ \text{m/s}$$

Si por el punto más próximo a Plutón el satélite pasaba a 9.000 m/s, en el punto más alejado se moverá a 2.700 m/s. Bastante sencillo de calcular, siempre que recuerdes el principio de conservación del momento angular.

Capítulo 13

Muelles: el movimiento armónico simple

En este capítulo

- Conocerás la fuerza que actúa al estirar o comprimir un muelle
- Aprenderás lo básico sobre el movimiento armónico simple
- Dominarás la energía del movimiento armónico simple
- Averiguarás el movimiento y el período de un péndulo

Este capítulo trata de una clase de movimiento diferente de las que has visto en los capítulos anteriores: el movimiento periódico, que se produce cuando un objeto rebota en un muelle o en un cable elástico, o bien oscila en el extremo de un péndulo. No solo podrás describir en detalle este tipo de movimiento, sino que también aprenderás a predecir cuánta energía almacenan los muelles, cuánto tiempo tardará un péndulo en ir y venir, y mucho más.

Rebótate con la ley de Hooke

Los objetos que se estiran pero pueden recuperar su forma original se denominan *elásticos*. La elasticidad es una característica valiosa porque permite usar objetos tales como los muelles para toda clase de aplicaciones: como amortiguadores en módulos lunares de aterrizaje, como medidores de tiempo en relojes de pared y de pulsera, y hasta como martillos justicieros en trampas para ratones.

En este apartado te presento la ley de Hooke, que relaciona las fuerzas con el grado de estiramiento o

compresión de un muelle.

Estiramiento y compresión de muelles



Robert Hooke, físico inglés del siglo XVII, se dedicó al estudio de los materiales elásticos y enunció

una ley nueva que, como es natural, se denominó ley de Hooke, y que dice que para estirar o comprimir un material elástico se precisa una fuerza directamente proporcional a la cantidad de estiramiento o de compresión producida. Por ejemplo, para estirar un muelle y que alcance una longitud x hay que aplicar una fuerza directamente proporcional a x:

$$F_a = kx$$

Aquí, F_a y x son las componentes de la fuerza aplicada y el desplazamiento en la dirección de elongación del muelle, de tal modo que:

- Los valores positivos indican que se estira el muelle.
- Los valores negativos indican que el muelle se comprime.

La constante k recibe el nombre de constante elástica o de recuperación del muelle, y sus unidades son newtons por metro (N/m).

Empuja o estira: la fuerza restauradoradel muelle



Según la tercera ley de Newton, si un objeto ejerce una fuerza sobre un muelle, este, a su vez, ejerce sobre dicho objeto una fuerza de igual intensidad y de sentido contrario. La ley de Hooke determina la fuerza que ejerce un muelle sobre un objeto unido a él mediante la siguiente ecuación:

$$F = -kx$$

El signo negativo indica que la fuerza actúa en el sentido opuesto a la fuerza que estira o comprime el

muelle (consulta el apartado anterior para saber más sobre fuerzas aplicadas a muelles).



La fuerza ejercida por un muelle se denomina *fuerza restauradora o recuperadora* y siempre actúa para devolverlo a un estado de equilibrio. El signo negativo indica que la fuerza que ejerce el muelle se opone al alargamiento.

La figura 13-1 representa una pelota unida a un muelle. Como ves, si el muelle ni se estira ni se encoge, no ejerce ninguna fuerza sobre la pelota. Sin embargo, si lo comprimes, este empuja en sentido contrario, y si lo estiras, se encoge para recuperar su estado inicial.



La ley de Hooke tiene validez siempre que el material elástico en cuestión conserve la elasticidad, es decir, mientras no se rebase su *límite de elasticidad*. Si estiras un muelle en exceso, pierde la elasticidad (ya no puede recuperar la forma inicial). Siempre que un muelle permanezca dentro de su límite de elasticidad, puedes afirmar que $F = -kx$. Cuando un muelle se mantiene dentro del límite de elasticidad y cumple la ley de Hooke recibe el nombre de *muelle ideal*.

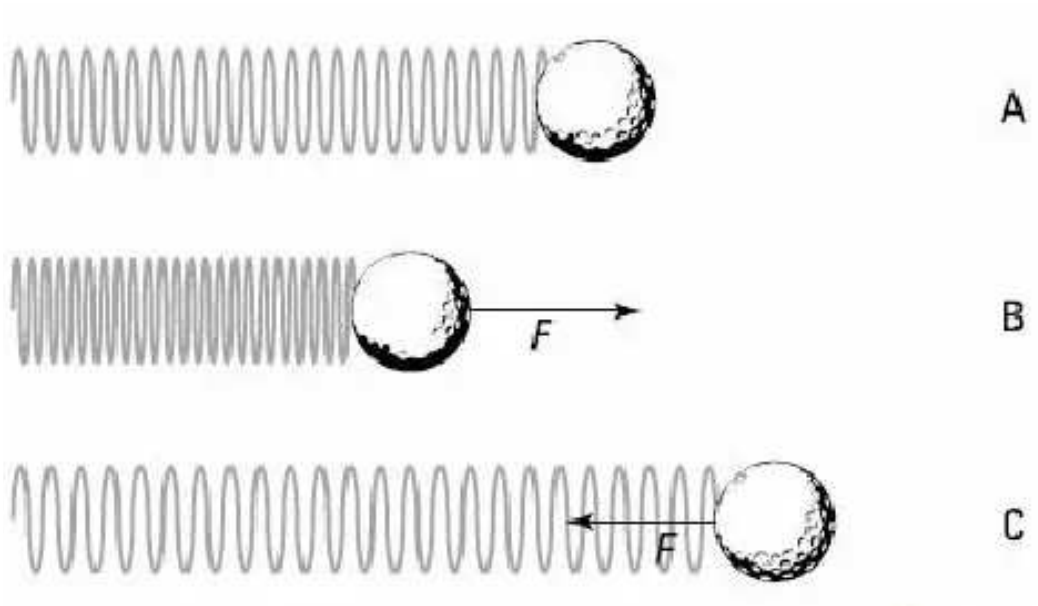


Figura 13-1.
Dirección de la fuerza ejercida por un muelle

Imagina que un equipo de diseñadores de coches llama a tu puerta y te pide que los ayudes a diseñar un sistema de suspensión. “Será un placer”, respondes tú. Te comunican que el vehículo tendrá una masa de 1.000 kg y que puedes trabajar con cuatro amortiguadores de 0,5 m de longitud cada uno. ¿Qué resistencia deben tener los amortiguadores? Suponiendo que estas piezas usen muelles, cada uno de ellos tendrá que sostener una masa mínima de 250 kg, lo que equivale al siguiente peso:

$$F = mg = (250\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 2\,450\ \text{N}$$

donde F equivale a la fuerza, m es la masa del objeto, y g es la aceleración debida a la gravedad, 9,8 m/s². El muelle de cada amortiguador tendrá que brindar, como mínimo, 2.450 N de fuerza en su compresión máxima de 0,5 m. Según esto, ¿a cuánto debe ascender la constante elástica del muelle? La ley de Hooke dice que:

$$F = -kx$$

Si te centras solo en la magnitud y, por tanto, obvias el signo negativo (volveremos a ello en el apartado siguiente), obtienes:

$$k = \frac{F}{x}$$

Es hora de introducir los números:

$$k = \frac{F}{x} = \frac{2\,450\ \text{N}}{0{,}5\ \text{m}} = 4\,900\ \text{N/m}$$

Los muelles de los amortiguadores deberán tener una constante elástica mínima de 4.900 N/m. Los diseñadores salen corriendo entusiasmados mientras tú les gritas “No olvidéis que necesitáis al menos el doble de eso para que el coche supere de verdad los baches”.

Las vueltas del movimiento armónico simple

Los *movimientos oscilatorios* son aquellos que siguen ciclos repetitivos. Cuando la fuerza neta que actúa sobre un objeto es elástica, el objeto experimenta un movimiento oscilatorio simple denominado *movimiento armónico simple*. La fuerza que intenta devolver el objeto a su posición de reposo es proporcional al desplazamiento del objeto. En otras palabras, obedece la ley de Hooke.

Con las fuerzas elásticas da la impresión de que el movimiento seguirá repitiéndose sin más (aunque esto no es del todo cierto; los objetos sobre muelles se paran al cabo de un tiempo debido al rozamiento y la disipación de calor en el muelle). Este apartado profundiza en el movimiento armónico simple y revela cómo se relaciona con el movimiento circular. Vas a hacer gráficas de movimiento con la función seno y analizarás conceptos ya conocidos, como la posición, la velocidad y la aceleración.

Alrededor del equilibrio: muelles horizontales y verticales

Echa una ojeada a la pelota de golf de la figura 13-1. La pelota está unida a un muelle sujeto a una

superficie horizontal en la que no hay rozamiento. Imagina que empujas la pelota, comprimes el muelle y, después, la sueltas; la pelota sale disparada y estira el muelle. Tras alargarse, el muelle vuelve a replegarse, sobrepasa de nuevo el punto de equilibrio (donde ninguna fuerza actúa sobre la pelota) y vuelve a estirarse más allá de él. Eso sucede porque la pelota tiene inercia (consulta el capítulo 5) y cuando está en movimiento se necesita cierta fuerza para detenerla. Estas son las fases que atraviesa la pelota; las letras identifican las fases en la figura 13-1. (¡Ah! y damos por hecho que no hay rozamiento):

- **Punto A.** La pelota está en equilibrio; sobre ella no actúa ninguna fuerza. Este punto en el que el muelle no está encogido ni estirado se denomina *punto de equilibrio*.
- **Punto B.** La pelota empuja el muelle y lo comprime; el muelle responde con una fuerza F que se opone al empuje.
- **Punto C.** El muelle cede y la pelota salta una distancia equivalente hacia el lado contrario del punto de equilibrio. En este punto, la pelota se mueve pero sobre ella está actuando una fuerza, F, así que retrocede en la otra dirección.

La pelota sobrepasa el punto de equilibrio mientras regresa al punto B. En el punto de equilibrio, el muelle no ejerce ninguna fuerza sobre la pelota, pero esta se mueve a su máxima velocidad. Eso es lo que sucede cuando la pelota de golf rebota de un lado al otro; empujas la pelota hasta situarla en el punto B; la pelota pasa por el punto A y se desplaza hasta el punto C, desde donde regresa a A y avanza hacia B, y así sucesivamente: B-A-C-A-B-A-C-A, etc. El punto A es el punto de equilibrio, y tanto el punto B como el punto C son equidistantes del punto A.

Pero ¿y si la pelota estuviera suspendida en el aire sujeta al extremo de un muelle, como en la figura 13-2? En ese caso, la pelota oscilará arriba y abajo. Al igual que la pelota sujeta a la superficie de la figura 13-1, la pelota colgada al final de un muelle en vertical oscila en torno a la posición de equilibrio; sin embargo, esta vez la posición de equilibrio no se corresponde con el punto donde el muelle no tiene ninguna variación de longitud.

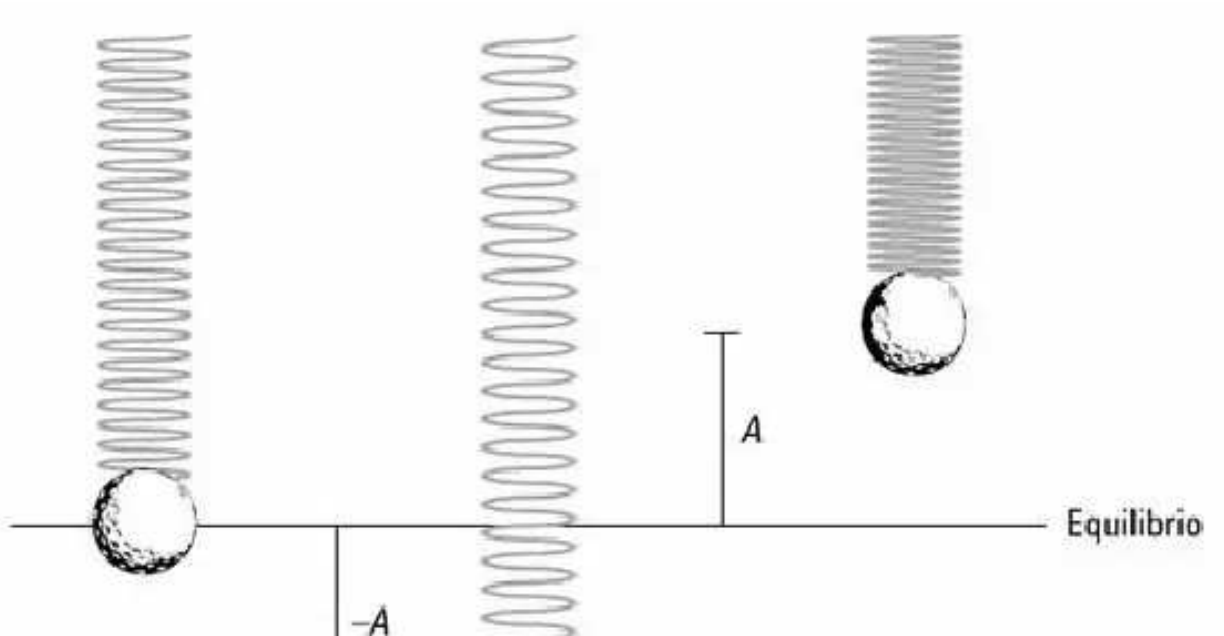




Figura 13-2.
Una pelota sujeta a un muelle y afectada por la gravedad



La posición de equilibrio se define como la posición en la que ninguna fuerza neta actúa sobre la pelota. En otras palabras, la posición de equilibrio es el punto donde la pelota puede permanecer en reposo sin más. Cuando el muelle es vertical, el peso de la pelota hacia abajo compensa el tirón del muelle hacia arriba. Si la posición x de la pelota se corresponde con el punto de equilibrio, x_i, entonces el peso de la pelota, mg, debe ser igual que la fuerza ejercida por el muelle. Como $F = kx_i$, puedes escribir lo siguiente:

$$mg = kx_i$$

Al despejar x_i obtienes el alargamiento que experimenta el muelle debido al peso de la pelota:

$$x_i = \frac{mg}{k}$$

Cuando tiras de la pelota hacia abajo o la empujas hacia arriba y luego la sueltas, oscila alrededor de la posición de equilibrio, tal como ilustra la figura 13-2. Si el muelle es elástico, la pelota experimenta un movimiento armónico simple vertical alrededor de la posición de equilibrio; la pelota asciende hasta una distancia A y desciende hasta una distancia –A en torno a esa posición (en la vida real, la pelota acabará deteniéndose en la posición de equilibrio porque alguna fuerza de rozamiento irá frenando su movimiento).



La distancia A, o cuánto asciende el objeto, es un dato importante a la hora de describir el movimiento armónico simple. Se denomina *amplitud* y no es más que el tamaño máximo de la oscilación, o la magnitud de la oscilación.

No pierdas la onda: el seno del movimiento armónico simple

Con el movimiento armónico simple a veces se necesita tiempo y paciencia si hay que calcular cómo

cambia el movimiento de un objeto con el tiempo. Imagina que un buen día se te ocurre una idea brillante para realizar un experimento. Apuntas con la luz de un foco hacia una pelota que harás rebotar sujeta a un muelle de forma que arroje su sombra sobre una película fotográfica en movimiento. Como la película se va moviendo, podrás registrar el movimiento de la pelota a medida que pase el tiempo. Enciendes el foco y manos a la obra. Observa el resultado en la figura 13-3.

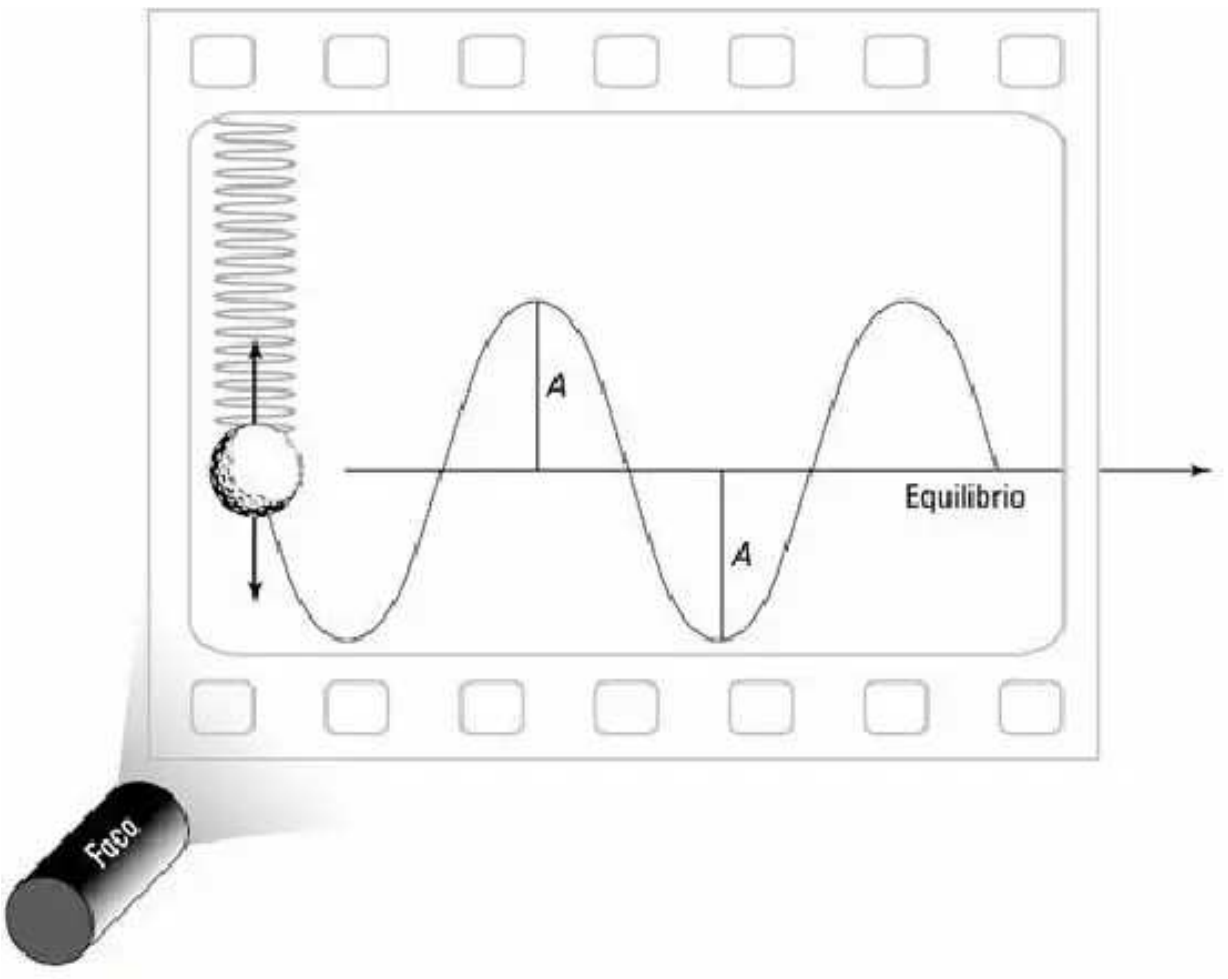


Figura 13-3.
Seguimiento del movimiento armónico simple de una pelota a lo largo del tiempo

La pelota oscila arriba y abajo en torno a la posición de equilibrio y alcanza una amplitud A en su posición más alta y más baja. Pero observa bien la trayectoria de la pelota: se ve en qué lugar se mueve más deprisa porque coincide con los lugares donde es más pronunciada la pendiente de la curva. La pelota va más deprisa cerca del punto de equilibrio debido a la aceleración causada por la fuerza del muelle, la cual ha actuado desde el punto de retroceso. En los puntos más alto y más bajo, la pelota soporta mucha fuerza, así que se frena y su movimiento se invierte.

La trayectoria de la pelota se representa mejor mediante una onda sinusoidal, lo que significa que la describe una función seno de amplitud A. (También puedes usar la función coseno, porque la forma es la misma. La única diferencia es que cuando la función seno es máxima, la función coseno vale cero, y viceversa.)



Para hacerte una idea más clara de la onda sinusoidal puedes representar la función seno en una gráfica *xy* como esta:

$$y = \text{sen } x$$

En el resto de este apartado veremos de qué manera la onda sinusoidal relaciona el movimiento circular con el movimiento armónico simple.

Análisis de las ondas sinusoidales mediante un círculo de referencia

Veamos la onda sinusoidal de una manera circular. Si sujetas una pelota a un disco giratorio (mira la figura 13-4) y la iluminas con un foco, obtienes el mismo resultado que cuando tenías la pelota colgada de un muelle (figura 13-3): una onda sinusoidal.

El disco giratorio (que puedes ver representado en la figura 13-5) suele denominarse *círculo de referencia*. Observa cómo se relaciona la componente vertical del movimiento circular con la onda sinusoidal (como un seno) del movimiento armónico simple. Los círculos de referencia dicen mucho acerca del movimiento armónico simple.

Cuando el disco gira, el ángulo, θ, crece con el tiempo. ¿Qué aspecto adquiere la trayectoria de la pelota a medida que la película se desplaza hacia la derecha? Si aplicas un poco de trigonometría, resolverás el movimiento de la pelota a lo largo del eje Y; lo único que necesitas es la componente vertical (y) de la posición de la pelota. En cualquier instante temporal, la posición y de la pelota es la siguiente:

$$y = A \text{ sen } \theta$$

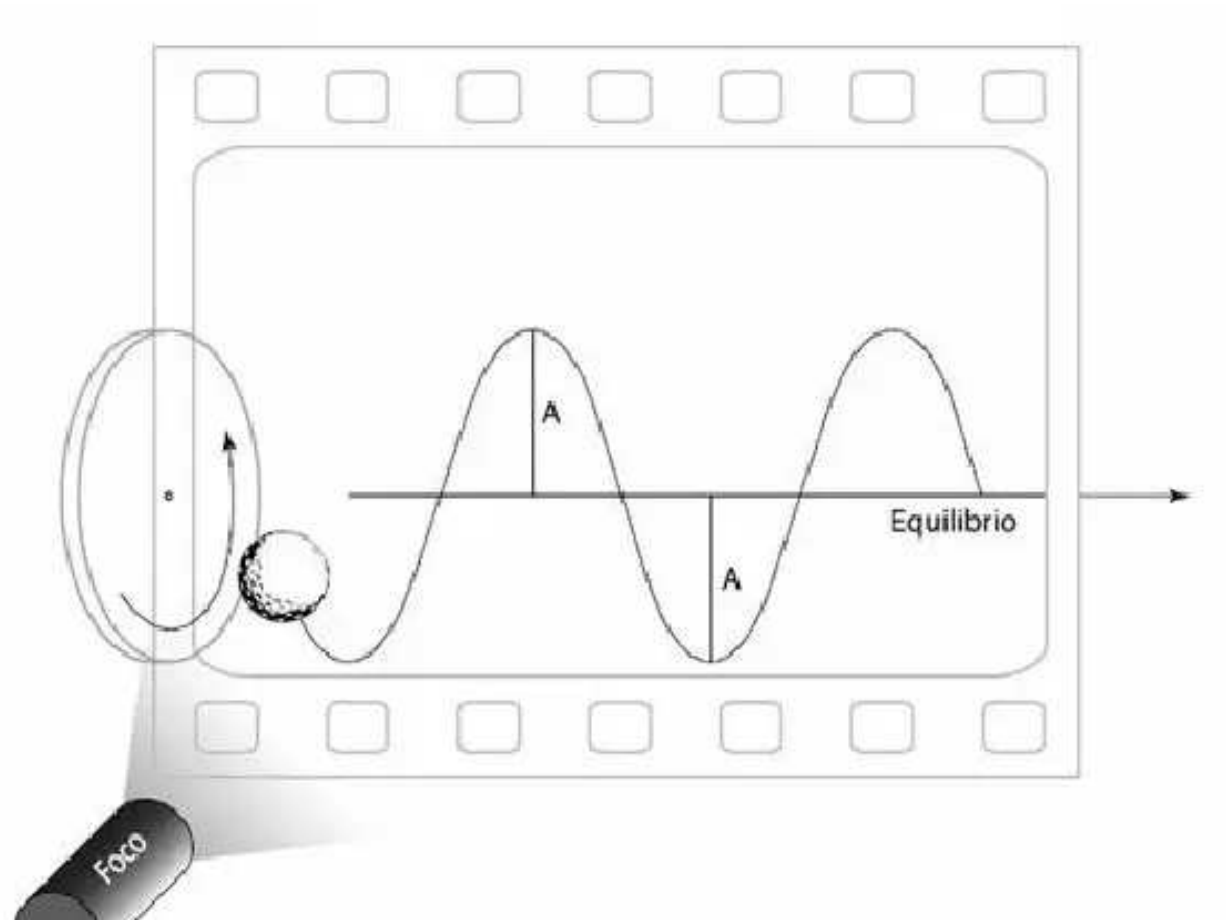


Figura 13-4.

La componente vertical del desplazamiento de un objeto con un movimiento circular sigue una onda sinusoidal

El desplazamiento vertical varía en cuanto a amplitud desde el punto A positivo al punto A negativo. De hecho, puedes afirmar que ya sabes cómo va a cambiar θ con el tiempo porque $\theta = \omega t$, donde ω es la componente simple de la velocidad angular (es decir, la velocidad angular a lo largo del eje de rotación del disco) y t es el tiempo:

$$y = A \text{ sen } (\omega t)$$

Ahora puedes explicar el recorrido de la pelota a medida que avanza el tiempo, suponiendo que el disco gire con una velocidad angular ω.

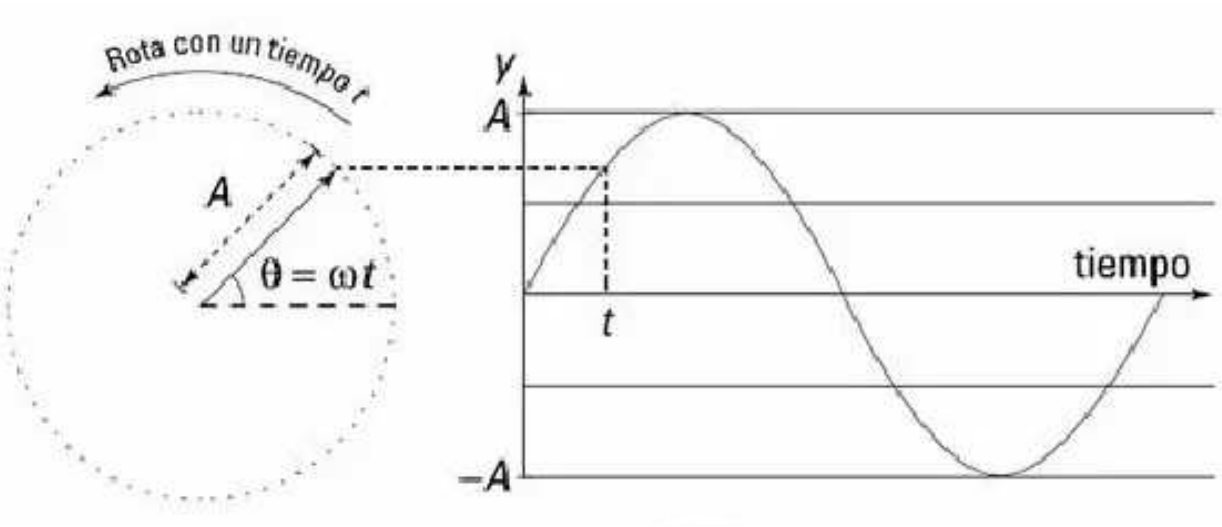


Figura 13-5.
Un círculo de referencia ayuda a analizar el movimiento armónico simple

La periodicidad



Cada vez que un objeto da una vuelta entera, completa un *ciclo*. El tiempo que tarda el objeto en completar cada ciclo se denomina *período*, y suele medirse en segundos. La letra empleada para el período es T.

Observa la figura 13-5. A lo largo de un ciclo, la pelota se desplaza desde $y = A$ hasta $–A$ y después regresa a A. Cuando la pelota va desde cualquier punto de la onda sinusoidal hasta el siguiente punto equivalente de la onda, recorre una onda entera (lo que incluye una cresta y un valle) y completa un ciclo. El tiempo que tarda la pelota en ir desde una posición hasta la siguiente posición equivalente mientras avanza en la misma dirección es su período.



¿Cómo podrías relacionar el período con algo que te resulte más familiar? Cuando un objeto recorre un círculo entero y completa un ciclo, el objeto recorre 2π rad. Recorre esos radianes en T segundos, así que su velocidad angular, ω (mira el capítulo 11), es:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Al multiplicar ambos lados de la ecuación por T y dividir entre ω resolverás el período. Ya puedes relacionar el período y la velocidad angular:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$



A veces se habla de la frecuencia de movimiento periódico, que no es lo mismo que el período. La *frecuencia* es la cantidad de ciclos completados en un segundo.

Por ejemplo, si el disco de la figura 13-4 rota a 1.000 revoluciones por segundo, la frecuencia, f, será 1.000 ciclos/s. Los ciclos por segundo también se denominan hercios, cuyo símbolo es Hz, así que esta frecuencia equivaldría a 1.000 Hz.



Entonces, ¿cómo se conecta la frecuencia, f, con el período, T? T es la cantidad de tiempo que dura un ciclo, así que puedes definir la frecuencia de la siguiente manera:

$$f = \frac{1}{T}$$

Como $\omega = 2\pi/T$ y $Tf = 1$, puedes reescribir la ecuación de la velocidad en función de la frecuencia:

$$\omega = \left(\frac{2\pi}{T}\right)Tf = 2\pi f$$



En el movimiento armónico simple, la velocidad angular, ω, suele denominarse *frecuencia angular*. No confundas la frecuencia de onda, *f*, con la frecuencia angular.

Recuerda no acelerar sin la velocidad

Echa una ojeada a la figura 13-5; verás que hay una pelota que gira unida a un círculo. En el apartado anterior de este mismo capítulo titulado "Análisis de las ondas sinusoidales mediante un círculo de referencia", has llegado a que:

$$y = A \operatorname{sen}(\omega t)$$

donde y se corresponde con la coordenada y y A representa la amplitud del movimiento. En cualquier punto y, la pelota también tiene una velocidad determinada que también varía con el tiempo. Entonces ¿cómo describirías la velocidad mediante una ecuación? Bueno, puedes relacionar la velocidad tangencial con la velocidad angular de este modo (consulta el capítulo 11):

$$v = r\omega$$

donde r representa el radio. Como el radio del círculo es igual a la amplitud de la onda que le corresponde, $r = A$. Por tanto, llegas a la siguiente ecuación:

$$v = A\omega$$

¿Te lleva a algún sitio esa ecuación? Sin duda, porque la sombra que proyecta la pelota sobre la película traza un movimiento armónico simple. El vector velocidad (consulta el capítulo 4 si necesitas repasar todo lo que sabes) siempre tiene una dirección tangencial al círculo (perpendicular al radio) así que llegas a la siguiente expresión de la componente y de la velocidad en cualquier instante:

$$v_y = A\omega \cos\theta$$

Y como la pelota está sobre un disco giratorio, sabes que $\theta = \omega t$, así que:

$$v_y = A\omega \cos(\omega t)$$



Esta ecuación describe la velocidad de cualquier objeto en movimiento armónico simple. Fíjate en que la velocidad varía con el tiempo (pasa de $-A\omega$ a 0, después cambia a $A\omega$ y más tarde vuelve a 0). Así que la velocidad máxima, que se da en el punto de equilibrio, tiene una magnitud de $A\omega$. Esa ecuación dice, entre otras cosas, que para una velocidad angular dada, la velocidad máxima (v) es directamente proporcional a la amplitud (A) del movimiento: cuanta mayor amplitud tiene el movimiento armónico simple, mayor es su velocidad máxima, y viceversa.

Por ejemplo, imagina que formas parte de una expedición de físicos que observa a un temerario equipo realizar algunos saltos de gran altura con cuerdas elásticas. Te das cuenta de que los miembros del equipo empiezan a calcular el punto de equilibrio de las cuerdas elásticas que van a usar colgando de ellas a una persona sin que rebote, así que tú también mides ese punto.

El equipo decide lanzar al jefe del grupo desde varios metros más arriba del punto de equilibrio. Ves que se precipita al vacío hasta sobrepasar el punto de equilibrio y que después rebota con una velocidad de 4 m/s en el punto de equilibrio. Ajeno a cualquier medida de precaución, el equipo eleva al jefe 10 veces más arriba que antes por encima del punto de equilibrio y vuelve a soltarlo. Esta vez oyes un grito lejano mientras la silueta vestida se mueve arriba y abajo. ¿Cuál es su velocidad máxima?

Sabes que durante el primer salto alcanzó 4 m/s en el punto de equilibrio, el de la velocidad máxima; sabes que en el segundo viaje empezó con una amplitud 10 veces mayor y que la velocidad máxima es proporcional a la amplitud. Por tanto, suponiendo que la frecuencia del rebote fuera la misma, se moverá a 40 m/s en el punto de equilibrio: bastante veloz.

Incorpora la aceleración

Puedes hallar el desplazamiento de un objeto que siga un movimiento armónico simple con la ecuación $y = A\ \text{sen}(\omega t)$, y puedes hallar la velocidad del objeto con la ecuación $v = A\omega \cos(\omega t)$. Pero debes tener en cuenta otro factor para describir un objeto en movimiento armónico simple: su aceleración en cualquier punto. ¿Cómo se calcula eso? No sudes. Cuando un objeto se mueve en círculo, su aceleración es la aceleración centrípeta (consulta el capítulo 11), que es:

$$a = r\omega^2$$

En esa fórmula, r es el radio y ω es la componente simple de la velocidad angular (es decir, la velocidad angular en la dirección del eje de rotación, que es constante). Y como $r = A$ (la amplitud), llegas a la siguiente ecuación:

$$a = A\omega^2$$

Esta ecuación representa la relación entre la aceleración centrípeta, a, y la velocidad angular, ω. Para pasar de un círculo de referencia (consulta el apartado anterior titulado “Análisis de las ondas

sinusoidales mediante un círculo de referencia") al movimiento armónico simple, hay que basarse en la componente de la aceleración en una dimensión (en este caso, la dirección *y*):

$$a = -A\omega^2 \operatorname{sen} \theta$$



El signo negativo indica que el sentido de la componente *y* de la aceleración es opuesto al

desplazamiento (la pelota siempre se acelera hacia el punto de equilibrio). Y como $\theta = \omega t$, donde *t* representa el tiempo, obtienes la siguiente ecuación para la aceleración:

$$a = -A\omega^2 \operatorname{sen} (\omega t)$$

Ya tienes la ecuación necesaria para hallar la aceleración de un objeto en cualquier punto mientras

sigue un movimiento armónico simple.
Por ejemplo, imagina que te suena el teléfono, respondes y alguien te saluda a través del auricular.

"Vaya —piensas—; me pregunto cuál será la máxima aceleración del diafragma dentro del teléfono."

El diafragma (un disco de metal que funciona como un tímpano) que hay dentro del teléfono sigue un movimiento muy similar al movimiento armónico simple, así que no tendrás ningún problema para calcular su aceleración. Tras unas esmeradas mediciones, descubres que la amplitud del movimiento del diafragma ronda los 1×10^{-4} m. Hasta ahora todo perfecto. El rango de frecuencia de la voz humana se sitúa en 1 kHz (1.000 Hz), así que ya conoces la frecuencia, *f*. Y sabes que la aceleración

máxima se ajusta a la siguiente ecuación:

$$a_{máx} = A\omega^2$$

Además, $\omega = 2\pi f$, donde *f* representa la frecuencia. Sustituye ω por $2\pi f$ y podrás introducir la amplitud y la frecuencia para obtener la respuesta:

$$a_{máx} = A(2\pi f)^2 = (1 \times 10^{-4}\ \text{m})[2\pi(1000/\text{s})]^2 = 3940\ \text{m/s}^2$$

Te sale 3.940 m/s^2. Parece una aceleración muy alta y, de hecho, lo es, ya que viene a ser unas 402 veces mayor que la magnitud de la aceleración debida a la gravedad. "¡Guau! —gritas—. Una aceleración increíble para estar confinada dentro de un aparato tan pequeño."

"¿Qué? —responde la voz al otro lado—. ¿Ya estás resolviendo problemas de física otra vez?"

Cómo hallar la frecuencia angular de una masa sobre un muelle

Cómo hallar la frecuencia angular de una masa sobre un muelle

La información que tienes sobre la ley de Hooke para los muelles (mira el apartado previo titulado "Rebótate con la ley de Hooke") aplicada a lo que sabes sobre el movimiento armónico simple (consulta "Las vueltas del movimiento armónico simple") te permitirá hallar la frecuencia angular de masas sujetas a muelles, además de las frecuencias y períodos de oscilaciones. Y como hay una manera de relacionar la frecuencia angular con las masas sobre muelles, podrás hallar el desplazamiento, la velocidad y la aceleración de las masas.

La ley de Hooke dice que:

$$F = -kx$$

donde F es la fuerza ejercida por la cuerda, k es la constante elástica del muelle y x es el distanciamiento del equilibrio. Gracias a Isaac Newton (mira el capítulo 5) sabes que esa fuerza también es igual a la masa por la aceleración:

$$F = ma$$

Estas ecuaciones para la fuerza la expresan en términos de desplazamiento y aceleración, que aparecen en el movimiento armónico simple en las siguientes formas (consulta el apartado anterior):

- ✔ $x = A \operatorname{sen}(\omega t)$
- ✔ $a = -A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t)$

Al introducir estas dos ecuaciones en las ecuaciones de la fuerza obtienes lo siguiente:

$$ma = -kx$$
$$m[-A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t)] = -kA \operatorname{sen}(\omega t)$$

Al dividir ambos lados entre –A sen(ωt) la ecuación se simplifica:

$$m\omega^2 = k$$

Si la reordenas para despejar ω en uno de los lados de la ecuación, llegas a la fórmula que permite hallar la frecuencia angular:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Ya puedes calcular la frecuencia angular (velocidad angular) de una masa sobre un muelle, en

Ya puedes calcular la frecuencia angular (velocidad angular) de una masa sobre un muelle, en función de la constante elástica y la masa. También puedes vincular la frecuencia angular con la frecuencia y el período de oscilación (consulta el apartado titulado "La periodicidad") usando la siguiente ecuación:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Esta ecuación y la fórmula anterior de la frecuencia angular te permiten escribir la fórmula de la frecuencia y el período en función de *k* y *m*:

- ✔ $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$
- ✔ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Supón que el muelle de la figura 13-1 tiene una constante elástica, *k*, de 15 N/m y que cuelgas de él una pelota de 45 g. ¿Cuál es el período de oscilación? Después de convertir los gramos a kilogramos, solo te quedará introducir los datos numéricos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$
$$= 2\pi\sqrt{\frac{0{,}045\ \text{kg}}{15\ \text{N/m}}} \approx 0{,}34\ \text{s}$$

El período de la oscilación es 0,34 s. ¿Cuántos rebotes se producirán por segundo? La cantidad de rebotes es la frecuencia, que se halla así:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}34\ \text{s}} \approx 2{,}9\ \text{Hz}$$

La respuesta es casi 3 oscilaciones por segundo.



Como puedes relacionar la frecuencia angular, ω, con la constante elástica del muelle, también puedes predecir el desplazamiento, la velocidad y la aceleración de la masa, usando las siguientes ecuaciones para el movimiento armónico simple (consulta el apartado titulado "No pierdas la onda: el seno del movimiento armónico simple", aparecido en este mismo capítulo):

- ✔ $y = A\,\text{sen}(\omega t)$
- ✔ $v = A\omega\cos(\omega t)$
- ✔ $a = -A\omega^2\,\text{sen}(\omega t)$

Volviendo al ejemplo del muelle de la figura 13-1 (una pelota de 45 g colgada de un muelle cuya constante elástica es 15 N/m) sabes que la frecuencia angular es la siguiente:

$$\omega = \sqrt{\frac{15\ \text{N/m}}{0{,}045\ \text{kg}}} \approx 18\ \text{s}^{-1}$$

Tal vez quieras comprobar si cuadran las unidades. Recuerda que 1 N = 1 kg·m/s^2, así que la unidad resultante de la ecuación anterior para la velocidad angular es:

$$\sqrt{\frac{\left(\text{kg}\cdot\text{m/s}^2\right)/\text{m}}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{\text{kg}/\text{s}^2}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{1}{\text{s}^2}} = \text{s}^{-1}$$

Imagina, por ejemplo, que tiras de la bola 10 cm antes de soltarla (induciendo así una amplitud de 10 cm). En este caso, te encuentras con que:

$$x = (0{,}1\ \text{m})\,\text{sen}[(18\ \text{s}^{-1})t]$$
$$v = (0{,}1\ \text{m})(18\ \text{s}^{-1})\,\text{sen}[(18\ \text{s}^{-1})t]$$
$$a = -(0{,}1\ \text{m})(18\ \text{s}^{-1})^2\cos[(18\ \text{s}^{-1})t]$$

Factores de la energía en el movimiento armónico simple

Además de analizar el desplazamiento real que se produce con el movimiento armónico simple, puedes averiguar la energía que interviene en él. Por ejemplo, ¿cuánta energía acumula un muelle cuando lo comprimes o lo estiras? El trabajo, *W*, realizado para comprimir o estirar el muelle debe ir a parar a la energía almacenada en él. Esa energía se denomina *energía potencial elástica* y es igual a la fuerza, *F*, multiplicada por la distancia, *s*:

$$W = Fs$$

Al estirar o comprimir un muelle, la fuerza varía, pero lo hace de un modo lineal (porque en la ley de Hooke, la fuerza es proporcional al desplazamiento). Por tanto, puedes escribir la ecuación en

función de la fuerza media, $\overline{F}$:

$$W = \overline{F}s$$

La distancia (o desplazamiento), s, no es más que la diferencia de posición, $x_f - x_i$, y la fuerza media es (1/2) ($F_f + F_i$). Por tanto, la ecuación se puede reescribir como sigue:

$$W = \left[\frac{1}{2}(F_f + F_i)\right](x_f - x_i)$$

La ley de Hooke dice que $F = -kx$. Así que puedes sustituir $-kx_f$ y $-kx_i$ por F_f y F_i:

$$W = \left[-\frac{1}{2}(kx_f + kx_i)\right](x_f - x_i)$$

Al reorganizar y simplificar la ecuación, obtienes la ecuación del trabajo expresado en función de la constante y de la posición del muelle:

$$W = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$



El trabajo ejercido sobre el muelle altera la energía potencial almacenada en el muelle. La energía potencial, o la energía potencial elástica, se da así:

$$EP = \frac{1}{2}kx^2$$

Por ejemplo, imagina que tienes un muelle elástico con una constante elástica, k, de 1×10^{-2} N/m y que lo comprimes 10 cm. Esta es la cantidad de energía que acumularás en él:

$$EP = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\left(1 \times 10^{-2}\ \text{N/m}\right)(0{,}1\ \text{m})^2 = 5 \times 10^{-5}\ \text{J}$$



También notarás que cuando sueltas una masa del extremo de un muelle, la energía mecánica (la

También notarás que cuando cuelgas una masa del extremo de un muelle, la energía mecánica (la suma de la energía potencial y la cinética) se conserva:

$$EP_1 + EC_1 = EP_2 + EC_2$$

Sabes que al ejercer una compresión de 10 cm sobre un muelle, almacenas 5×10^{-5} J de energía en él. Cuando la masa en movimiento alcanza el punto de equilibrio y sobre ella no actúa ninguna fuerza procedente del muelle, alcanza la velocidad máxima y, por tanto, el máximo de energía cinética, que en ese punto asciende a 5×10^{-5} J gracias a la conservación de la energía mecánica (consulta el capítulo 9 si quieres profundizar en ese tema).

Colúmpiate con los péndulos

Hay más objetos, aparte de los muelles, que tienen movimiento armónico simple. En la figura 13-6 aparece una pelota sujeta a una cuerda que se balancea de un lado a otro.

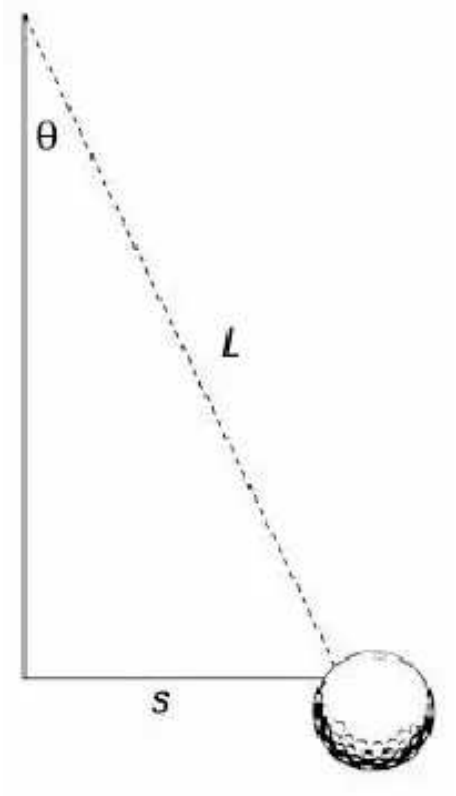


Figura 13-6.
Los péndulos siguen un movimiento armónico simple

El momento de fuerza, τ, procedente de la gravedad sale de multiplicar el peso de la pelota (que es una fuerza de magnitud *mg* dirigida hacia abajo, de ahí el signo negativo) por el brazo de palanca, *s* (para más información sobre brazos de palanca y momentos de fuerza, consulta el capítulo 11):

$$\tau = -mgs$$

Aquí es donde hay que hacer una aproximación. Con ángulos pequeños θ, la distancia *s* equivale aproximadamente a $L\theta$, donde *L* es la longitud de la cuerda del péndulo:

$$\tau = -mgL\theta$$

Esta ecuación se asemeja a la ley de Hooke, $F = -kx$, si, tal como corresponde, consideras mgL como una constante elástica. En el capítulo 12 muestro la relación entre el momento de fuerza y la aceleración angular, y se ve que las variables angulares obedecen a las mismas ecuaciones que sus equivalentes lineales. Por tanto, los cálculos son idénticos a los que se aplican con muelles. En las variables angulares:

$$\Sigma\tau = I\alpha$$

Igual que en el caso de la cuerda, el péndulo sigue un movimiento armónico simple, donde

- ✔ $\theta = A \operatorname{sen}(\omega t)$
- ✔ $\alpha = -A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t)$

Introduce el momento de fuerza en el péndulo y los valores de α y θ y obtendrás:

$$I\alpha = -mgL\theta$$
$$I[-A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t)] = -mgLA \operatorname{sen}(\omega t)$$

A continuación despejas ω y llegas a:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}$$

El momento de inercia es igual a mr, en el caso de una masa puntual (consulta el capítulo 12), lo cual es aplicable aquí porque la pelota puede considerarse pequeña en comparación con la cuerda del péndulo. El radio r del péndulo es la longitud de la cuerda, L, lo que te lleva a la siguiente ecuación:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgL}{mL^2}}$$
$$= \sqrt{\frac{g}{L}}$$

Ahora solo queda introducir esta frecuencia angular en las ecuaciones del movimiento armónico simple. Esta ecuación también te servirá para hallar el período de un péndulo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

donde T representa el período. Si reemplazas ω por la fórmula anterior te encuentras con que:

$$\sqrt{\frac{g}{L}} = \frac{2\pi}{T}$$

Ya solo queda reordenar la fórmula para despejar el período:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

¡Fíjate en que el período es en realidad independiente de la masa del péndulo!

Parte IV

Domina las leyes de la termodinámica



En esta parte...

¿Cuánta agua hirviendo necesitas para fundir un bloque de hielo de 90 kg? ¿Por qué te congelarías en el espacio? ¿Por qué el metal es frío al tacto? ¿Qué es un gas ideal? La respuesta a todas estas preguntas se esconde en la termodinámica, que es la física dedicada al estudio de la energía térmica y del flujo de calor.

Encontrarás las respuestas a tus preguntas en esta parte en forma de ecuaciones y explicaciones prácticas.

Capítulo 14

Caldea el ambiente con la termodinámica

En este capítulo

- Medirás la temperatura en grados Fahrenheit y Celsius, y en kelvins
- Analizarás la variación de la temperatura a partir de la dilatación térmica
- Seguirás el flujo del calor
- Tendrás en cuenta el calor específico
- Reunirás los requisitos para un cambio de fase

Los conceptos de calor y temperatura forman parte de la vida cotidiana. Entender las leyes de la temperatura de las cosas, cómo fluye por ellas el calor, y de la dependencia entre el material del que están hechas y sus propiedades térmicas ha ampliado la comprensión del mundo gracias a los físicos y, además, ha hecho avanzar la tecnología y la ingeniería. Por ejemplo, la resistencia estructural de un puente depende de la dilatación térmica de todos los elementos metálicos que lo conforman. Otro ejemplo: los motores de los coches funcionan debido a la energía térmica liberada por la combustión de la gasolina y el aire. Esto y mucho más solo es posible si se conoce la relación entre los materiales y sus propiedades térmicas.

Este capítulo estudia el calor y la temperatura. La física nos brinda un gran poder para predecir qué sucederá cuando las cosas se calienten o se enfríen. Vamos a describir las escalas de temperatura, la dilatación lineal y la dilatación volumétrica, y verás cuánta cantidad de un líquido a cierta temperatura alterará la temperatura de otro al juntarlos.

Medición de la temperatura

La *temperatura* es una medida del movimiento molecular: con qué rapidez y cuánto se mueven las moléculas de la sustancia observada. Un cálculo o una observación siempre empieza midiendo una magnitud y si esa magnitud es la temperatura dispones de varias escalas y, por tanto, de varias unidades de medida. Las escalas más conocidas son la Fahrenheit, la Celsius y la Kelvin.

Fahrenheit y Celsius: los grados

La escala de temperatura más común en Estados Unidos es la *escala Fah renheit*, que mide la temperatura en grados *Fahrenheit*. Por ejemplo, la temperatura de la sangre en un humano sano es de 98,6 °F (la *F* indica que estás usando la escala Fahrenheit). En esta escala, el agua pura se congela a 32 °F y hierve a 212 °F.

Sin embargo, en Europa se usa mucho más la escala Celsius (antes llamada *escala centígrada*), cuya unidad es el grado Celsius. En este sistema, el agua se congela a 0 °C y hierve a 100 °C. La correspondencia entre ambos sistemas de medición de temperaturas (tomadas al nivel del mar, porque cambian a medida que aumenta la altitud) es la siguiente:

- ✔ **Punto de congelación del agua:** 32 °F = 0 °C.
- ✔ **Punto de ebullición del agua:** 212 °F = 100 °C.

Si realizas los cálculos verás que en la escala Fahrenheit hay 180° entre el punto de congelación y el punto de ebullición del agua, mientras que en la Celsius solo hay 100°, así que el cociente de conversión es 180/100 = 18/10 = 9/5. Y no olvides que las mediciones tienen además, un desplazamiento de 32° (el punto de 0° en la escala Celsius corresponde al punto de 32° en la escala Fahrenheit). Teniendo esas dos cosas en cuenta, es muy fácil pasar de grados Celsius a grados Fahrenheit o viceversa; basta con recordar estas dos ecuaciones:

- ✔ **Fahrenheit a Celsius:** $C = \frac{5}{9}(F - 32)$
- ✔ **Celsius a Fahrenheit:** $F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$

Por ejemplo, la temperatura sanguínea de un ser humano sano está en torno a 98,6 °F. ¿A qué equivale en la escala Celsius? No hay más que introducir los números:

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

$$= \frac{5}{9}(98.6 - 32) \approx 37.0°C$$

Parte de cero con la escala Kelvin

En el siglo XIX, William Thompson pensó un tercer sistema para medir la temperatura que es el que se usa habitualmente en física: la escala Kelvin (Thompson recibió más tarde el título de lord Kelvin), cuya unida es el kelvin, unidad de temperatura en el Sistema Internacional. La escala Kelvin ha adquirido tal protagonismo que las escalas Fahrenheit y Celsius se definen a partir de la Kelvin, la cual se basa en el concepto de cero absoluto.

Análisis del cero absoluto

Las moléculas se mueven cada vez más despacio a medida que desciende la temperatura. En el *cero absoluto*, las moléculas casi se detienen por completo, lo que significa que ya no se pueden enfriar más. (En realidad no se detienen del todo porque a escala molecular nos movemos en el terreno de la mecánica cuántica. Cuando las moléculas tienen la menor cantidad posible de energía, aún conservan la *energía del punto cero*.) Ningún sistema de refrigeración del mundo (o del universo) puede enfriar más allá del cero absoluto.

La escala Kelvin toma el cero absoluto como su punto 0 y recuerda que a partir de ahí se miden *kelvins* y no grados; el símbolo del kelvin es K, así que lo correcto es decir que algo está a cien kelvins (no a cien grados), es decir, a 100 K y no a 100 °K. Aunque esta unidad es la que se usa para la temperatura en el Sistema Internacional, en la práctica te encontrarás más a menudo con grados Celsius en muchos textos.

Las equivalencias de los kelvins



Cada kelvin mide lo mismo que un grado Celsius, por lo que la conversión entre kelvins y grados Celsius resulta muy sencilla. El cero absoluto en la escala Celsius está en –273,15 °C, que corresponde a 0 K.



Para realizar conversiones entre las escalas Celsius y Kelvin, aplica las siguientes fórmulas:

- ✔ **Celsius a Kelvin:** $K = C + 273{,}15$
- ✔ **Kelvin a Celsius:** $C = K - 273{,}15$



Y para pasar de kelvins a grados Fahrenheit, puedes emplear esta fórmula:

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)(K - 273{,}15) + 32$$
$$= \left(\frac{9}{5}\right)K - 459{,}67$$

(O también puedes convertir kelvins a grados Celsius y después emplear las fórmulas de conversión que aparecen en el apartado anterior titulado “Fahrenheit y Celsius: los grados”.)

¿A qué temperatura hierve el agua en kelvins? Pues bien, si el agua pura hierve a 100 °C al nivel del mar, con introducir los números en la fórmula, obtendrás:

$$K = C + 273{,}15$$
$$= 100 + 273{,}15 = 373{,}15\ \text{K}$$

El agua hierve a 373,15 K. El helio se vuelve líquido a 4,2 K; ¿a qué equivale eso en grados Celsius? Utiliza la fórmula:

$$C = K - 273{,}15$$
$$= 4{,}2 - 273{,}15 = -268{,}95°\text{C}$$

El helio se licúa a –268,95 °C. Bastante fresquito.

Llega el calor: la dilatación térmica

Algunos frascos con tapadera de rosca se resisten mucho a la hora de abrirlos, lo cual resulta exasperante cuando estás deseando hincarle el diente a unos pepinillos. Tal vez recuerdes haber visto a tu madre poner bajo el chorro de agua caliente las tapas más obstinadas. Lo hacía porque el calor dilata la tapa, lo que suele facilitar mucho la tarea de girarla.

En el nivel molecular, la dilatación térmica se produce porque al calentar los objetos, las moléculas rebotan más deprisa. (No obstante, fíjate en que esta relación entre el calor y la dilatación no ocurre

con todos los materiales; por ejemplo, el agua se vuelve más densa al aumentar su temperatura de 0 a 4 °C.)

En este apartado trataremos en primer lugar la dilatación lineal de los sólidos, es decir, cómo se alargan los objetos sólidos cuando aumenta la temperatura. Luego verás la dilatación térmica en tres dimensiones, para que observes los cambios de volumen tanto en sólidos como en líquidos. (Para profundizar en la dilatación térmica de los gases, pasa al capítulo 16.)

La dilatación lineal: objetos más largos

Cuando se habla de dilatación de un sólido en una sola dimensión por efectos del calor, se está hablando de *dilatación lineal*. La figura 14-1 ilustra este fenómeno.

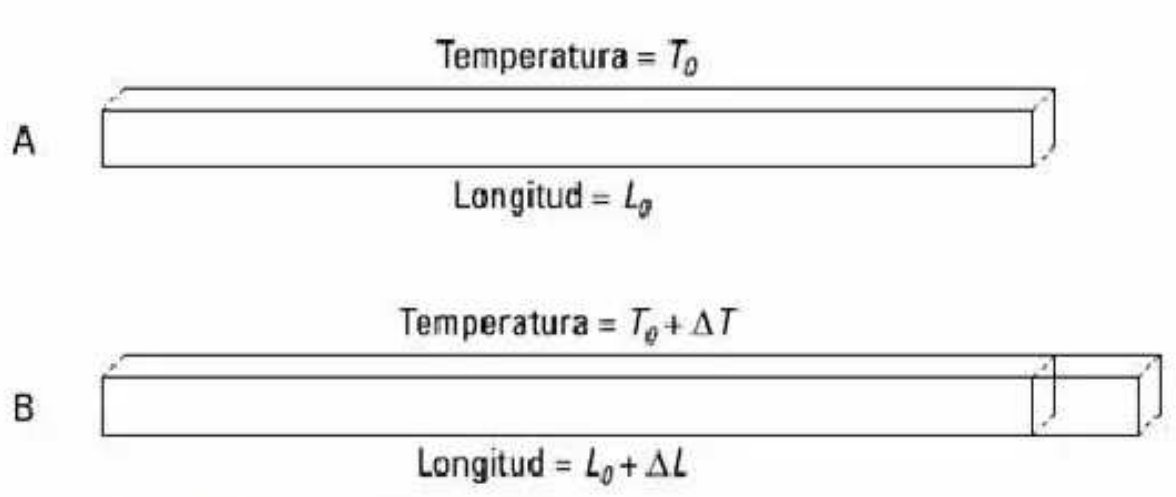


Figura 14-1:
La dilatación lineal suele producirse al aplicar calor a un objeto sólido

Relación entre la variación de temperatura y la longitud

Al dilatarse un objeto sólido por efecto de la temperatura, la variación de la longitud de dicho objeto, ΔL, es proporcional a la variación de su temperatura, ΔT. Esta relación se puede expresar en forma de ecuación.

Nota: Aunque en otros capítulos hayamos representado los valores iniciales mediante el subíndice *i* (L_i, por ejemplo), aquí vas a ver un cero (L_0, por ejemplo) porque es lo que encontrarás con más frecuencia en otros textos con esta clase de ecuaciones.

Primero, imagina que elevas un poco la temperatura de un objeto:

$$T = T_0 + \Delta T$$

donde T es la temperatura final, T_0 representa la temperatura inicial y ΔT simboliza la variación de la temperatura. La variación de la temperatura da lugar a una dilatación en todas las direcciones lineales de:

$$L = L_0 + \Delta L$$

donde L representa la longitud final del sólido, L_0 es su longitud inicial y ΔL representa la variación de la longitud.

Lo que se expande un sólido al calentarse es proporcional a lo que ha cambiado la temperatura. En otras palabras, $\Delta L/L_0$ (la proporción de expansión del sólido respecto a su tamaño original) es proporcional a ΔT (el incremento de temperatura).

La constante de proporcionalidad, que ayuda a determinar con exactitud cuánto se expandirá un objeto, depende del material del que esté hecho el objeto. La constante de proporcionalidad es el *coeficiente de dilatación lineal*, representado mediante el símbolo α. Esa relación se puede escribir en forma de ecuación de la siguiente manera:

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \Delta T$$



Esta es la forma estándar de la ecuación para la dilatación lineal, para hallar ΔL:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$



Se suele expresar α, el coeficiente de dilatación lineal, como 1/°C (es decir, en $°C^{-1}$). Sin embargo, como los grados Celsius y los kelvins tienen el mismo tamaño, cualquier diferencia de temperatura medida en grados Celsius tiene la misma magnitud que medida en kelvins. Por tanto, para convertir el coeficiente de dilatación lineal de grados Celsius a kelvins, basta con cambiar los símbolos, sin hacer ninguna operación matemática.

Los problemas de física dan esos coeficientes cuando resultan necesarios para resolverlos. Pero, por si acaso, esta es una página de Internet muy útil donde aparece una lista del coeficiente de diversos materiales:

www.engineeringtoolbox.com/linear-expansion-coefficientsd_95.html.

Trabajos en la vía: un ejemplo de dilatación lineal

Son mucho los proyectos de construcción que deben tener en cuenta la dilatación lineal. Por ejemplo

Son muchos los proyectos de construcción que deben tener en cuenta la dilatación lineal. Por ejemplo, allá donde un puente se une a la superficie de la carretera tiene que haber juntas de dilatación. Cuando sube la temperatura, esas juntas permiten que los materiales del puente se dilaten sin deformarse ni romperse.

Vamos a pensar en otro ejemplo. Imagina que te llaman para supervisar una vía férrea nueva. Observas con atención las vías de 10 m de longitud y percibes que en los extremos solo mantienen 1 mm de separación. "¿A qué temperatura se llega en verano por estos lares?", preguntas.

"¿Temperatura en verano? —se carcajea el ingeniero jefe—. ¿Por si las vías se *funden*?"

Todo el mundo se mofa de tu ignorancia al verte consultar los datos históricos de temperatura, con los que compruebas que durante un verano normal, las vías pueden alcanzar una temperatura de 50 °C. El coeficiente de dilatación lineal del acero del que están hechos los raíles se acerca a $1{,}2 \times 10^{-5}$ $°C^{-1}$. Así que ¿cuánto se dilatará un raíl normal durante los días estivales más tórridos? Sabes que:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

Al introducir los datos numéricos obtienes la siguiente dilatación:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T = (1{,}2 \times 10^{-5} °C^{-1})(10\ \text{m})(50 °C^{-1}) = 6 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

En otras palabras, debes contar con que los raíles se dilatarán 6×10^{-3} m, o 6 mm en pleno verano. Sin embargo, entre un raíl y el siguiente solo queda 1 mm. La compañía ferroviaria está en un lío.

Alzas la vista hacia el ingeniero jefe y le dices: "Usted y yo vamos a tener una cálida y dilatada charla sobre física".

La dilatación volumétrica

La dilatación lineal, como su propio nombre indica, se produce en una sola dimensión, pero el mundo tiene tres dimensiones. Si un objeto experimenta un cambio pequeño de temperatura de tan solo unos pocos grados, se puede afirmar que el volumen del sólido o el líquido cambiará de manera proporcional a la variación de la temperatura. Mientras la variación térmica sea pequeña, la dilatación del sólido respecto a su tamaño original, $\Delta V/V_0$, es proporcional a la variación de la temperatura, ΔT (ΔV representa el incremento de volumen y V_0 es el volumen inicial).

La constante que interviene en la dilatación del volumen se denomina *coeficiente de dilatación volumétrica* y se representa mediante el símbolo β, y al igual que α, suele medirse en $°C^{-1}$. Esta es la manera de expresar la ecuación para la dilatación volumétrica usando β:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \beta \Delta T$$



Al despejar ΔV se obtiene la ecuación estándar de la expansión volumétrica:

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T$$

Acabas de encontrar el análogo (o equivalente) de la ecuación $\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$ de la dilatación lineal

(mira el apartado previo titulado “La dilatación lineal: Objetos más largos”).



Si la variación de la longitud y de la temperatura es pequeña, te encontrarás con que $\beta = 3\alpha$ para la mayoría de los sólidos. Esto tiene sentido porque pasas de una dimensión a tres. Por ejemplo, en el caso del acero, α es $1{,}2 \times 10^{-50}\ C^{-1}$ y β es $3{,}6 \times 10^{-50} C^{-1}$. Los líquidos también experimentan una dilatación volumétrica lineal, pero esta relación entre β y α no se aplica normalmente.

Camiones cisterna: la dilatación de los líquidos

Imagina que estás en una refinería de petróleo y te das cuenta de que los operarios están llenando los tanques de 20.000 L de los camiones cisterna hasta el mismo borde justo antes de transportarlos en un día de verano especialmente caluroso. “Uyuyuy”, piensas al tiempo que sacas la calculadora. En el caso de la gasolina, $\beta = 9{,}5 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$, y has calculado que a pleno sol hay 10 °C más que dentro del edificio, así que el incremento del volumen de la gasolina será:

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T = (9{,}5 \times 10^{-4} °C^{-1})(20\,000\ L)(10°C) = 190\ L$$

No son buenas noticias para la refinería porque los tanques de gasolina de 20.000 L que van llenos a rebosar tendrán que llevar 190 L más de gasolina cuando se expongan al sol. Los tanques en sí también se dilatarán, pero el coeficiente de dilatación del acero (β) es mucho menor que el de la gasolina. ¿Se lo comunicas a los operarios de la refinería? ¿O pides antes un aumento de sueldo?

Primero negocias tus pingües honorarios y después procedes a explicarle el problema al encargado. “¡Atiza! —exclama—. ¡Hemos estado perdiendo gasolina por los tapones superiores de los tanques!” Y a continuación detiene los camiones y ordena sacar algo de gasolina de cada uno de ellos antes de que emprendan la ruta.

Radiadores: dilatación de líquidos y recipientes

Radiadores: dilatación de líquidos y recipientes

El encargado de una refinería de petróleo se da cuenta de que sus subordinados están llenando los radiadores de los camiones hasta el mismo borde y les grita: "¿Y qué hay de la dilatación volumétrica? ¡El refrigerante se saldrá de los radiadores en cuanto se calienten!". En efecto, el refrigerante se dilatará. Pero todo el mundo llena los radiadores hasta el borde, ¿no?

La mayoría de los coches disponen de un depósito de plástico para recuperar el líquido cuando rebosa. Entonces, ¿corren o no corren peligro los radiadores de la compañía petrolera? En cada radiador caben 14 L de refrigerante, es decir, $1{,}4 \times 10{-}2 m^3$, y hay un rebosadero con capacidad para 1 L, que son $10{-}3 m^3$. ¿Soltará algún radiador más líquido del que cabe en el rebosadero?

Sacas el cuaderno y anotas que en el radiador caben $1{,}4 \times 10^{-2}$ m³ de refrigerante; por casualidad sabes que el coeficiente β del refrigerante es $\beta = 4{,}1 \times 10{-}4°C{-}1$. Esta vez quieres calcularlo con precisión y tienes en cuenta también la dilatación del radiador. El radiador está hecho de cobre (con una capa exterior muy fina de aluminio que en este caso puedes obviar), así que $\beta = 5{,}1 \times 10^{-5}$ °C⁻¹. Si el radiador parte de 20 °C y la temperatura que alcanza cuando está en funcionamiento es de 92 °C, ¿bastará un rebosadero con capacidad para 1 L (10^{-3} m³) para recuperar todo el refrigerante que se desborde?

El encargado te observa con inquietud mientras realizas los cálculos. Esta es la fórmula para la dilatación del refrigerante:

$$\Delta V_{re} = \beta_{re} V_{0re} \Delta T$$

Sabes que $\beta re = 4{,}1 \times 10^{-4}$ °C⁻¹, $V_{0re} = 1{,}4 \times 10^{-2}$ m³ y $\Delta T = 92$ °C – 20 °C = 72 °C en este ejemplo. Aplica la fórmula a esos datos y resuelve las operaciones:

$$\Delta V_{re} = \beta_{re} V_{0re} \Delta T = 4{,}2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Vale, así que el refrigerante se dilatará $4{,}2 \times 10^{-4}$ m³, lo que equivale a 0,42 L. Pero el radiador también se dilatará, lo que significa que podrá albergar más cantidad de refrigerante. Esta vez quieres tener en cuenta esa dilatación para llegar a una respuesta más exacta.

Como el radiador es de cobre, se dilatará lo mismo que si fuera de cobre macizo, lo que facilita los cálculos. Esta es la variación de volumen que experimentará el radiador:

$$\Delta V_{ra} = \beta_{ra} V_{0ra} \Delta T$$

En este caso, $\beta ra = 5{,}1 \times 10^{-5}$ °C⁻¹, $\Delta V_{0ra} = 1{,}4 \times 10^{-2}$ m³ y $\Delta T = 92$ °C – 20 °C = 72 °C. Introduce los datos y calcula:

$$\Delta V_{ra} = \beta_{ra} V_{0ra} \Delta T$$

$$= (5{,}1 \times 10^{-5}\,°C^{-1})(1{,}4 \times 10^{-2}\,m^3)(72°C)$$
$$\approx 5{,}2 \times 10^{-5}\,m^3$$

La cantidad de líquido que rebosará es igual a la dilatación del refrigerante menos la dilatación del radiador, así que con tus datos y haciendo los cálculos resulta que:

$$\Delta V = \Delta V_{re} - \Delta V_{ra}$$
$$= 4{,}2 \times 10^{-4}\,m^3 - 5{,}2 \times 10^{-5}\,m$$
$$\approx 3{,}7 \times 10^{-4}\,m^3$$

Por tanto, de cada radiador rebosará algo más de un tercio de litro, mientras que el depósito rebosadero tiene capacidad para 1 L de volumen. Así que te giras hacia el encargado y le comunicas: "Los radiadores están bien, tienen bastante margen de seguridad".

"Fantástico", responde el encargado.

El calor: sigue el flujo de la energía térmica

¿Qué es el calor en realidad? Cuando tocas un objeto caliente, el calor pasa del objeto a ti y tú lo notas en las terminaciones nerviosas. Cuando tocas un objeto frío, el calor pasa de ti a ese objeto y de nuevo notas lo que sucede en las terminaciones nerviosas. Los nervios hacen que percibas los objetos como fríos o como calientes: porque el calor fluye de ellos hacia ti o de ti hacia ellos.

Para entender el calor, hay que entender la energía térmica. La *energía térmica* es la que alberga un cuerpo a causa de la vibración de sus moléculas: la energía almacenada por el movimiento molecular interno de un objeto. La temperatura de cualquier objeto suele aumentar con su energía térmica. Cuando dos objetos entran en contacto, la energía térmica tiene libertad para intercambiarse entre ellos. Si no se produce ningún flujo de energía térmica entre ellos, entonces están en *equilibrio térmico*. En otras palabras, se dice que dos objetos en equilibrio térmico tienen la misma *temperatura*. Si, por el contrario, hay flujo de energía térmica entre ellos (dos objetos cuyas temperaturas son una mayor que la otra entran en contacto y la energía térmica fluye del más caliente al más frío) entonces no están en equilibrio térmico.



El *calor* es energía térmica que fluye desde un objeto con temperatura mayor hacia otro de temperatura menor. La unidad de esta energía en el Sistema Internacional es el julio (J), la misma que se emplea para expresar otras formas de energía y el trabajo (mira el capítulo 9).

Una *caloría* se define como la cantidad de calor necesaria para elevar en 1 °C la temperatura de 1 g de agua. Así que 1 caloría = 4,186 J. En el campo de la nutrición se emplea la unidad *Caloría* (con ce mayúscula), cuyo símbolo es Cal, para medir la energía de los alimentos; así, 1 Cal equivale a 1.000 cal (o, lo que es lo mismo, 1 kcal), y, por tanto, 1 Cal = 4.186 J. En ingeniería se usa además otra unidad de medida: la unidad térmica británica (Btu). Una Btu es la cantidad de calor necesaria para elevar en 1 °F una libra de agua (1 Lb). Para realizar conversiones puedes recurrir a la relación

1 Btu = 1.055 J.

Este apartado trata sobre el calor y cómo afectan los cambios de energía a la temperatura. También se habla de los cambios de fase, que son situaciones especiales en las que una sustancia puede absorber calor sin cambiar de temperatura.

Detalles sobre la variación de temperatura

Para una temperatura dada, la energía térmica que se puede retener depende del material de que se trate. Por ejemplo, una patata caliente retiene el calor durante más tiempo (tal como revela la lengua) que un material más ligero, como un algodón de azúcar. ¿Por qué? Pues porque la patata retiene más energía térmica ante un cambio de temperatura determinado; por tanto, para enfriar la patata debe fluir más calor que para enfriar un algodón de azúcar. La medida de la cantidad de calor que puede retener un objeto de una masa determinada a una temperatura específica es su capacidad calorífica específica o *calor específico*.

Imagina que alguien pone café a calentar. Compruebas que hay exactamente 1 kg de café en la jarra de cristal, y entonces te centras en los datos. Averiguas que necesitas 4.186 J de energía calorífica para elevar en 1 °C la temperatura del café, pero te bastan 840 J para elevar en 1 °C la temperatura de 1 kg de cristal; por tanto, el calor específico del café es distinto del que tiene el cristal. La energía pasa a la sustancia que se está calentando, que la guarda en forma de energía hasta que se vierte de nuevo.
(**Nota**: Si necesitas 4.186 J para subir en 1 °C la temperatura de 1 kg de café, entonces precisarás el doble, 8.372 J, para elevar en 1 °C la de 2 kg de café, o para elevar en 2 °C la temperatura de 1 kg.)

La siguiente ecuación relaciona la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de un

objeto con la variación de la temperatura y la cantidad de masa implicados:

$$Q = cm\Delta T$$

en esa ecuación Q es la cantidad de energía calorífica que interviene (medida en julios si se trabaja en unidades del Sistema Internacional), m es la masa, ΔT es la variación de la temperatura y c el *calor específico*, que es una constante que depende del material y se mide en julios por kilogramo-

grado Celsius, es decir, J/(kg.-°C). En el capítulo 16 encontrarás calculado el calor específico en el caso especial de un gas ideal, pero por lo común los físicos evalúan el calor específico mediante la experimentación, de modo que la mayoría de los problemas dan el valor de c o remiten a una tabla con el valor del calor específico de diversos materiales.

Puedes usar la ecuación del calor para hallar cómo cambia la temperatura al mezclar líquidos a distintas temperaturas. Imagina que tienes 45 g de café en una taza que se te han enfriado mientras calculabas el calor específico del café, así que llamas a tu anfitrión. El café está a 45 °C pero a ti te gusta tomarlo a 65 °C. El anfitrión se levanta para echar un poco más a la taza. "¡Aguarda un minuto! —le dices—. El café de la jarra está a 95 °C. Déjame calcular con exactitud cuánto debes añadir."

La siguiente ecuación representa la pérdida de calor que experimentará la nueva masa de café, m_1:

$$\Delta Q_1 = cm_1(T - T_{1,0})$$

Y este es el calor que ganará el café que ya tenías, masa m_2:

$$\Delta Q_2 = cm_2(T - T_{2,0})$$

Supón que la taza tiene una enorme capacidad aislante y que del sistema no sale energía por ningún sitio; como la energía ni se crea ni se destruye, dentro de ese sistema cerrado se conservará la energía; por tanto, el calor que pierda el café vertido en la taza será el mismo calor que gane el café que ya estaba en ella, así que:

$$\Delta Q_1 = -\Delta Q_2$$

De manera que puedes afirmar lo siguiente:

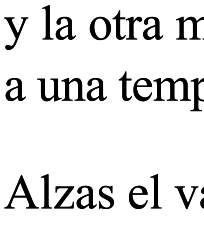
$$cm_1(T - T_{1,0}) = -cm_2(T - T_{2,0})$$

Al dividir los dos lados por el calor específico, c, e introducir los datos, obtienes lo siguiente:

$$m_1\left(T - T_{1,0}\right) = m_2\left(T - T_{2,0}\right)$$
$$m_1\left(65°\text{C} - 95°\text{C}\right) = -\left(0{,}045\ \text{kg}\right)\left(65°\text{C} - 45°\text{C}\right)$$
$$m_1 = \frac{-\left(0{,}045\ \text{kg}\right)\left(65°\text{C} - 45°\text{C}\right)}{\left(65°\text{C} - 95°\text{C}\right)}$$
$$m_1 = 0{,}03\ \text{kg}$$

De modo que hay que añadir 0,03 kg, es decir, 30 g de café. Satisfecho con el resultado, apartas la calculadora y le dices: “Échame exactamente 30 g de ese café”.

Encuentros en otra fase: añade calor sin alterar la temperatura



Los *cambios de fase* se producen cuando la materia cambia de estado y pasa de líquida a sólida (como cuando el agua se congela), de sólida a líquida (como cuando la roca se funde y se convierte en lava), de líquida a gaseosa (como cuando hierves agua para el té), etcétera. Cuando la materia pasa a otro estado (líquido, sólido o gaseoso, aunque también puedes contar un cuarto estado: el plasma, un estado semejante al gaseoso pero supercaliente), parte del calor entra o sale del proceso sin alterar la temperatura.

Incluso puede darse el caso de que un sólido se transforme directamente en gas. Cuando el hielo seco (dióxido de carbono congelado) se calienta, se convierte en dióxido de carbono gaseoso. Este proceso se denomina *sublimación*.



Imagina que estás tomándote tranquilamente una limonada durante una fiesta al aire libre. Le añades un poco de hielo para enfriarla y la mezcla que tienes en el vaso consiste ahora en una mitad de hielo y la otra mitad de limonada (que puedes contar con que tiene el mismo calor específico que el agua), a una temperatura exacta de 0 °C.

Alzas el vaso y observas lo que sucede: el hielo empieza a fundirse, pero el contenido del vaso no cambia de temperatura. ¿Por qué? El calor (energía térmica) que entra en el vaso desde el aire de fuera está fundiendo el hielo, en lugar de calentar la mezcla. ¿Quiere esto decir que la ecuación de la energía térmica ($Q = cm\Delta T$) no sirve para nada? En absoluto, solo indica que esa ecuación no es aplicable a los cambios de fase.

Rompe el hielo con gráficas de cambio de fase

Al plasmar en una gráfica el calor añadido a un sistema en función de la temperatura del sistema, la línea de la gráfica suele estar inclinada hacia arriba. Al añadir calor, aumenta la temperatura. Sin embargo, la línea se vuelve horizontal durante los cambios de fase, porque en el nivel molecular se precisa energía para lograr que una sustancia cambie de estado. Una vez que todo el material ha cambiado de estado, ya puede volver a aumentar la temperatura.

Imagina que alguien pone una bolsa de hielo sobre la estufa sin darse cuenta. Antes de estar en contacto con la estufa, la temperatura del hielo era de –5 °C, es decir, inferior al punto de congelación del agua pero ahora esa temperatura empieza a cambiar. Observa el cambio que se produce en la gráfica de la figura 14-2.

Mientras no hay cambio de fase, rige la ecuación $Q = cm\Delta T$ (el calor específico del hielo ronda los 2×10^{-3} J/kg·°C), lo que significa que la temperatura del hielo aumentará de manera lineal al aportarle calor, tal como se ve en la gráfica.

Sin embargo, cuando el hielo alcanza los 0 °C, la sustancia se calentará demasiado como para mantenerse en ese estado sólido y empezará a fundirse, es decir que experimentará un cambio de fase. Para fundir el hielo y romper su estructura cristalina hace falta energía; la energía necesaria para fundir el hielo se aporta en forma de calor. Por eso la línea de la figura 14-2 se torna horizontal por el centro: el hielo se está fundiendo. Hace falta calor para que el hielo cambie de fase y se convierta en agua, así que, aunque la estufa añada calor, la temperatura del hielo no cambiará mientras se esté fundiendo.



Figura 14-2:
Cambios de fase del agua

Sin embargo, contemplas la bolsa de hielo sobre la estufa y notas que todo el hielo acaba

Sin embargo, contemplas la bolsa de hielo sobre la estufa y notas que todo el hielo acaba fundiéndose, es decir, transformándose en agua líquida. Como la estufa sigue aportando calor, la temperatura del agua empieza a subir, lo cual se ve en la figura 14-2; el proceso continúa y llega un momento en que el agua empieza a borbotear. "¡Ajá! —te dices—, otro cambio de fase." Y no te equivocas: el agua está hirviendo y convirtiéndose en vapor. La bolsa que guarda el hielo parece bastante resistente y se hincha a medida que el agua se transforma en vapor.

Mides la temperatura del agua. Fascinante: aunque el agua está hirviendo, transformándose en vapor, la temperatura no cambia. De nuevo, hay que añadir calor para lograr un cambio de fase, esta vez de agua a vapor. En la figura 14-2 se ve que a medida que se añade calor, el agua hierve pero su temperatura no varía.

¿Qué le ocurrirá a continuación al vapor, cuando la bolsa se hinche hasta alcanzar un volumen enorme? Nunca lo sabrás, porque la bolsa acaba explotando. Seleccionas algunos jirones de la bolsa y los examinas en detalle. ¿Cómo sabes cuánto calor se necesita para que un objeto cambie de estado? ¿Qué añadirías a la ecuación de la energía calorífica para tener en cuenta los cambios de fase? Aquí es donde entra la noción de calor latente.

Qué es el calor latente

El *calor latente* es el calor que hay que añadirle o quitarle a un kilogramo de masa para hacer que un objeto cambie de fase; en otras palabras, el calor latente es el calor necesario para lograr que se produzca un cambio de fase. Su unidad en el Sistema Internacional es el julio por kilogramo (J/kg).



Se reconocen tres tipos de calor latente, cada uno de los cuales corresponde a un cambio de fase entre sólido, líquido y gas. Son los que siguen:

- **El calor latente de fusión, L_f.** Es el calor necesario por kilogramo para cambiar de la fase sólida a la líquida, como cuando el agua se convierte en hielo o el hielo se transforma en agua.
- **El calor latente de evaporación, L_e.** Es el calor necesario por kilogramo para cambiar de la fase líquida a la gaseosa, como cuando el agua hierve o cuando el vapor se condensa en agua.
- **El calor latente de sublimación, L_s.** Es el calor necesario por kilogramo para cambiar de la fase sólida a la gaseosa, como cuando el hielo seco se evapora.

El calor latente de fusión del agua, L_f, es de $3{,}35 \times 10^5$ J/kg, y su calor latente de evaporación, L_e, es

El calor latente de fusión del agua, L_f, es de $3{,}35 \times 10^5$ J/kg, y su calor latente de evaporación, L_e, es de $2{,}26 \times 10^6$ J/kg. Dicho de otra manera, se necesitan $3{,}35 \times 10^5$ J para fundir 1 kg de hielo a 0 °C (solo para fundirlo, no para alterar su temperatura); y se necesitan $2{,}26 \times 10^6$ J para que 1 kg de agua hierva y se transforme en vapor.



A continuación tienes la fórmula para la transferencia de calor durante cambios de fase; en ella ΔQ es la variación de calor, m es la masa y L es el calor latente:

$$\Delta Q = mL$$

Aquí, L sustituye los términos ΔT (la variación de temperatura) y c (el calor específico) de la fórmula para la variación de temperatura.

Imagina que estás en un restaurante con 100 g de agua del tiempo (25 °C) en un vaso, pero preferirías tener agua helada a 0 °C. ¿Cuánto hielo necesitarías? Obtendrás la respuesta usando las fórmulas del calor para la variación de la temperatura y el cambio de fase.

Sacas el cuaderno y razonas que el calor absorbido por el hielo en proceso de fusión debe ser igual al calor que pierda el agua que quieres enfriar. Esta es la pérdida de calor del agua que enfrías:

$$\Delta Q_{agua} = cm\Delta T = cm(T - T_0)$$

donde ΔQ_{agua} es la pérdida de calor del agua, c es el calor específico del agua, m es la masa del agua, ΔT es la variación que experimenta la temperatura del agua, T es la temperatura final, y T_0 es la temperatura inicial.

Al introducir los números obtienes la cantidad de calor que debe perder el agua:

$$\begin{aligned}\Delta Q_{agua} &= cm(T - T_0) \\ &= (4186\ \text{J kg}^{-1}\ \text{K}^{-1})(0{,}1\ \text{kg})(0\ \text{K} - 25\ \text{K}) \approx -1{,}04 \times 10^4\ \text{J}\end{aligned}$$

Por tanto, el agua debe perder $1{,}04 \times 10^4$ J.

Entonces, ¿cuánto hielo fundirá esa cantidad de calor? Es decir, ¿cuánto hielo a 0 °C debes añadir para enfriar el agua hasta que esté a 0 °C? Pues será la siguiente cantidad, donde L_f se corresponde con el calor latente de fusión del hielo:

$$\Delta Q_{hielo} = m_{hielo} L_f$$

El valor de L_f en el caso del hielo es de 3,35 × 10^5 J/kg, así que llegas a esta respuesta:

$$\Delta Q_{hielo} = m_{hielo}(3{,}35 \times 10^5 \text{ J/kg})$$

Como sabes que esto debe coincidir con el calor perdido por el agua, puedes establecer esa igualdad, con cambio de signo, a ΔQ_{agua} o –1,04 × 10^4 J:

$$\Delta Q_{hielo} = -\Delta Q_{agua}$$
$$m_{hielo}(3{,}35 \times 10^5 \text{ J/kg}) = -(-1{,}04 \times 10^4 \text{ J})$$

En otras palabras,

$$m_{hielo} = \frac{1{,}04 \times 10^4 \text{ J}}{3{,}35 \times 10^5 \text{ J/kg}} = 3{,}1 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

De modo que necesitas 3,1 × 10^{-2} kg, o 31 g de hielo.

Así que te diriges al camarero y le dices: “Disculpe, ¿haría el favor de traerme exactamente 31 g de hielo a 0 °C justos?”.

Capítulo 15

Toma, ponte mi abrigo: cómo se transfiere el calor

En este capítulo

- Analizarás la convección natural y forzada
- Transferirás calor por conducción
- Encenderás la luz de la radiación

El *calor* es el flujo de energía térmica de un punto a otro (la información básica sobre el calor está en el capítulo 14). Constantemente se produce ante ti transferencia de calor; cuando cocinas pasta, ves que se forman corrientes de agua que arremolinan los espaguetis; si tocas la olla sin un guante protector, te quemas; si miras hacia el cielo en un día de verano, notas que se te calienta la cara; le dejas el abrigo a la persona con quien has quedado y compruebas que se caldean sus sentimientos hacia ti (¡por radiación, por supuesto!).

En este capítulo hablo de las tres formas fundamentales en que se transfiere el calor. Aquí descubrirás cómo predecir la velocidad a la que se calientan las asas de las ollas, por qué sube el calor y cómo calienta el Sol la Tierra.

Convección: deja que el calor fluya

La *convección* es una forma de transferencia de energía térmica (calor) dentro de un fluido. El fluido que fluye porta energía; al fluir se mezcla con el resto del fluido y durante ese proceso transfiere energía térmica; es decir que la energía térmica migra de una región con temperatura elevada a otra región cuya temperatura sea más baja.



La convección se da tanto en líquidos como en gases, ya que ambos son fluidos. Por lo general, *la flotabilidad* (la fuerza hacia arriba en la parte del fluido que es menos densa que el fluido

circundante), determina el movimiento del fluido. Los fluidos se dilatan al añadirles calor y eso altera su densidad (en el capítulo 14 tienes información sobre la dilatación térmica). Las zonas más frías y más densas del fluido tienden a hundirse, mientras que las más calientes, y menos densas, suben, lo que induce una corriente en el fluido.

La figura 15-1 muestra un corte transversal de una olla llena de agua a punto de entrar en ebullición. El agua del fondo se calienta, se dilata y asciende porque ha aumentado su flotabilidad. El fluido caliente transporta energía térmica desde el fondo de la olla hasta la parte superior.

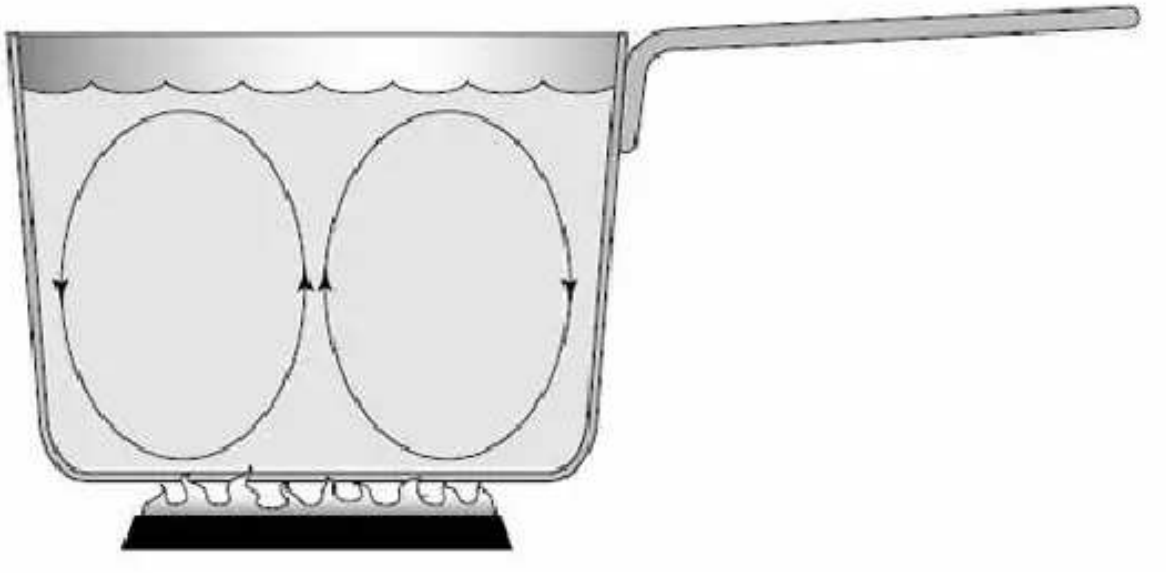


Figura 15-1:
Una olla de agua hirviendo permite observar la convección

La convección puede ser natural o forzada; en los siguientes apartados conocerás los detalles de ambos tipos.

Los fluidos calientes suben: en marcha por la convección natural

Tal vez hayas oído decir que el calor sube, que es una manera de describir la convección. Sin embargo, sería más preciso afirmar que los fluidos calientes suben. En sustancias en las que la convección puede darse libremente (es decir, en gases y líquidos), el efecto de la flotabilidad hace que el material más caliente suba y el más frío se quede abajo.

Si vives en una casa de dos plantas, habrás notado que en la planta baja siempre se está más fresco que en el primer piso. El aire caliente sube por flotabilidad, lo que impulsa la convección. Se dice que es *convección natu ral*, ya que no está provocada por causas externas.



Para entender cómo funciona la convección natural, piensa en el nivel microscópico. Toda sustancia consiste en moléculas, partículas diminutas que se mueven a velocidades diversas. Cuando un gas o

un líquido se calientan, las moléculas se mueven más deprisa. Si parte de la sustancia está en contacto con una fuente de calor (como una chimenea en el suelo de una habitación o la cocina donde se calienta una olla con agua), las moléculas próximas a la fuente de calor se calientan; al estar más calientes tienen más energía cinética, así que se mueven a mayor velocidad que otras más frías (las que están más lejos de la fuente de calor) y chocan con más fuerza contra las demás moléculas.

Esas moléculas que se mueven más deprisa y chocan con más fuerza hacen que el fluido sea menos denso en las zonas que las circundan; dicho de otra manera, tienen más energía con la que apartar de su camino las moléculas que encuentran. A su vez, las moléculas que acaban de recibir un empujón ganan energía y desplazan a otras que se interpongan en su camino, así que la masa de fluido más cercana a la fuente de calor se vuelve menos densa.

Resulta que al perder densidad, y para un volumen constante, la materia pesa menos y, si esa materia es un fluido, sube. Y al contrario, un cierto volumen de un fluido, al hacerse más denso, se hunde por acción de la gravedad.

Toda la gente que ha viajado alguna vez en avión ha experimentado la convección natural en forma de turbulencias. Las turbulencias se deben a que el Sol calienta la Tierra, lo que a su vez calienta el aire situado sobre ella. El aire caliente sube por la atmósfera y los aviones atraviesan esas columnas ascendentes de aire caliente. Al mirar por la ventana del avión, en ocasiones también se divisan aves subidas a estas columnas, llamadas *corrientes térmicas*. Si alguna vez ves un pájaro que asciende sin mover las alas lo más probable es que vaya montado sobre una corriente térmica.



El control del flujo con la convección forzada

La convección natural se basa en el hecho de que los fluidos calientes suben y transfieren calor. Pero a veces la convección natural se produce en el sentido opuesto al deseado. La *convección forzada*

permite controlar el desplazamiento del fluido caliente o frío, por ejemplo, mediante el empleo de un ventilador o una bomba.

Piensa en una habitación en un día frío de invierno. Como el calor sube, el aire más caliente de la estancia migra hacia el techo, mientras que el aire frío de la habitación se queda cerca del suelo, justo donde tú estás. Aunque al principio notabas el ambiente bastante acogedor, cuando el aire caliente se ha concentrado en el techo y el frío, en el suelo, notas bastante fresco. Y todo por la acción de convección natural. Pero puedes hacer algo, como poner en marcha el ventilador que cuelga del techo. Lo que va a hacer el aparato es forzar la circulación del aire, así que el aire caliente próximo al techo de la habitación acaba llegando a la parte inferior, justo donde estás tú. Solo tienes que tomar la precaución de ponerlo a funcionar a baja velocidad para no formar brisa.

La convección forzada está por todas partes. Los ventiladores de un ordenador de sobremesa, por ejemplo, generan convección forzada (y el poco espacio que tiene el ventilador en los ordenadores portátiles ha provocado numerosos problemas de recalentamiento). Las neveras usan ventiladores para expulsar el calor, basándose de nuevo en la convección forzada.

La convección natural es la forma más común de transferencia de calor en el interior de cualquier horno convencional (no así los microondas, que usan radiación electromagnética para excitar las moléculas del agua de los alimentos; en el capítulo 19 hay más detalles). En los hornos tradicionales, la flotabilidad del aire caliente distribuye el calor. Los *hornos de convección* tienen un ventilador que aumenta la transferencia de calor por convección. El ventilador hace que el aire que hay dentro del horno se mueva más y, por tanto, reparte el calor más deprisa.



Un último ejemplo, esta vez de una convección forzada que se produce dos veces dentro del mismo sistema. Los coches generan gran cantidad de calor cuando están en marcha. Para mantener frío el motor, cuentan con una bomba que hace circular el líquido refrigerante por el motor. Ese líquido transfiere el calor fuera del motor hacia el radiador para que el coche no se sobrecaliente. Y, a su vez, el radiador es otro ejemplo de convección forzada porque mueve el aire, no con un ventilador que enfría, sino con el movimiento del propio coche: el coche introduce aire a través del radiador mientras circula y lo enfría. Cuando el coche no se mueve, el motor genera menos calor, así que disminuye la necesidad de disipar el calor del radiador.

¿Demasiado caliente para tocarlo? Has contactado con la conducción

La *conducción* transfiere calor directamente a través de la materia, por contacto. Echa una ojeada a la olla de mango metálico que aparece en la figura 15-2. ¿Te animarías a retirarla del fuego sin usar

la olla de mango metálico que aparece en la figura 15-2. ¿Te animarías a retirarla del fuego sin usar un guante de cocina? Probablemente no. El mango está caliente debido a la conducción del calor a través del metal.

Las moléculas cercanas a la fuente de calor se calientan y empiezan a vibrar más deprisa. Rebotan con las moléculas de los alrededores y las obligan a moverse más deprisa. Y cuanto más borbotea el líquido, más se calienta.

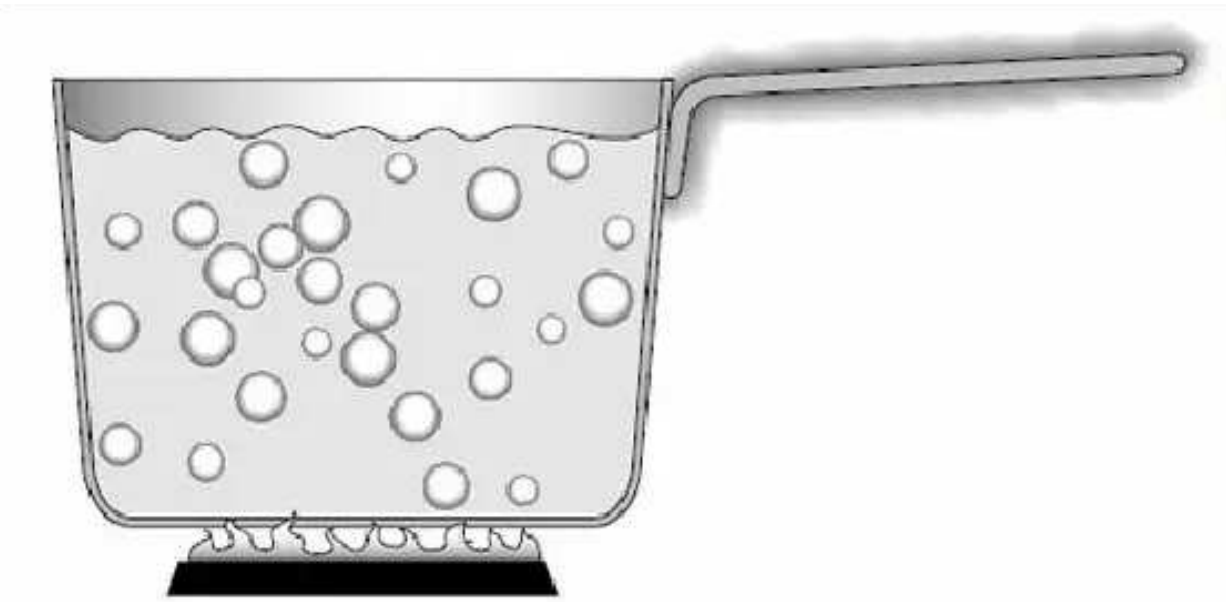


Figura 15-2:
La conducción calienta la olla que contiene el agua en ebullición.

Algunos materiales, como la mayoría de los metales, conducen el calor mejor que otros, como la porcelana, la madera o el cristal. La manera en que cada sustancia conduce el calor depende en gran

medida de su estructura molecular, así que cada material reacciona de forma diferente.



Cómo llegó el elefante a tener esas orejas: una lección de física a través de la anatomía

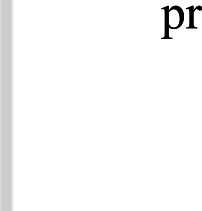
A medida que los cuerpos crecen, el volumen aumenta más que la superficie. Enfriar un cuerpo más grande es más difícil porque para cada unidad de volumen del cuerpo hay menos superficie por la que pueda escapar el calor. Esta idea también se aplica a los animales y, en parte, explica por qué a los elefantes les resulta tan útil tener esas enormes orejas. Como es tan voluminoso, un elefante necesita conducir gran cantidad de calor a través del cuerpo para que

pase de la piel al aire; pero en relación con su volumen, los elefantes no tienen mucha superficie expuesta al aire a través de la cual conducir el calor. Y ahí está la contribución de las orejas, que proporcionan un gran área de piel por la que intercambiar calor con el aire.

En busca de la ecuación de la conducción

Para analizar cómo se produce la conducción en un objeto determinado, hay que tener en cuenta diversas propiedades. Por ejemplo, si se trata de una barra de acero, habrá que ver el área y la longitud de la barra, además de la temperatura en las distintas partes de la misma.

Echa una ojeada a la figura 15-3, en la que se representa una barra de acero que se calienta por un extremo; el calor se desplaza por conducción hacia el lado opuesto. Nada más fácil que calcular la energía térmica transferida.



Estos son los factores que intervienen en la velocidad de la conducción:

- **Diferencia de temperatura.** Cuanto mayor sea la diferencia de temperatura entre los extremos de la barra, mayor será la tasa de transmisión de la energía térmica, así que más calor se transferirá. El calor, Q, es proporcional a la diferencia de temperatura, ΔT.

$$Q \propto \Delta T$$

- **Sección transversal.** Una barra el doble de gruesa conduce el doble de calor. En general, la cantidad de calor conducido, Q, es proporcional al área de la sección transversal, A. Así:

$$Q \propto A$$

- **Longitud (distancia que debe recorrer el calor).** Cuanto más larga sea la barra, menos calor llegará al extremo opuesto. Por tanto, el calor conducido es inversamente proporcional a la longitud de la barra, l:

$$Q \propto \frac{1}{l}$$

- **Tiempo.** La cantidad de calor transferido, Q, depende de la cantidad de tiempo que transcurre, t: al doble de tiempo, el doble de calor. La forma matemática de expresar esta

idea es:

$$Q \propto t$$

Ya puedes reunir las variables. Además, tendrás una constante de proporcionalidad, *k*, que aún hay que determinar.

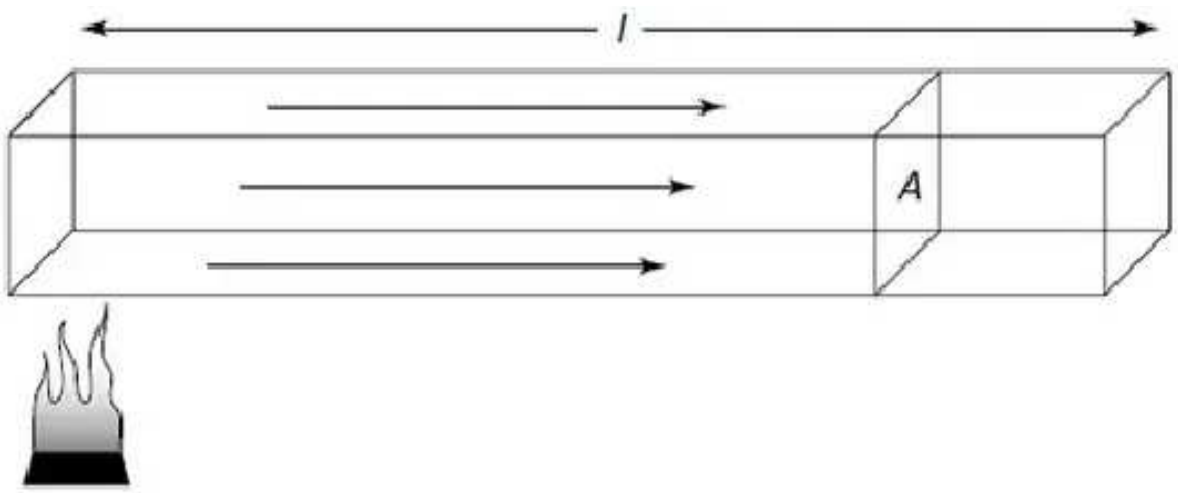


Figura 15-3:
Conducción de calor por una barra de acero



Esta es la fórmula que expresa la transferencia de calor por conducción a través de un objeto:

$$Q = \frac{kA\Delta Tt}{l}$$

La ecuación representa la cantidad de calor transferido por conducción en un tiempo dado, *t*, a lo largo de un cuerpo de longitud *l* y sección transversal de área *A*. La constante *k* es la *conductividad térmica* del material del que está hecho el objeto medida en julios por segundo-metro-grados Celsius, es decir, J/s·m·°C.

Cómo trabajar con la conductividad térmica



Cada material (como el vidrio, el acero, el cobre o un chicle) tiene una tasa de conducción del calor distinta. Así que la constante de conductividad térmica depende del material. Por suerte para ti, los físicos ya han medido esa constante en muchos materiales. En la tabla 15-1 encontrarás algunos de

ellos.

La conductividad térmica del acero del asa de una olla asciende a 14 J/s·m·°C (mira la tabla 15-1). Observa la figura 15-3. Imagina que el asa mide 15 cm de longitud y que su sección transversal mide 2 cm^2 (2×10^{-4} m^2). Si el fuego en un extremo alcanza los 600 °C, ¿cuánto calor pasaría a la mano en 1 s si te diera por agarrar el asa? La ecuación para la transferencia de calor por conducción es:

$$Q = \frac{kA\Delta Tt}{l}$$

Si el extremo frío del asa parte de la temperatura ambiente, 25 °C, obtienes la siguiente cantidad de calor transferido en un tiempo *t*:

$$Q = \frac{kA\Delta Tt}{l} = \frac{(14\ \text{J/s}\cdot\text{m}\cdot{}^\circ\text{C})(2\times10^{-4}\ \text{m}^2)(600{}^\circ\text{C} - 25{}^\circ\text{C})t}{0{,}15\ \text{m}}$$
$$= (10{,}7\ \text{J/s})t$$

Como ves, la mano entraría en contacto con 10,7 J de energía térmica en 1 s.

Tabla 15-1: Conductividad térmica de diversos materiales

Material	*Conductividad térmica (en J/s-m-°C)*
Diamante	1 600
Plata	420
Cobre	390
Latón	110
Plomo	35
Acero	14
Vidrio	0,8
Agua	0,6
Grasa corporal	0,2
Madera	0,15
Lana	0,04
Aire	0,0256
Poliespán	0,01

Si cada segundo se transfieren 10,7 J de calor a la punta del asa, entonces la transferencia de calor asciende a 10,7 J/s o 10,7 W. A medida que transcurren los segundos, el calor del asa aumenta más y más. Fíjate en que la conductividad inicial, que es de 10,7 W, se reducirá con el paso del tiempo porque el extremo del asa opuesto al fuego se calienta y la diferencia de temperatura (ΔT) disminuye.

De acampada con los García: un ejemplo de conducción

La familia García se va de vacaciones y quiere saber si lleva suficiente hielo en la nevera para las 12 horas que van a estar de acampada, así que recurren a tu famosísima consultoría sobre problemas de física. Miras el termómetro exterior y ves que ahí fuera la temperatura es de 35 °C. Mides la nevera de poliespán y resulta que las paredes tienen 2 cm de grosor y que el área exterior asciende a 0,66 m². El último dato que anotas en la libreta es que los García han llenado la nevera con 1,5 kg de hielo a 0 °C. Así que la pregunta es cuánto tardarán en fundirse 1,5 kg de hielo dentro de esa nevera?

En esta ocasión la conducción de calor tendrá lugar a través de un material cuya área y grosor conoces, así que puedes partir de la ecuación para la conductividad:

$$Q = \frac{kA\Delta Tt}{l}$$

Como quieres conocer el tiempo, hay que despejar t:

$$t = \frac{Ql}{kA\Delta T}$$

Piensa ahora qué datos conoces. El calor tiene que atravesar la pared de la nevera para escapar, así que $l = 2$ cm $= 0{,}02$ m. La conductividad térmica del poliespán es $k = 0{,}01$ J/s·m·°C y la superficie del arcón es $A = 0{,}66$ m². La diferencia entre la temperatura interior y la exterior es $\Delta T = 35$ °C – 0 °C = 35 °C. Lo único que falta por conocer es Q, la cantidad de calor necesaria para fundir el hielo.

Puedes usar el calor latente de fusión del agua para calcular cuánto calor se necesita para que el hielo pase de estado sólido a líquido (en el capítulo 14 se habla del calor y los cambios de fase). En general, necesitas la siguiente cantidad de calor para fundir hielo a 0 °C:

$$Q = mL$$

donde Q es la cantidad de calor necesaria, m es la masa del hielo y L es el calor latente de fusión del agua, $3{,}35 \times 10^5$ J/kg. Al introducir los números obtienes la cantidad de calor necesaria:

$$Q = mL = (1{,}5\ \text{kg})(3{,}35 \times 10^5\ \text{J/kg}) \approx 5 \times 10^5\ \text{J}$$

Ahora conoces el valor de Q, así que tienes suficiente información para usar la ecuación de la conductividad. Al introducir los datos en esa ecuación (modificada para calcular el tiempo) obtienes la respuesta que buscabas:

$$t = \frac{(5 \times 10^5\ \text{J})(0{,}02\ \text{m})}{(0{,}01\ \text{J/s}\cdot\text{m}\cdot{}^\circ\text{C})(0{,}66\ \text{m}^2)(35{}^\circ\text{C})} \approx 44\,000\ \text{s}$$

Así que te diriges a los García y les comunicas que el hielo tardará 44.000 s en fundirse. "Y eso ¿cuánto tiempo es?", te preguntan.

Bueno, reflexionas, en un minuto hay 60 s, y 60 min conforman 1 h, así que haces un par de cálculos más:

$$t = (44\,000\ \cancel{s})\left(\frac{1\ \cancel{\text{min}}}{60\ \cancel{s}}\right)\left(\frac{1\ \text{h}}{60\ \cancel{\text{min}}}\right) \approx 12\ \text{h}$$

"El hielo os durará 12 horas", les dices al tiempo que les extiendes la factura con el importe de tus servicios.

Conductores y aislantes

Los materiales con una *conductividad térmica* elevada, como el cobre, conducen bien el calor. Por ejemplo, tal vez hayas visto hilo de cobre en termómetros de interior/exterior. Los hilos conducen el calor exterior hacia el interior para que el termómetro mida la temperatura exterior. El diamante es un conductor del calor mucho mejor que el cobre, tal como se ve en la tabla 15-1 (pero resultaría un pelín caro fabricar termómetros con diamantes).

En el extremo opuesto están los materiales *aislantes* del calor, cuya conductividad térmica es muy baja. Por ejemplo, la grasa corporal tiene una conductividad térmica baja, tal como se ve en la tabla 15-1, lo que la convierte en un aislante natural. Así que la grasa del cuerpo te ayudará a mantener el calor en días fríos.



Por supuesto, en términos de conductividad, el aislante térmico más eficaz de todos los tiempos es el vacío. La conductividad se basa en el desplazamiento del calor a través de la materia y, si no hay materia, no puede haber conductividad. En ese caso no hay nada capaz de conducir el calor.

Esta es la razón de que la gente use recipientes isotérmicos para mantener los alimentos fríos o calientes. Estos envases están provistos de paredes dobles con una cámara de vacío en medio, lo que impide la conducción de calor del interior al exterior o del exterior al interior. Así que la sopa se mantiene caliente y los refrescos se conservan frescos.

Entre el interior y el exterior de un recipiente isotérmico sí que se conduce el calor en cierta medida, ya que el calor siempre encuentra algún camino que tomar, como el tapón o la cremallera que lo cierra. Como conducen algo de calor, los envases isotérmicos mantienen los alimentos fríos o calientes durante un tiempo. En teoría, si tuvieras una cápsula de comida flotando en el vacío, no se produciría ninguna pérdida ni ganancia de calor en absoluto por conducción, aunque seguiría

habiendo pérdida o ganancia de calor por radiación.

Frío al tacto

¿Por qué los metales son fríos al tacto cuando están a temperatura ambiente? Si sabes algo sobre conductividad térmica, el fenómeno tiene lógica. Los metales son tan buenos conductores térmicos que conducen el calor de los dedos muy rápido, lo que produce un descenso de la temperatura de la piel. Las terminaciones nerviosas detectan ese descenso de temperatura y envían al cerebro el mensaje de que estás tocando algo frío. La madera, por otro lado, no es buena conductora del calor (es aislante), asíque roba muy poco calor de la punta de los dedos. El cerebro interpreta que la madera está más caliente que el metal, pero en realidad ambos materiales están en equilibrio térmico con el entorno, es decir, ¡a la misma temperatura!

La radiación: en la onda electromagnética

La radiación es otra manera de transferir calor. Nos afecta la radiación al salir mojados de la ducha en pleno invierno y nos arrimamos al calefactor del baño. ¿Por qué? Pues porque interviene algo de física, por supuesto.
La bombilla infrarroja, ilustrada en la figura 15-4, emite calor y calienta por radiación.

En el caso de la radiación, son las ondas electromagnéticas las que transportan la energía. La radiación electromagnética se produce al acelerar cargas eléctricas. En el nivel molecular, lo que sucede al calentar los objetos es que las moléculas se mueven cada vez más rápido y chocan con fuerza contra otras moléculas.

La energía calorífica transferida por radiación es tan cotidiana como la luz del día; de hecho, es la luz del día. El Sol es un reactor térmico inmenso situado a unos 150 millones de kilómetros de distancia, y ni la conducción ni la convección pueden explicar la energía que llega a la Tierra a través del vacío del espacio. La energía solar alcanza la Tierra por radiación, lo cual se comprueba con facilidad saliendo al exterior cualquier día despejado y notando el calor del Sol en la cara.



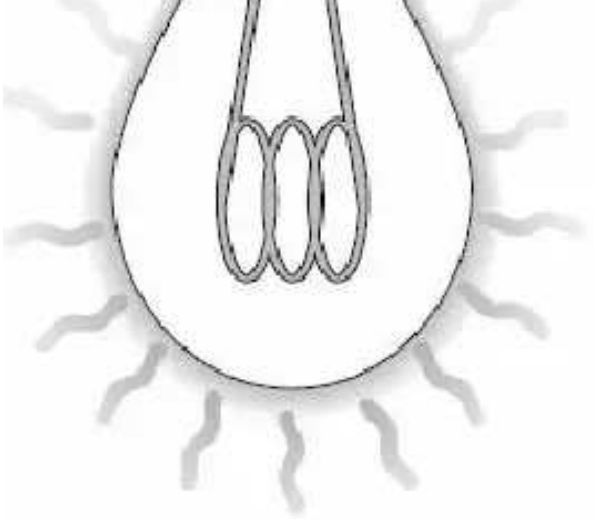


Figura 15-4:
Una bombilla incandescente irradia calor hacia el entorno

Radiación recíproca: dar y recibir calor

Todos los objetos que te rodean irradian calor a menos que se encuentren a la temperatura del cero absoluto (lo cual es un tanto improbable, puesto que desde un punto de vista físico es imposible conseguir el cero absoluto, que implica que no haya ningún movimiento molecular). Un helado, por ejemplo, irradia calor. Hasta tú irradias calor en todo momento, pero esa radiación no se percibe en forma de luz visible porque cae en la parte infrarroja del espectro. Sin embargo, esa luz se torna manifiesta en la banda del infrarrojo, tal como habrás visto en las películas o la televisión.

Irradias calor en todas las direcciones y de manera constante, y todo lo que te rodea irradia calor hacia ti. Cuando estás a la misma temperatura que el entorno, irradias calor hacia él con la misma rapidez y en la misma cantidad que el entorno irradia calor hacia ti. Cuando dos cosas se encuentran en contacto térmico pero no se produce ningún intercambio de energía térmica entre ellas, se encuentran en *equilibrio térmico*, y cuando eso ocurre, tienen la misma temperatura.



Si el entorno no irradiara calor hacia ti, te congelarías, por eso el espacio exterior se considera tan frío. No hay nada frío que tocar en el espacio y no pierdes calor mediante conducción o convección. Pero el entorno tampoco irradia calor hacia ti, lo que significa que el calor que irradias tú se pierde. La pérdida de calor puede helarte muy deprisa.

Cuando un objeto se calienta hasta unos 1.000 K, empieza a emitir luz roja (lo que tal vez explique la razón de que no emitas luz roja visible aunque estés irradiando calor). Si el objeto se calienta más, la radiación avanza por el espectro y pasa a naranja, amarilla, y así sucesivamente hasta ponerse al rojo blanco cuando alcanza unos 1.700 K (unos 1.400 °C).

Las estufas que tienen resistencias que se ponen rojas se basan en la radiación para transferir calor. La convección se produce cuando el aire se calienta, sube y se dispersa por la habitación (y puede

haber conducción si tocas la estufa por error, ¡aunque no es la transferencia de calor más deseable!). Pero la mayor parte de la transferencia de calor que te llega se produce por radiación.



Los cuerpos negros: absorción y reflexión de la radiación

Los humanos entendemos la radiación y la absorción de calor en el entorno de manera intuitiva. Por ejemplo, los días más tórridos del año evitamos ponernos ropa negra porque sabemos que nos dará

más calor. Una camiseta negra absorbe luz del entorno y refleja menos cantidad de ella hacia fuera que una camiseta blanca. La ropa blanca nos mantiene más frescos porque refleja más radiación térmica hacia el entorno.

Algunos objetos absorben más que otros la luz que incide sobre ellos. Los objetos que absorben toda la energía de radiación que les llega se denominan *cuerpos negros*. Un cuerpo negro absorbe toda la

energía de radiación que incide sobre él; y si está en equilibrio con el entorno, también emite toda la energía de radiación.

En términos de reflexión y absorción de la radiación, la mayoría de los objetos se sitúan entre el extremo de los espejos, que reflejan casi toda la luz, y los cuerpos negros, que absorben toda la luz. Los objetos situados entre ambos extremos absorben parte de la luz que reciben y la emiten al entorno. Los objetos brillantes lo son porque reflejan la mayor parte de la luz que reciben, lo que significa que no emiten tanto calor por radiación como otros objetos. Los objetos oscuros lo son porque no reflejan mucha luz, lo que significa que emiten más calor de radiación (por lo común en una parte más baja del espectro, en la que la radiación es infrarroja y no visible por el ojo humano).

La constante de Stefan-Boltzmann

¿Cuánto calor emite un cuerpo negro cuando se halla a una temperatura determinada? La cantidad de calor irradiada es proporcional al tiempo; en el doble de tiempo se irradia el doble de calor, por ejemplo. Así que puedes escribir esta relación térmica de este modo, donde t se corresponde con el tiempo:

$$Q \propto t$$

Y, tal como cabría esperar, la cantidad de calor irradiado es proporcional a la superficie que emite esa radiación. Así que también podemos escribir esta relación mediante una fórmula de este modo, donde A es el área de superficie que emite la radiación:

$$Q \propto At$$

La temperatura, T, tiene que aparecer en algún sitio de la fórmula, porque cuanto más caliente es un objeto, más calor irradia. Los físicos hallaron por métodos experimentales que la cantidad de calor irradiado es proporcional a T elevada a la cuarta potencia, T^4. Así que ahora tienes la siguiente relación:

$$Q \propto AtT^4$$

Para establecer la relación exacta entre el calor y las otras variables, hay que incluir una constante que se ha medido de forma experimental. El calor que emite un cuerpo negro es función de la constante de Stefan-Boltzmann, σ, que se introduce en la ecuación de este modo:

$$Q \propto \sigma AtT^4$$

El valor de σ es de $5{,}67 \times 10^{-8}$ J/s·m²·K⁴. No obstante, hay que tener presente que esta constante solo funciona con cuerpos negros ideales, que emiten absolutamente toda la radiación que reciben.

La ley de radiación de Stefan-Boltzmann

Muy pocos objetos son cuerpos negros ideales, así que la mayoría de las veces hay que añadir otra constante, que depende de la sustancia con la que se trabaja. Esta constante se denomina *emisividad*, e.



La *ley de radiación de StefanBoltzmann* dice lo siguiente:

$$Q \propto e\sigma AtT^4$$

donde e es la emisividad de un objeto, σ es la constante de Stefan-Boltzmann, que vale $5{,}67 \times 10^{-8}$ J/s·m²·K⁴, A es el área de la superficie radiante, t es el tiempo, y T es la temperatura en kelvins.

Calor humano

La emisividad de una persona está en torno a 0,98. A una temperatura corporal, de 37 °C, ¿cuánto calor irradia una persona cada segundo? En primer lugar, hay que calcular el área que emite calor. Si sabes que la superficie de un cuerpo humano es $A = 1{,}7$ m², puedes hallar la cantidad total de calor que emite una persona introduciendo los datos en la ecuación de la ley de radiación de Stefan-Boltzmann, pero asegúrate de convertir la temperatura a kelvins.

$$Q = e\sigma AtT^4$$

$$Q = (0{,}98)\left(5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{J/s}\cdot\text{m}^2\cdot\text{K}^4\right)(1{,}07\ \text{m}^2)\left[(37 + 273.15)\text{K}\right]^4 t$$

$$Q \approx 550t$$

Si ahora divides los dos miembros de la ecuación entre *t*, obtienes

$$\frac{Q}{t} = 550 \text{ W}$$

El resultado es de 550 J/s o 550 W. Tal vez parezca mucho, porque la temperatura de la piel no es la misma que la temperatura interior del cuerpo, pero se trata de una estimación.

Cálculos estelares

Veamos otro ejemplo: Llaman a las diez de la noche a la puerta y, aunque te extraña, abres y se te mete en casa un grupo de astrónomos. "Necesitamos que midas el radio de Betelgeuse", te dicen.

"¿Betelgeuse? ¿La estrella?" —preguntas—. "¿Queréis que mida el radio de una estrella que dista 640 años-luz de la Tierra?"

"Si no es mucha molestia." "Hemos oído que es un astro supergigante y queríamos saber qué tamaño tiene exactamente?", te responden.

Sacas el telescopio a la calle y localizas Betelgeuse. Recurriendo a las herramientas que siempre llevas en el bolsillo, utilizas el espectro de la estrella para medir su temperatura (la distribución de la intensidad de la luz a lo largo de cada longitud de onda está directamente relacionada con la temperatura de su superficie porque las estrellas irradian como cuerpos negros). La temperatura ronda los 2.900 K y la potencia de salida de ese astro es de 4×10^{30} W.

Como conoces la tasa de emisión de energía de la estrella y la temperatura en la superficie, puedes usar la ley de radiación de Stefan-Boltzmann para relacionar el área de la superficie del astro con esos valores conocidos. Después, suponiendo que la estrella es una esfera, te resultará fácil hallar el radio del objeto que tiene esa área.

Sabes que $Q = e\sigma AT^4$, así que la potencia es:

$$\frac{Q}{t} = e\sigma AT^4$$

Y a partir de ahí puedes despejar el área de la superficie del objeto, *A*, de este modo:

$$\frac{Q/t}{e\sigma T^4} = A$$

Suponiendo que Betelgeuse es una esfera, puedes relacionar el área de su superficie con el radio empleando esta fórmula para esferas:

$A = 4\pi r^2$

Despejas r:

$$r = \sqrt{\frac{A}{4\pi}}$$

Si introduces ahora la expresión del área de superficie de la estrella para hallar A, obtienes:

$$r = \sqrt{\frac{Q/t}{4\pi e\sigma T^4}}$$

Suponiendo que $e = 1$, al introducir los datos llegas a:

$$r = \sqrt{\frac{\left(4\times10^{30}\ \text{J/s}\right)}{4\pi(1)\left(5{,}67\times10^{-8}\ \text{J/s}\cdot\text{m}^2\cdot\text{K}^4\right)(2900\ \text{K})^4}}$$
$$\approx 2{,}8\times10^{11}\ \text{m}$$

¡Un radio magnífico para una estrella! Si el Sol tuviera ese radio, la Tierra estaría dentro de él y Marte también.

“Doscientos ochenta millones de kilómetros”, comunicas a los astrónomos, mientras les extiendes la factura.

Capítulo 16

En el mejor de los mundosposibles: la ley de los gases ideales

En este capítulo

- Te moverás a todo gas con el número de Avogadro
- Buscarás el gas ideal para ti
- Dominarás las leyes de Boyle y de Charles
- Te pondrás a la altura de las moléculas de los gases ideales

Los gases están por todas partes: en los globos, en el aire, en la cocina y hasta en los pulmones. El conocimiento de los gases átomo a átomo (o molécula a molécula) es crucial para empezar a trabajar con el calor, la presión, el volumen y otros conceptos relacionados.

Saca las pastillas contra la aerofagia porque en este capítulo ¡te van a entrar gases! Este capítulo se centra en la ley de los gases ideales, que explica la relación entre la presión, el calor, el volumen y la cantidad de un gas. Pero antes veremos qué es un mol, una unidad de medida que facilita el trabajo con gases a una escala molecular.

Bucea entre las moléculas y los moles con el número de Avogadro

Para observar los gases a una escala molecular, hay que conocer la cantidad de moléculas que hay en una muestra determinada. Contar las moléculas es inviable, así que, en lugar de eso, los físicos usan una unidad de medida que se llama *mol* y que les permite relacionar la masa de una muestra con el número de moléculas que contiene.

Un mol (su símbolo es *mol*) es el número de átomos que hay en 12 g del isótopo carbono 12. El *isótopo carbono 12* (también llamado carbono 12 a secas) es la variante más frecuente del carbono. Los *isótopos* de un elemento tienen la misma cantidad de protones pero distinto número de neutrones. El carbono 12 tiene seis protones y seis neutrones (en total, 12 partículas); sin embargo, algunos átomos de carbono (isótopos) portan algunos neutrones más en su interior. El carbono 13, por ejemplo, tiene siete neutrones. La masa promedio de un mol de una mezcla de los isótopos de

carbono asciende a 12,011 g.



Se ha medido que en un mol (en 12 g de carbono 12) hay $6{,}022 \times 10^{23}$ átomos; ese es el *número de Avogadro*, N_A.

¿Existe la misma cantidad de átomos en, por ejemplo, 12 g de azufre? En absoluto. Cada átomo de azufre tiene una masa distinta de la que tienen los átomos de carbono, así que aunque tengamos los mismos gramos de un elemento que del otro, tendremos un número distinto de átomos.

¿Cuánta más masa tiene un átomo de azufre que un átomo de carbono 12? Si consultas la tabla periódica que encontrarás colgada en las paredes de cualquier laboratorio científico, verás que la *masa atómica* del azufre es 32,06. (**Nota**: La masa atómica suele figurar debajo del símbolo del

elemento en cuestión.) Pero 32,06 ¿qué? Pues son 32,06 *unidades de masa atómica*, cuyo símbolo es *u*; cada unidad de masa atómica es un doceavo de la masa de un átomo de carbono 12.

Un mol de carbono 12 ($6{,}022 \times 10^{23}$ átomos de carbono 12) tiene una masa de 12 g, y la masa de un átomo de azufre medio es mayor que la masa de un átomo de carbono 12:

Masa del azufre = 32,06 u

Masa del carbono 12 = 12 u

Por tanto, un mol de átomos de azufre tiene que tener la siguiente masa:

$$\frac{32{,}06\ \text{u}}{12\ \text{u}}(12\ \text{g}) = 32{,}06\ \text{g}$$

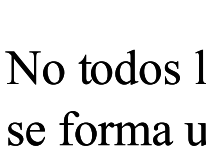




¡Qué bien! Un mol de un elemento tiene la misma masa en gramos que su masa atómica en unidades atómicas. Encontrarás la masa atómica de cualquier elemento expresada en unidades atómicas en las tablas periódicas. Por ejemplo, verás que un mol de silicio (de masa atómica 28,09 u) tiene una masa de 28,09 g, que la masa de un mol de sodio (masa atómica 22,99 u) es de 22,99 g, y así con todos los elementos. Cada uno de esos moles contiene $6{,}022 \times 10^{23}$ átomos.

Ya puedes determinar el número de átomos que tiene un diamante, que es carbono sólido (masa atómica 12,01 u). Un mol equivale a 12,01 g de diamante, así que para calcular cuántos moles tienes, hay que multiplicarlos por $6{,}022 \times 10^{23}$ átomos. Después, si quieres, puedes hallar cuántos átomos de carbono hay en un diamante de un quilate, que es una unidad que equivale a a 0,2 g, así que estos son los átomos que tienes:

$$\frac{0{,}2\ \text{g}}{12{,}01\ \text{g}}\left(6{,}022\times10^{23}\right)\approx 1\times10^{22}$$



No todos los objetos se componen de una sola clase de átomos. Cuando se combinan varios átomos, se forma una molécula. Por ejemplo, el agua consiste en dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno (H_2O). En lugar de buscar la masa atómica hay que fijarse en la *masa molecular*, que también se mide en unidades de masa atómica. Por ejemplo, la masa molecular del agua es de 18,0153 u, así que la masa de 1 mol de agua es de 18,0153 g.

Algunos problemas de física dan la masa molecular; otros requieren que la calculas a partir de la masa atómica y la fórmula molecular del compuesto. Es decir, sumando las masas atómicas de los átomos individuales que conforman la molécula.

Relación entre presión, volumen y temperatura con la ley de los gases ideales

Cuando se empieza a trabajar átomo por átomo y molécula a molécula, se empieza a trabajar con gases desde un punto de vista físico. Por ejemplo, los gases permiten relacionar la temperatura, la presión, el volumen y la cantidad de moles. La relación que vas a ver en este apartado no es universal, pero siempre funciona con los gases ideales.



Los *gases ideales* son aquellos gases con los que se cumple la ley de los gases ideales. Esa ley describe un modelo en el que las partículas de gas son pequeñas en comparación con la distancia media que hay entre ellas y solo interaccionan entre sí a través de colisiones elásticas. Así que no existen semejantes gases, pero los reales se acercan más a ese ideal cuando la presión es baja y la temperatura alta. Los gases ideales son muy ligeros, como el helio.

La ley de los gases ideales

La ley de los gases ideales permite predecir la presión de un gas ideal sabiendo cuánto gas hay, a qué temperatura está y el volumen en el que se encuentra confinado. He aquí cómo afecta cada uno de esos factores a la presión:

- **Temperatura.** Los experimentos revelan que si se mantiene constante el volumen y se calienta un gas, la presión aumenta de manera lineal, tal como ilustra la figura 16-1. En otras palabras, a volumen constante, la presión es proporcional a la temperatura (*T* es la temperatura en kelvins y *P* es la presión):

$$P \propto T$$

- **Volumen.** La presión es inversamente proporcional al volumen; siempre que este pueda variar; por ejemplo, si doblas el volumen de un gas, la presión disminuye a la mitad.

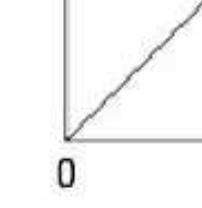
$$P \propto \frac{T}{V}$$

- **Cantidad de sustancia.** Cuando el volumen y la temperatura de un gas ideal son constantes, la presión es proporcional a la cantidad de sustancia (medida en moles) que haya de gas: con el doble de gas, el doble de presión (mira el apartado anterior titulado “Bucea entre las moléculas y los moles con el número de Avogadro” si no sabes qué es el mol). Si tienes una cantidad *n* de moles, entonces puedes afirmar lo siguiente:

$$P \propto \frac{nT}{V}$$

Si incorporas una constante, *R* (la *constante de los gases ideales*, cuyo valor asciende a 8,31 J/mol·K (julios por mol y kelvin), llegas a la *ley de los gases ideales*, que relaciona la presión, el volumen, la cantidad de sustancia y la temperatura:

$$PV = nRT$$



La unidad de medida de la presión es el pascal y la unidad de medida del volumen es el metro

cúbico; la combinación de esas dos unidades da lugar al julio; cuando la cantidad de gas, *n*, se mide en moles, y la temperatura, *T*, se mide en kelvins, entonces las unidades de la constante de los gases ideales, *R*, son los julios/mol-kelvin (J/mol·K).

Figura 16-1:
En los gases ideales, la presión es directamente proporcional a la temperatura

La ley de los gases ideales también se puede expresar de un modo ligeramente distinto usando el número total de moléculas, *N*, y el número de Avogadro, N_A (consulta el apartado previo titulado "Bucea entre las moléculas y los moles con el número de Avogadro"):

$$PV = nRT = \left(\frac{N}{N_A}\right)RT$$





La constante R/N_A también recibe el nombre de *constante de Boltzmann*, k, y vale $1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K.

Empleando esta constante, la ley de los gases ideales se transforma en:

$$PV = NkT$$

Imagina que tienes que medir un volumen de 1 m^3 ocupado por 600 mol de helio a temperatura ambiente, 27 °C, lo que se acerca mucho a un gas ideal en esas condiciones. ¿A qué presión está el gas? Usando esta variante de la ley de los gases ideales, $PV = nRT$, puedes despejar P en un lado de

la ecuación dividiendo entre V. Entonces introduces los números asegurándote de convertir la temperatura a kelvins (consulta el capítulo 14 para ver cómo hacerlo) y obtienes:

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{(600\ \text{mol})(8.31\ \text{J/mol}\cdot\text{K})[(273.15+27)\ \text{K}]}{1\ \text{m}^3} \approx 1{,}50\times10^6\ \text{N/m}^2$$

En todas las paredes del recipiente impera una presión de $1{,}5 \times 10^6$ N/m^2. Fíjate en las unidades de presión en este caso: newtons por metro cuadrado. Esta unidad se usa con tanta frecuencia que ha recibido un nombre propio en el Sistema Internacional de unidades: el *pascal*, cuyo símbolo es Pa.



Un pascal es igual a un newton por metro cuadrado. La presión atmosférica es $1{,}013 \times 10^5$ Pa (1.013 hPA). La presión de una atmósfera (que suele representarse como atm) también se da en torricellis

(de símbolo *torr*); la equivalencia es 1 atm = 760 torr.
En este ejemplo, tienes una presión de $1{,}50 \times 10^6$ Pa, lo que equivale a unas 15 atmósferas.

En condiciones normales de presión y temperatura



Cuando trates con gases es posible que te encuentres con una serie de condiciones particulares: las *condiciones normales de presión y tempera tura*, o PTN. La presión normal es 1 atmósfera (o $1{,}013 \times 10^5$ Pa) y la temperatura normal es 0 °C (o 273,15 K).

La ley de gases ideales también sirve para calcular que en condiciones PTN, el volumen de 1 mol de

un gas ideal es de 22,4 L (1 L = 10^{-3} m^3). ¿Cómo se llega al dato de los 22,4 litros? Sabes que $PV = nRT$, y si despejas V obtienes:

$$V = \frac{nRT}{P}$$

Introduce las condiciones PTN y realiza las operaciones:

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{(1)(8{,}31\ \text{J/mol}\cdot\text{K})(273\ \text{K})}{1{,}013\times10^{5}\ \text{Pa}} \approx 22{,}4\times10^{-3}\ \text{m}^3$$

Y eso son los 22,4 litros, el volumen que ocupa 1 mol de gas ideal en condiciones PTN.

Un problema respiratorio: examen de oxígeno

Aplica la ley de los gases ideales a un ejemplo. Mientras paseas por un parque notas que a un señor sentado en un banco le falta el aire. Le preguntas qué le ocurre y te dice: "Creo que no me llega suficiente oxígeno a los pulmones".

Así que decides comprobarlo. Sacas una bolsa grande de plástico que tienes a mano por casualidad y mides su capacidad pulmonar: 5 L. ¿A cuántas moléculas de oxígeno corresponde eso? Sabes que, como buena aproximación, el aire es un gas ideal, así que puedes recurrir a la ley de los gases ideales:

$$PV = Nkt$$

Al despejar N, la cantidad de moléculas, obtienes la siguiente ecuación:

$$N = \frac{PV}{kT}$$

La presión en el interior de los pulmones es aproximadamente igual a la presión atmosférica, así que $P = 1 \times 10^5$ Pa. La temperatura de los pulmones es la misma que la corporal, así que $T = 37$ °C, o unos 310 K ($K = C + 273{,}15$). V es el volumen de los pulmones y has medido que es 5 L, o 0,005 m^3. Al introducir todos los datos y realizar las operaciones, obtienes la respuesta:

$$N = \frac{PV}{kT} = \frac{(1\times10^{5}\ \text{Pa})(0{,}0050\ \text{m}^3)}{(1{,}38\times10^{-23}\ \text{J/K})(310\ \text{K})} \approx 1{,}2\times10^{23}$$

Como sabes física, estás al tanto de que alrededor del 14 % del gas de los pulmones es oxígeno (un poco menos que el aire), así que la cantidad de moléculas de oxígeno que portan los pulmones del hombre es:

$$(0{,}14)(1{,}2\times10^{23}\ \text{moléculas}) \approx 1{,}7\times10^{22}\ \text{moléculas}$$

Te giras hacia el señor y le comunicas “Tiene usted aproximadamente diecisiete mil trillones de moléculas de oxígeno en los pulmones”, una cantidad más que suficiente.

Las leyes de Boyle y de Charles: expresiones alternativas de la ley de los gases ideales



La ley de los gases ideales se puede expresar de maneras diversas. Por ejemplo, puedes expresar la relación entre la presión y el volumen de un gas ideal antes de que una de esas magnitudes cambie y después de que lo haga mientras se mantenga a una temperatura constante, de este modo:

$$P_f V_f = P_i V_i$$

Esta ecuación, llamada *ley de Boyle*, dice que si el resto de los factores no cambia, el producto de la presión por el volumen (PV) también permanecerá igual.



Si la presión se mantiene constante, se da la siguiente relación en los gases ideales:

$$\frac{V_f}{T_f} = \frac{V_i}{T_i}$$

Esta ecuación, llamada *ley de Charles*, dice que el cociente entre el volumen y la temperatura (V/T) se conservará en un gas ideal, siempre que el resto de los factores no cambie.

Veamos un ejemplo que recurre a la ley de Boyle. Te tomas unas merecidas vacaciones en la playa y el director del Complejo Turístico Acme se te acerca apresurado para decirte: “Solemos dejar que los clientes que hacen submarinismo desciendan hasta los diez metros durante diez minutos, pero uno de los turistas dice que quiere alargar la inmersión hasta la media hora. ¡Se quedará sin aire, y acabará denunciándonos!”.

“Bueno, déjeme ver los datos”, le dices. El director te da algunos papeles y ves que el volumen de las botellas de submarinismo que usa el Complejo Turístico Acme es de 0,015 m^3 presurizadas a 2×10^7 Pa. Buceando se respira a un ritmo de 0,04 m^3/min.

Como sabes física, estás al tanto de cómo funcionan las botellas de submarinismo. Mantienen el aire de los pulmones a la misma presión que la del agua circundante (de lo contrario se produciría un colapso pulmonar).

La manera de abordar este problema consiste en partir del volumen del aire presurizado que contiene la botella y calcular cuál sería el volumen si se liberara todo el aire a la presión que hay a esa profundidad. Sabes el volumen de oxígeno que necesita el cuerpo, así que puedes calcular durante cuánto tiempo se podrá respirar con el aire presurizado a partir del volumen que tendrá el aire a la presión que hay a esa profundidad. Para calcular qué volumen tendrá el aire presurizado al liberarlo a la profundidad en cuestión, se emplea la ley de Boyle:

$$P_f V_f = P_i V_i$$

Conoces la presión y el volumen de la botella de submarinismo. Ahora necesitas averiguar la presión a la profundidad del buzo para calcular el volumen de aire de que dispone. Puedes hallar la presión del agua con esta ecuación (consulta el capítulo 8), donde P_a es la presión del agua, ρ es la densidad del agua, g es la aceleración debida a la gravedad y h es la variación de la profundidad:

$$P_a = \rho g h$$

La densidad del agua ronda los 1.025 kg/m^3, y el buzo desciende hasta 10 m, así que tienes la siguiente presión en el agua:

$$P_a = \rho g h = (1\,025\ \text{kg/m}^3)(9{,}8\ \text{m/s}^2)(10\ \text{m}) \approx 1 \times 10^5\ \text{Pa}$$

Para calcular la presión total a la profundidad del buzo, suma la presión del aire en la superficie del agua (es decir, la presión atmosférica, P^{at}, a la presión del agua:

$$P_f = P_a + P_{at} = (1 \times 10^5\ \text{Pa}) + (1 \times 10^5\ \text{Pa}) = 2 \times 10^5\ \text{Pa}$$

Ya puedes usar la ecuación de Boyle:

$$P_f V_f = P_i V_i$$

donde P_i es la presión de la botella de oxígeno y V_i es su volumen.

Como quieres hallar el volumen del aire disponible para el buzo, despeja V_f:

$$V_f = \frac{P_i V_i}{P_f}$$

Al introducir los números y realizar las operaciones, obtienes el volumen de aire disponible:

$$V_f = \frac{P_i V_i}{P_f} = \frac{(2{,}0\times10^7\ \text{Pa})(0{,}015\ \text{m}^3)}{2{,}01\times10^5\ \text{Pa}} \approx 1{,}5\ \text{m}^3$$

¿Cuánto tiempo durará? El buzo respira a una tasa de 0,04 m³/min, así que 1,5 m³ de aire dan para:

$$\text{Tiempo total de aire} = \frac{1{,}5\ \text{m}^3}{0{,}04\ \text{m}^3/\text{min}} \approx 38\ \text{min}$$

Le comunicas al director que el buzo tendrá aire suficiente para 38 min. El director da un suspiro de alivio. "¿No habrá querella entonces?"

"No, no la habrá".

"Pero ¿y si el cliente desciende hasta los 30 m?" Vuelves a calcular la presión del agua, esta vez a 30 m:

$$P_a = \rho g h = (1025\ \text{kg/m}^3)(9{,}8\ \text{m/s}^2)(30\ \text{m}) \approx 3\times10^5\ \text{Pa}$$

y le sumas la presión del aire para llegar a:

$$P_f = P_a + P_a = (1{,}01\times10^5\ \text{Pa}) + (3\times10^5\ \text{Pa}) = 4{,}01\times10^5\ \text{Pa}$$

Al igual que antes, quieres hallar V*f*, el volumen de aire de que dispone el buzo:

$$V_f = \frac{P_i V_i}{P_f}$$

Al introducir los números y realizar los cálculos obtienes este resultado:

$$V_f = \frac{P_i V_i}{P_f} = \frac{(2\times10^7\ \text{Pa})(0{,}015\ \text{m}^3)}{4{,}01\times10^5\ \text{Pa}} \approx 0{,}75\ \text{m}^3$$

Con un consumo de 0,04 m³/min, 0,75 m³ bastarán para:

$$\text{Tiempo total de aire} = \frac{0{,}75\ \text{m}^3}{0{,}04\ \text{m}^3/\text{min}} \approx 19\ \text{min}$$

"¡Oh, oh!", le dices al director.

"¿Qué, demanda?"

"Sí, demanda."

Sí, demanda.

Sigue las moléculas de los gases ideales con la fórmula de la energía cinética



Ciertas propiedades de las moléculas de un gas ideal se pueden seguir mientras pululan por ahí. Por ejemplo, puedes calcular la energía cinética media de cada molécula mediante una ecuación muy simple:

$$EC_{med} = \frac{3}{2}kT$$

donde k es la constante de Boltzmann, $1{,}38 \times 1.0^{-23}$ J/K y T es la temperatura en kelvins. Y como puedes determinar la masa de cada molécula si sabes con qué gas estás tratando (mira el apartado titulado "Bucea entre las moléculas y los moles con el número de Avogadro", ya aparecido en este mismo capítulo), podrás calcular la velocidad de las moléculas a diversas temperaturas.

Cómo predecir la velocidad de una molécula de aire

Imagina que te vas al campo de merienda con unos amigos un espléndido día de primavera. No ves las moléculas de aire que circulan a tu alrededor, pero puedes predecir a qué velocidad promedio se mueven. Sacas la calculadora y un termómetro, y compruebas que la temperatura del aire ronda los 28 °C, o 301 K (consulta el capítulo 14 para ver cómo se hace la conversión). Sabes que en el caso de las moléculas del aire, puedes medir su energía cinética media con:

$$EC_{med} = \frac{3}{2}kT$$

Ahora introduce los números:

$$EC_{med} = \frac{3}{2}\left(1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J/K}\right)(301\ \text{K}) \approx 6{,}23 \times 10^{-21}\ \text{J}$$

Una molécula promedio tiene una energía cinética de 6,23 × 10–21J. Las moléculas son muy pequeñas, ¿a qué velocidad corresponden 6,23 × 10–21J?

Bueno, sabes que $EC = (1/2)mv^2$, donde m es la masa y v es la velocidad (mira el capítulo 9). Así

Bueno, sabes que $EC = (1/2)mv^2$, donde m es la masa y v es la velocidad (mira el capítulo 9). Así que,

$$v = \sqrt{\frac{2EC}{m}}$$

El aire consiste sobre todo en nitrógeno, y cada átomo de nitrógeno tiene una masa aproximada de 14 u = 2,32 × 10^{-26} kg (puedes calcularlo personalmente si buscas la masa que tiene un mol de nitrógeno y la divides entre el número de átomos que hay en un mol, N_A). En el aire, las moléculas de nitrógeno forman moléculas compuestas por dos átomos de nitrógeno, así que la masa de esas moléculas asciende a 28 u = 4,65 × 10^{-26} kg. Si introduces los números obtienes:

$$v = \sqrt{\frac{2EC}{m}} = \sqrt{\frac{2\left(6{,}23\times10^{-21}\ \text{J}\right)}{\left(4{,}65\times10^{-26}\ \text{kg}\right)}} \approx 518\ \text{m/s}$$

¡Vaya cifra! ¡Cantidades ingentes de partículas que chocan contra ti a casi 1.900 km/h! Menos mal que las moléculas son tan pequeñas. Imagina que cada molécula de aire pesara un par de kilos. Menudo problemón.

Cómo calcular la energía cinética de un gas ideal

Las moléculas tienen muy poca masa, pero los gases contienen muchas, muchísimas moléculas y, como todas ellas tienen energía cinética, la cantidad total de energía cinética aumenta muy rápido. ¿Cuánta energía cinética total hay en una cantidad determinada de gas? Cada molécula tiene su energía cinética media:

$$EC_{med} = \frac{3}{2}kT$$

Para calcular la energía cinética total, hay que multiplicar la energía cinética media de una molécula por el número de moléculas que tienes, el cual asciende a nN_A, donde n es el número de moles:

$$EC_{total} = \frac{3}{2}nN_Akt$$



N_ak es igual a R, la constante de los gases ideales (consulta el apartado “La ley de los gases ideales”, ya aparecido en este mismo capítulo), así que esta ecuación se transforma en lo siguiente:

$$EC_{total} = \frac{3}{2}nRT$$

Si tienes 6 mol de gas ideal a 27 °C, esta será la cantidad de energía interna encerrada en movimiento térmico (asegúrate de pasar la temperatura a kelvins):

$$EC_{total} = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}(6\text{ mol})(8{,}31\text{ J/K})\left[(273{,}15+27)\text{ K}\right] \approx 2{,}24\times10^{6}\text{ J}$$

Esto equivale a unas 5 kcal, o Cal (la unidad energética que aparece en algunos envases de alimentos).

Imagina que quieres probar un nuevo dirigible de helio. A medida que se eleva en el cielo, te paras a

pensar, tal como haría cualquier físico, cuánta energía interna alberga el gas helio que hay en el dirigible. El volumen de ese helio es de 5.400 m^3 y su temperatura es de 283 K. La presión del helio es ligeramente mayor que la atmosférica, $1{,}1 \times 10^5$ Pa. Entonces, ¿cuál es la energía interna total del helio? La fórmula de la energía cinética total revela que $EC_{total} = (3/2)nRT$. Conoces T, pero ¿cuánto vale n, el número de moles? Hallarás la cantidad de moles del helio mediante la ecuación de los gases ideales:

$$PV = nRT$$

Si despejas n obtienes lo siguiente:

$$n = \frac{PV}{RT}$$

Introduce los números y realiza las operaciones para hallar el número de moles:

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{\left(1{,}1\times10^{5}\text{ Pa}\right)\left(5\,400\text{ m}^3\right)}{(8{,}31\text{ J/mol}\cdot\text{K})(283\text{ K})} \approx 2{,}5\times10^{5}\text{mol}$$

Así que tienes 2,5 10^5 mol de helio. Ya puedes usar la ecuación para resolver la energía cinética total:

$$EC_{total} = \frac{3}{2}nRT$$

Al introducir los datos numéricos en esta ecuación y realizar los cálculos obtienes:

$$EC_{total} = \frac{3}{2}\left(2{,}5\times10^{5}\text{ mol}\right)(8{,}31\text{ J/mol}\cdot\text{K})(283\text{ K}) \approx 8{,}8\times10^{8}\text{ J}$$

Así que la energía interna del helio del dirigible es de 8,8 10^8 J. Aproximadamente la misma energía

Así que la energía interna del relleno del dirigible es de $8{,}8 \cdot 10^{9}$ J. Aproximadamente la misma energía almacenada en 94.000 pilas alcalinas.

Capítulo 17

Calor y trabajo: las leyesde la termodinámica

En este capítulo

- Alcanzarás el equilibrio térmico
- Almacenarás calor y energía en diferentes condiciones
- Probarás la eficacia de los motores térmicos
- Descenderás casi hasta el cero absoluto

Si alguna vez has trabajado al aire libre en verano, ya lo sabes todo sobre el calor y el trabajo, magnitudes relacionadas y de cuyo estudio se encarga la *termodinámica*. Este capítulo funde entre sí estos dos temas tan queridos para mí, que hemos visto por separado en los capítulos 9 (trabajo) y 14 (calor).

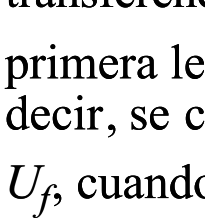
La termodinámica consiste en tres leyes, como las de Newton, pero son mejores en una cosa: la termodinámica también cuenta con una ley cero. Tal vez suene raro, porque pocas cosas de la vida cotidiana empiezan así, por el cero (“En primer lugar, ten en cuenta el paso cero”; parecería una tontería.), pero ya conoces el apego que le tienen los físicos a sus tradiciones.

En este capítulo van a aparecer el equilibrio térmico (la ley cero), la conservación del calor y de la energía (la primera ley), el flujo de calor (la segunda ley) y el cero absoluto (la tercera ley). Ha llegado la hora de abordar la termodinámica en este libro.

Equilibrio térmico: ganancia de temperatura con el principio cero

Dos objetos se encuentran en *equilibrio térmico* si puede haber transferencia de calor entre ellos pero no se produce. Por ejemplo, si tú y la piscina en la que nadas estáis a la misma temperatura, no habría ninguna cesión de calor de ti hacia ella ni de ella hacia ti (por muy viable que sea). Estáis en equilibrio térmico. Por el contrario, si te tiras a la piscina en invierno y atraviesas la capa de hielo que la cubre, entonces no estarás en equilibrio térmico con el agua. Ni querrás estarlo tampoco. ¡No hagas ese experimento en casa!

Para comprobar si hay equilibrio térmico (sobre todo en el caso de esa piscina helada a la que estás a punto de saltar), hay que usar un termómetro. Mides la temperatura de la piscina con el termómetro y luego tomas la tuya. Si ambas temperaturas coinciden (en otras palabras, si estás en equilibrio térmico con el termómetro, y el termómetro está en equilibrio térmico con la piscina), entonces estarás en equilibrio térmico con la piscina.



El principio cero de la termodinámica dice que si dos objetos están en equilibrio térmico con un tercero, entonces todos ellos estarán en equilibrio térmico entre sí. En tal caso cabe afirmar que todos esos objetos tienen una propiedad térmica que comparten. Esa propiedad es la *temperatura*.

Entre otras cosas, el principio cero señala que la temperatura es un indicador del equilibrio térmico. Los dos objetos mencionados en la ley cero están en equilibrio con un tercero, siempre que cuentes con lo necesario para establecer una escala, como la escala kelvin.

Conservación de la energía: el primer principio de la termodinámica

El *primer principio de la termodinámica* trata sobre la conservación de la energía. Una de las formas de energía implicadas en este principio es la *energía interna*, que reside en el movimiento de los átomos y las moléculas (vibraciones y choques aleatorios). También interviene en esta ley el *calor*, que consiste en la transferencia de energía térmica. Por último, está el *trabajo*, que es una transferencia de energía mecánica (por ejemplo, cuando se comprime un gas se realiza trabajo). La primera ley de la termodinámica dice que el conjunto de todas esas energías siempre es igual, es decir, se conserva. La energía interna inicial de un sistema, U_i, se transforma en energía interna final, U_f, cuando el sistema absorbe o libera calor, Q, y realiza trabajo, L, en su entorno (o el entorno realiza trabajo en el sistema), de la siguiente manera:

$$U_f - U_i = \Delta U = Q - L$$

Para que se conserve la energía mecánica (consulta el capítulo 9) hay que tratar con sistemas en los que no haya pérdida de energía en forma de calor (no puede haber rozamiento, por ejemplo). Pero ahora todo eso es distinto. Ahora puedes descomponer la energía total de un sistema en tres componentes: calor, trabajo y energía interna. Esas tres magnitudes constituyen toda la energía que debes tener en cuenta. Cuando se añade calor, *Q*, a un sistema y el sistema no realiza trabajo, la variación de la energía interna del sistema, representada mediante el símbolo *U*, es igual a la variación de *Q*. Un sistema también puede perder energía realizando trabajo sobre su entorno, como un motor (ese es el sistema) que levanta un peso suspendido en el extremo de un cable (ese es el entorno). Cuando un sistema realiza trabajo sobre su entorno y no desprende calor residual, su energía interna, *U*, cambia tanto como trabajo *L* se produzca. En otras palabras, el calor se puede considerar energía, así que sumes las tres cantidades (calor, trabajo y energía interna), la energía se conserva.

El primer principio de la termodinámica es muy potente porque establece una relación entre esas tres magnitudes. Si se conocen dos de ellas, permite hallar la tercera.

Cálculos con la conservación de la energía

La mayor confusión a la hora de usar la ecuación $\Delta U = Q - L$ estriba en discernir qué signos utilizar. La cantidad Q (transferencia de calor) es positiva cuando el sistema absorbe calor y es negativa cuando el sistema libera calor. La magnitud *L* (trabajo) es positiva cuando el sistema realiza trabajo sobre su entorno y es negativa cuando el entorno realiza trabajo sobre el sistema.



Para evitar confusiones, no intentes calcular los valores positivo o negativo de cada cantidad matemática del primer principio de la termodinámica; en lugar de eso, parte de la idea de la conservación de la energía.

Considera negativos los valores del trabajo y del calor que salen fuera del sistema:

- El sistema absorbe calor: $Q > 0$
- El sistema libera calor: $Q < 0$
- El sistema realiza trabajo sobre su entorno: $L > 0$

- ✔ El entorno realiza trabajo sobre el sistema: $L < 0$

Pon en práctica la convención de los signos

Imagina que un motor realiza 2.000 J de trabajo sobre su entorno al tiempo que libera 3.000 J de calor. ¿Cuánto cambiará la energía interna? En este caso, sabes que el motor realiza 2.000 J de trabajo sobre el entorno, así que su energía interna (U) se reducirá 2.000 J. Y el sistema también libera 3.000 J de calor mientras realiza el trabajo, así que la energía interna disminuye 3.000 J más. Pensándolo de este modo, la variación total de la energía interna ascenderá a lo siguiente:

$$\Delta U = -2000\ \text{J} - 3000\ \text{J} = -5000\ \text{J}$$

La energía interna del sistema disminuye 5.000 J, lo cual tiene sentido. Pero ¿y si el sistema absorbe 3.000 J de calor del entorno al realizar 2.000 J de trabajo? En este caso tienes 3.000 J de energía que entran y 2.000 J que salen. Ahora los signos son fáciles de comprender:

$$\Delta U = -2000\ \text{J [trabajo que sale]} + 3000\ \text{J [calor que entra]} = 1000\ \text{J}$$

En este caso, la variación neta de la energía interna del sistema asciende a +1.000 J.

También puedes encontrarte con trabajo negativo; ya has visto que eso ocurre cuando el entorno realiza trabajo sobre el sistema. Imagina, por ejemplo, que un sistema absorbe 3.000 J al mismo tiempo que su entorno ejecuta 4.000 J de trabajo sobre el sistema. Cabe afirmar que ambas energías fluirán hacia el sistema, así que la energía interna del sistema aumentará 3.000 J + 4.000 J = 7.000 J. Si quieres pasar a los números, usa esta ecuación:

$$\Delta U = Q - L$$

Ahora fíjate en que como el entorno está realizando trabajo sobre el sistema, hay que considerar L negativo. Por tanto, te encuentras ante la siguiente ecuación:

$$\Delta U = Q - L = +3000\ \text{J} - (-4000\ \text{J}) = 7000\ \text{J}$$

Imagina ahora que el sistema absorbe 1.600 J de calor del entorno y que realiza 2.300 J de trabajo en el entorno. ¿Qué cambio experimenta la energía interna del sistema? Usa la ecuación $\Delta U = Q - L$. Aquí Q es positivo porque el sistema absorbe energía, y el trabajo también es positivo porque lo realiza el sistema, así que tienes

$$\Delta U = Q - L = +1600\ \text{J} - (+2300\ \text{J}) = 700\ \text{J}$$

Así que la energía interna del sistema disminuye en 700 J.

Supongamos ahora que el sistema absorbe 1.600 J de calor cuando el entorno realiza 2.300 J de

trabajo sobre él. ¿A cuánto asciende la variación de la energía interna del sistema?

En este caso, el trabajo realizado por el sistema es negativo (es decir, el entorno realiza trabajo sobre el sistema). Así que empleando $\Delta U = Q - L$, realizarás las siguientes operaciones:

$$\begin{aligned}\Delta U &= Q - L \\ &= +1600\ \text{J} - (-2300\ \text{J}) \\ &= +1600\ \text{J} + 2300\ \text{J} \\ &= 3900\ \text{J}\end{aligned}$$

Así que en este caso, cuando se realiza trabajo sobre el sistema y, además, el sistema absorbe calor,

la variación de la energía interna asciende a 3900 J.

El típico problema que se resuelve gracias al primer principio de la termodinámica

El presidente de la Compañía de Gas Acme se dirige a ti, la mayor celebridad del mundo experta en física, para decirte: "Nuestros gases se están volviendo perezosos. Podemos usar dos procesos

industriales y hay que elegir el más eficaz. En ambos métodos, la temperatura de 6 moles de gas ideal se reduce de 590 a 400 K. En el método 1, fluyen 5.500 J de calor hacia el gas, mientras que en el método 2, fluyen 1.500 J. Entonces, ¿con qué método realiza el gas más trabajo?".

Te das cuenta de que ha llegado la hora de usar la ecuación $\Delta U = Q - L$. Quieres calcular el trabajo, así que despejas el trabajo realizado por el gas:

$$L = Q - \Delta U$$

Sabes cuánto calor, Q, fluye hacia el gas con cada método porque el presidente acaba de darte esos datos. Pero ¿qué pasa con la variación de la energía interna del gas? Sabes que la energía cinética interna de un gas ideal es la siguiente (gracias a un consejo del capítulo 16):

$$EC = \frac{3}{2}nRT$$

Y, como se trata de un gas ideal, las moléculas no interaccionan entre sí, así que el gas no tiene energía potencial; de modo que la energía interna total del gas es igual a la energía cinética:

$$U = EC = \frac{3}{2}nRT$$

Esto significa que la energía interna de un gas ideal depende únicamente de la temperatura. Como el gas experimenta la misma variación de temperatura en los dos procesos que estás evaluando, la variación de la energía interna del gas será la misma en ambos casos.

En concreto, la variación de la energía interna del gas es:

$$\begin{aligned}\Delta U &= EC \\ &= \frac{3}{2}nRT \\ &= \frac{3}{2}(6{,}0\ \text{mol})(8{,}31\ \text{J/K}\cdot\text{mol})(400\ \text{K} - 590\ \text{K}) \\ &\approx -14\,200\ \text{J}\end{aligned}$$

De modo que, como el gas ideal pierde temperatura, su energía interna se reduce, en este caso en 14.200 J.

Ya puedes introducir el valor de ΔU en la ecuación de los gases ideales para realizar los cálculos con ambos métodos:

$$L = Q - (-14200\ \text{J})$$

En el método 1, el gas absorbe 5.500 J, así que tienes

$$L_1 = 5\,500\ \text{J} - (-14\,200\ \text{J}) = 19\,700\ \text{J}$$

Y con el segundo método el gas absorbe 1.500 J, así que esa es la cantidad de trabajo que realiza el gas:

$$L_2 = 1\,500\ \text{J} - (-14\,200\ \text{J}) = 15\,700\ \text{J}$$

Así que le comunicas al presidente de Gas Acme que con el primer método el gas realiza 19.700 J de trabajo, mientras que con el método dos, el gas solo realiza 15.700 J de trabajo.

“Entonces usaremos el método uno para conseguir que esos gases dejen de ser tan perezosos”, responde el presidente.

Valora la constancia: procesos isobárico, isocórico, isotérmico y adiabático

En este capítulo te toparás con varias magnitudes (como el volumen, la presión, la temperatura y alguna más). La variación de esas magnitudes durante la realización de un trabajo determina el estado final del sistema. Por ejemplo, si un gas realiza trabajo y su temperatura se mantiene constante, la cantidad de trabajo realizado y los estados intermedio y final del sistema serán distintos que si se mantiene constante la presión del gas.



Un gas sólo realiza trabajo cuando se expande. Esta idea se puede expresar en forma de fórmula matemática. Fíjate, en primer lugar, en que el trabajo, L, es igual a la fuerza, F, por la distancia, s (consulta el capítulo 9):

$$L = Fs$$

A su vez, la fuerza es igual a la presión, P, multiplicada por el área sobre la que se ejerce esa presión, A (consulta el capítulo 8). Esto significa que puedes expresar el trabajo como el resultado de multiplicar la presión por el área por la distancia:

$$L = PAs$$

Por último, el área multiplicada por la distancia (As) equivale a la variación del volumen, ΔV, así que esta es la nueva ecuación para hallar el trabajo:

$$L = P\Delta V$$

Las gráficas que representan la presión en función del volumen resultan muy útiles en termodinámica gracias a la fórmula $L = P\Delta V$. La gráfica revela cómo cambian la presión y el volumen, una en relación con el otro; por su parte, el área bajo la curva muestra la cantidad de trabajo realizado.

En este apartado vas a ver cuatro condiciones termodinámicas bajo las cuales se realiza trabajo: presión constante, volumen constante, temperatura constante y calor constante. En las gráficas están representados la presión y el volumen para cada una de esas condiciones en cada uno de esos procesos y cómo se ve el trabajo. **Nota**: Cuando cualquier cosa cambia durante esos procesos, se da por supuesto que se trata de un cambio *cuasiestático*, lo que significa que las variaciones se producen con suficiente lentitud como para que la presión y la temperatura se mantengan iguales en todo el volumen del sistema.

A presión constante: Isobárico

Cuando tienes un proceso en el que la presión se mantiene constante, se denomina proceso *isobárico* (*bárico* significa 'relacionado con la presión'). En la figura 17-1 se ve un cilindro con un pistón elevado por cierta cantidad de un gas a medida que este se calienta. El volumen del gas cambia, pero el pistón mantiene la presión constante.

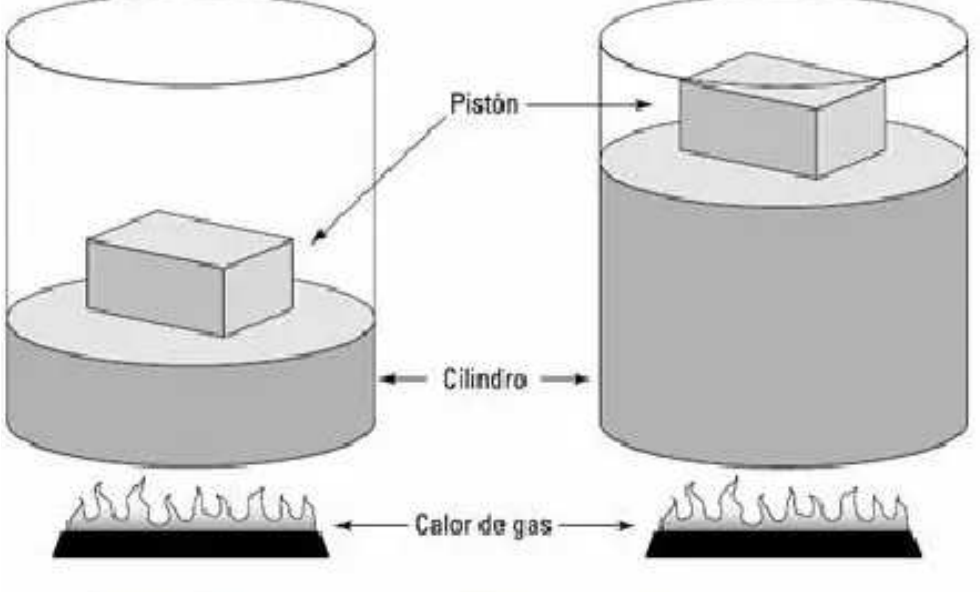


Figura 17-1.
En un sistema isobárico puede cambiar el volumen, pero la presión se mantiene constante En la figura 17-2 tienes la gráfica que

representa un proceso isobárico: el volumen cambia mientras la presión se mantiene constante. Como $L = P\Delta V$, el trabajo está representado por el área sombreada de la gráfica.

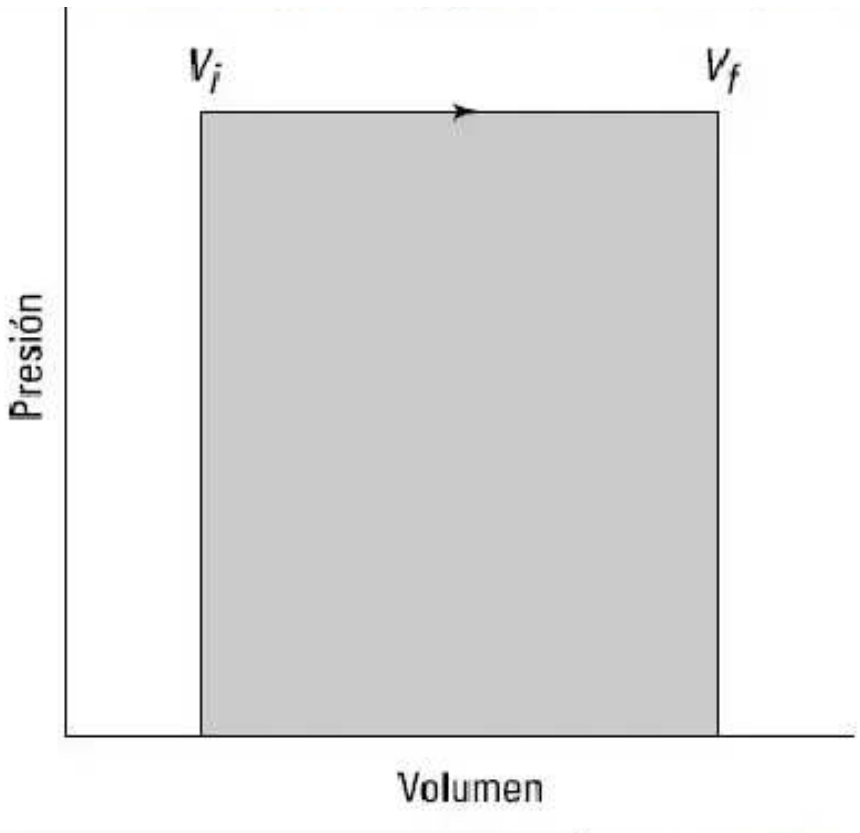


Figura 17-2.
Representación gráfica de la presión y el volumen en un sistema isobárico

Supón que tienes 20 m^3 de un gas ideal a una presión de 200 Pa. Calientas el gas hasta que se expande y alcanza un volumen de 120 m^3 (mira el capítulo 14 para saber más sobre la expansión de un gas a medida que aumenta la temperatura). ¿Cuánto trabajo realiza el gas? Lo único que hay que hacer es introducir los números en la ecuación:

$$L = P\Delta V = (200\ \text{Pa})\ (120\ \text{m}^3 - 60\ \text{m}^3) = 12000\ \text{J}$$

El gas realiza 12.000 J de trabajo a medida que se expande mientras está sometido a una presión constante.

Trabaja con agua a presión constante

Imagina que estás en el aeropuerto esperando un vuelo de conexión para acudir al próximo congreso de física. Miras a tu alrededor, pero no ves mucho con lo que entretenerte, tan solo una fuente para beber. Pero ya se sabe que los físicos encuentran diversión en cualquier parte: tomas un gramo de agua de la fuente y lo metes en la cámara isobárica de bolsillo que casualmente llevas siempre contigo. Bajo la mirada atenta de un guardia de seguridad del aeropuerto, aumentas la presión hasta 2×10^5 Pa y elevas la temperatura del agua en 62 °C.

Entonces constatas que el gramo de agua experimenta un aumento de volumen de 1×10^{-8} m³. "Vaya —piensas—, me pregunto cuánto trabajo ha realizado el agua y cuánto ha variado la energía interna del agua." El proceso ha sido isobárico, así que el trabajo realizado por el agua es:

$$L = P\Delta V$$

Al introducir los datos y realizar los cálculos obtienes:

$$L = (2 \times 10^5 \text{ Pa})(1 \times 10^{-8} \text{ m}^3) = 0{,}002 \text{ J}$$

Así que ese es el trabajo realizado por el agua. ¿Y cuánto ha variado la energía interna del agua? La primera ley de la termodinámica dice que:

$$\Delta U = Q - L$$

Ya conoces L, pero ¿cuánto vale Q (que es el calor absorbido por el agua)? Sabes cuánto ha variado su temperatura, así que usando el calor específico del agua (capítulo 15) hallarás el calor que ha absorbido el agua con la siguiente ecuación:

$$Q = cm\Delta T$$

El calor específico del agua es de 4.186 J/kg·°C. Al introducir los datos en la ecuación y realizar las operaciones tienes:

$$Q = cm\Delta T = (4186 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C})(0{,}0010 \text{ kg})(62^\circ\text{C}) \approx 260 \text{ J}$$

Acude ahora a la primera ley de la termodinámica:

$$\Delta U = Q - L$$

Al sustituir las letras por sus valores, resolverás la variación de la energía interna:

$$\Delta U = Q - L = 260 \text{ J} - 0{,}002 \text{ J} \approx 260 \text{ J}$$

"Mmmm", piensas. El exiguo trabajo realizado fue de 0,002 J, mientras que la variación de la energía interna fue de 260 J. Interesante: se ha realizado muy poco trabajo porque el agua no se ha expandido demasiado, pero se aprecia una ganancia considerable de energía interna debido al incremento de la

demasiado, pero se aprecia una ganancia considerable de energía interna debido al incremento de la temperatura del agua.

Aumento de la energía del vapor de agua sin cambiar la presión

Ahora decides calcular el trabajo realizado por algo con gran capacidad de expansión, como el vapor de agua. ¿Variará mucho el trabajo realizado? Vamos a comprobarlo.

Sacas la cámara isobárica y elevas la temperatura de un gramo de agua hasta convertirlo en vapor. Entonces subes la temperatura del vapor en 62 °C (el mismo incremento de temperatura que aplicaste al agua líquida en el experimento anterior) mientras mantienes la presión a $2\ 10^5$ Pa. Esta vez constatas que el vapor se ha expandido mucho más que el agua líquida: $7{,}1\ 10^{-5}$ m³ más.

¿Cuánto trabajo ha realizado el vapor? Como la expansión se ha producido en una cámara isobárica de bolsillo, la presión no ha variado, así que usas la siguiente ecuación:

$$L = P\Delta V$$

Al introducir los números y realizar los cálculos obtienes:

$$L = P\Delta V = (2 \times 10^5\ \text{Pa})(7{,}1 \times 10^{-5}\ \text{m}^3) \approx \mathbf{14\ J}$$

¿Y qué ha ocurrido con el cambio de la energía interna del vapor? Una vez más, puedes recurrir a la ecuación del primer principio de la termodinámica:

$$\Delta U = Q - L$$

Conoces el valor de L, pero ¿cuánto vale Q (el calor absorbido por el vapor de agua)? Sabes la variación de la temperatura del vapor, así que puedes usar la siguiente ecuación:

$$Q = cm\Delta T$$

Al introducir los números y realizar las operaciones obtienes

$$Q = cm\Delta T = (2020\ \text{J/kg}\cdot^\circ\text{C})(0{,}0010\ \text{kg})(62^\circ\text{C}) \approx 126\ \text{J}$$

Recurriendo de nuevo a la primera ley de la termodinámica, llegas al siguiente resultado después de introducir los datos numéricos y realizar los cálculos:

$$\Delta U = Q - L = 126\ \text{J} - 14\ \text{J} = \mathbf{112\ J}$$

El vapor ha hecho mucho más trabajo que el agua al expandirse, así que había menos energía para aumentar la energía interna total del vapor.

“¡Eh, amigo!, ¿qué es ese chisme?”, te increpa el guardia de seguridad del aeropuerto, señalando

hacia la cámara isobárica de bolsillo que tienes en la mano.

“Este chisme sólo sirve para saber cuánto trabajo ha realizado el vapor más que el agua al expandirse en unas condiciones isobáricas.”

El guardia parpadea y responde: “Ahhh”.

Con un volumen constante: Isocórico

¿Y si la presión del sistema no fuera constante? Si lo que tienes es un contenedor sellado que no puede cambiar de volumen, entonces será el volumen lo que se mantenga constante y el proceso será *isocórico*.

En la figura 17-3 alguien ha cometido la negligencia de arrojar al fuego un espray. A medida que se calienta el gas del interior del bote, la presión aumenta, pero el volumen permanece igual (a menos que el recipiente explote).

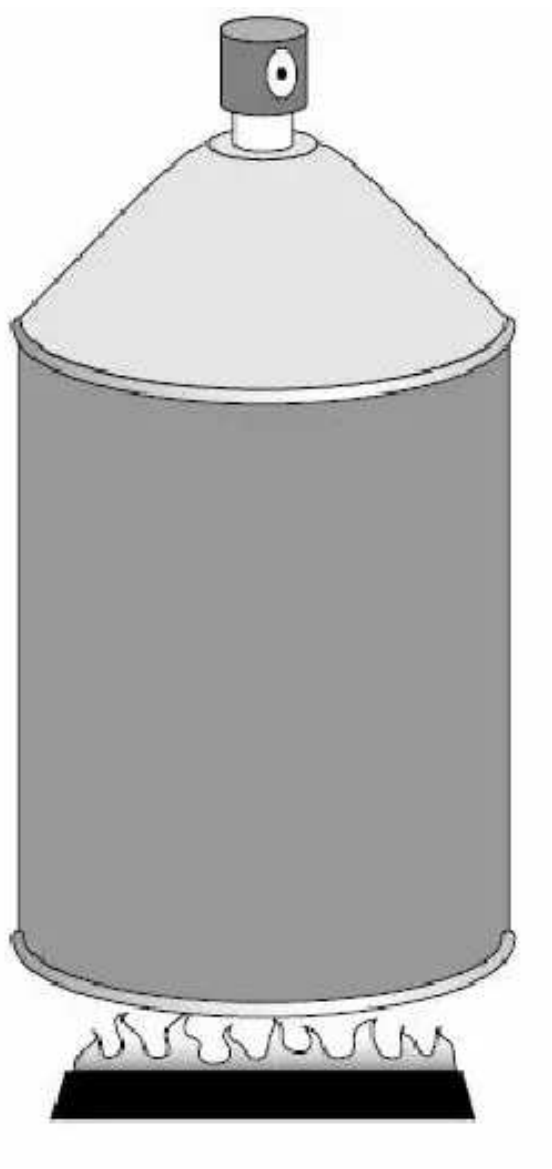


Figura 17-3.
En un sistema isocórico el volumen se mantiene constante mientras varían las otras magnitudes

¿Cuánto trabajo realiza el fuego sobre el recipiente? Mira la gráfica de la figura 17-4. En este caso el volumen es constante, así que *Fs* (la fuerza por la distancia) es igual a cero. No se realiza ningún trabajo, así que no hay área sombreada en la gráfica.

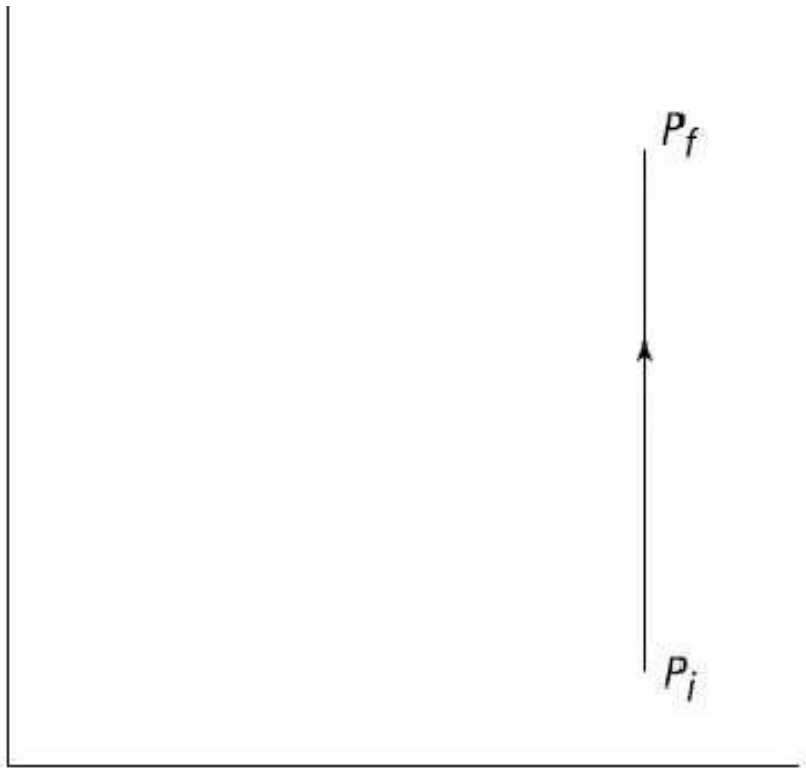


Figura 17-4.
Como en los procesos isocóricos el volumen es constante, no se realiza ningún trabajo

Veamos un ejemplo. La directora general de la empresa Envases a Presión Acme se dirige a ti y te dice: "Suministramos 16.000 J de energía a 5 moles de un gas ideal, manteniendo el volumen constante. Queremos saber cuánto varía la energía interna. ¿Puedes ayudarnos?".

Sacas tu libreta y le explicas que el trabajo realizado por un gas ideal depende de la variacion de volumen: $L = P\Delta V$ (consulta el apartado previo titulado "Valora la constancia: procesos isobárico, isocórico, isotérmico y adiabático" para saber por qué). Como la variación del volumen es cero en este caso, el trabajo realizado es cero.

La variación de la energía interna de un gas ideal responde a la fórmula $\Delta U = Q - L$. Como L vale cero, se da la siguiente igualdad:

$$\Delta U = Q$$

Así que te giras hacia la directora general y le dices: “Han suministrado 16.000 J de energía a un gas ideal a un volumen constante, de modo que el incremento de energía interna del gas es de 16.000 J”.

“¿Qué?”. “¡Vaya cálculo fácil; no te pagaré ni un céntimo!”, responde la directora general.

Le entregas una factura y le dices: “Ya lo has hecho. Gracias por el encargo”.

A temperatura constante: isotérmico

En un sistema isotérmico, la temperatura permanece constante mientras varían el resto de las magnitudes. Observa el curioso artilugio de la figura 17-5, diseñado para mantener constante la temperatura del gas que alberga en su interior, incluso cuando sube el pistón. Al aplicar calor a este sistema, el pistón sube o baja despacio de tal manera que el producto de la presión por el volumen se

mantiene constante; y como $PV = nRT$ (mira el capítulo 14), la temperatura también permanece constante. (Recuerda que n es el número de moles de gas que permanecen constantes y que R es la constante del gas.)

¿Qué le pasa al trabajo cuando cambia el volumen? Como $PV = nRT$, la relación entre P y V es

$$P = \frac{nRT}{V}$$

En la figura 17-6 se ve esa ecuación plasmada en una gráfica, en la que el trabajo realizado está representado por el área sombreada bajo la curva de la gráfica. Pero ¿qué demonios es esa área?



El trabajo realizado en un proceso isotérmico responde a la siguiente fórmula, en la que ln es es el logaritmo natural (también se llama neperiano y quizá tengas en la calculadora una tecla ^{ln}, que te dará su valor), R es la constante del gas (8,31 J/mol·K), V_f es el volumen final y V_i es el volumen inicial:

$$L = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

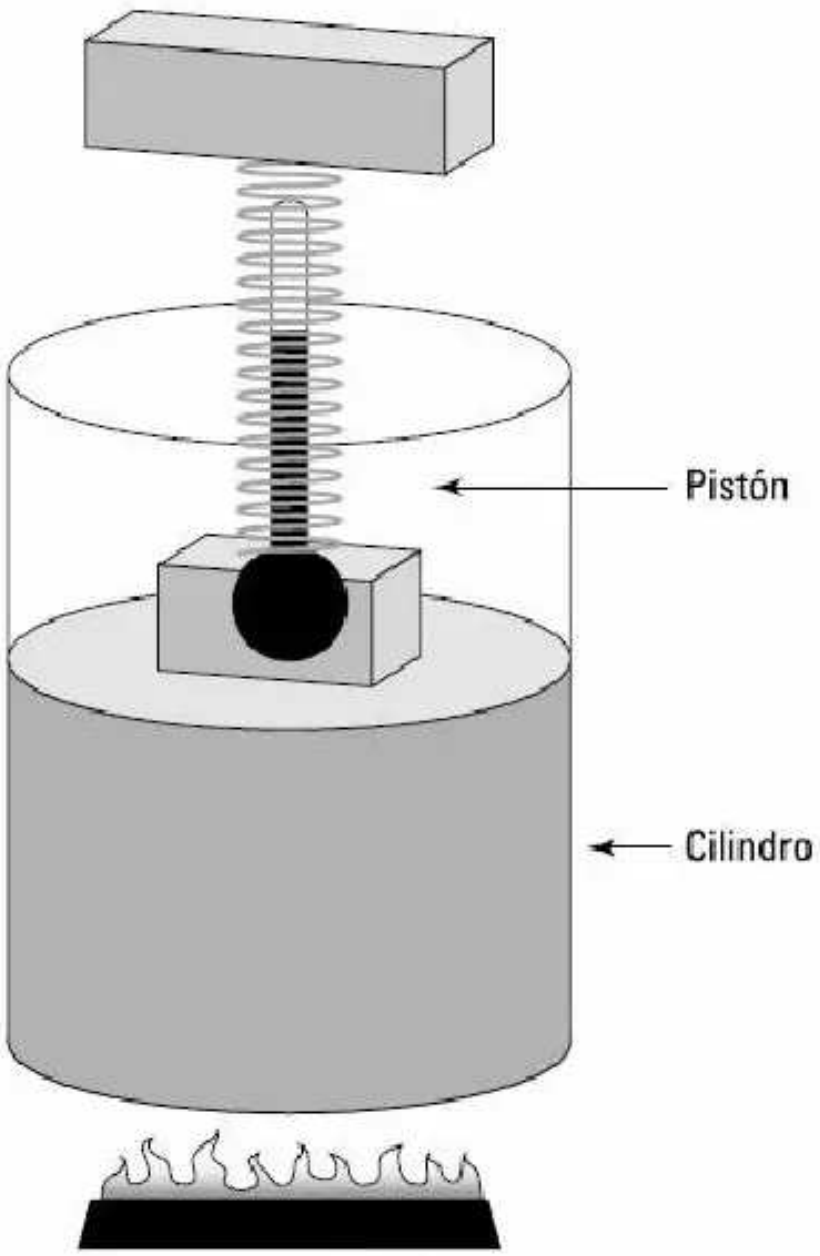


Figura 17-5.
Un sistema isotérmico mantiene la temperatura constante mientras varían otras magnitudes



Como la temperatura permanece constante en los procesos isotérmicos y como la energía interna de

un gas ideal es igual a $(3/2)nRT$ (consulta el capítulo 16), la energía interna no varía. Por tanto, el calor es igual al trabajo realizado por el sistema:

$$\Delta U = Q - L$$
$$0 = Q - L$$
$$Q = L$$

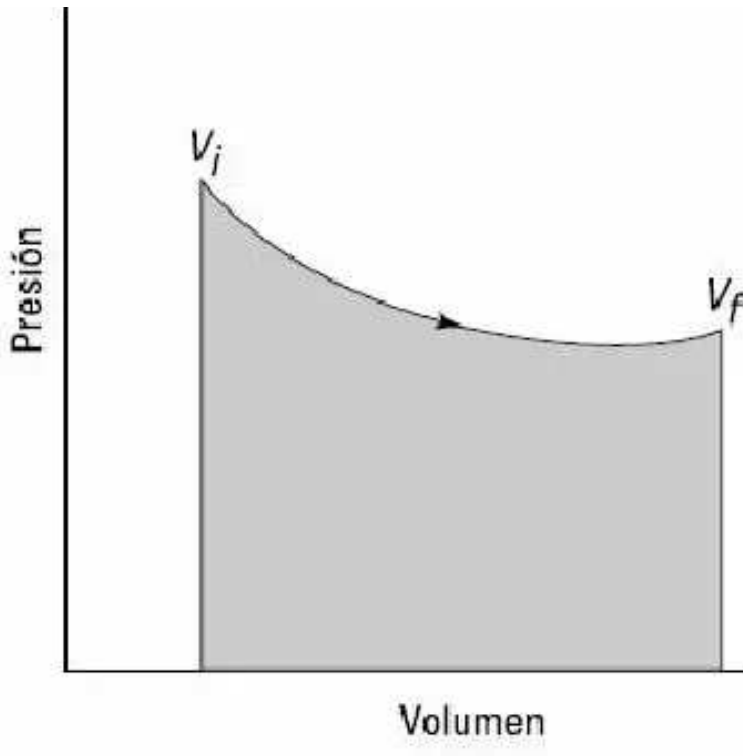


Figura 17-6.
El área sombreada bajo la curva representa el trabajo realizado en el proceso isotérmico

¿Y qué pasará si sumerges el cilindro de la figura 17-5 en un baño caliente? El calor, Q, fluirá hacia el aparato y como la temperatura del gas permanece constante, todo el calor se convertirá en trabajo realizado por el sistema.

Imagina que dispones de un mol de helio para jugar con él un día lluvioso a 20 °C de temperatura, y que para divertirte decides expandirlo desde $V_i = 0{,}01$ m³ hasta $V_f = 0{,}02$ m³. ¿Qué trabajo realiza el gas durante la expansión? Lo único que hay que hacer es introducir los números en la ecuación:

$$L = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$
$$= (1)(8{,}31\ \text{J/mol}\cdot\text{K})\left[(273{,}15 + 20)\ \text{K}\right] \ln\left(\frac{0{,}020\ \text{m}^3}{0{,}010\ \text{m}^3}\right)$$
$$\approx 1690\ \text{J}$$

El gas realiza 1.690 J de trabajo. La variación de la energía interna del gas es nula (0 J), como siempre en un proceso isotérmico. Y como $Q = L$, el calor añadido al gas también equivale a 1.690 J.

He aquí otro ejemplo. Vamos a suponer que es tu cumpleaños y te regalan 2 moles de gas hidrógeno a una temperatura de 600 K y con 0,05 m^3 de volumen inicial. Tú haces que se expanda hasta 0,1 m^3 mediante un proceso isotérmico y te preguntas cuánto trabajo realiza el gas. Así que abres el cuaderno y calculas que el trabajo realizado por el gas ideal durante la expansión isotérmica será:

$$L = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Al introducir los números y realizar los cálculos obtienes

$$\begin{aligned} L &= nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \\ &= (2{,}0 \text{ mol})(8{,}31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(600 \text{ K}) \ln\left(\frac{0{,}1 \text{ m}^3}{0{,}05 \text{ m}^3}\right) \\ &\approx 6\,900 \text{ J} \end{aligned}$$

De modo que el gas realiza 6.900 J de trabajo durante su expansión.
Entonces, ¿cuál ha sido el incremento de la energía interna del gas? Sabes que la variación de la energía interna equivale a $\Delta U = (3/2)nR\Delta T$ (mira el capítulo 16 para profundizar en los detalles). Por tanto, como ΔT vale cero en cualquier proceso isotérmico, ΔU también vale cero. De modo que la energía interna del gas durante la expansión isotérmica no ha variado.

Con calor constante: Adiabático

Un *proceso adiabático* es aquel en el que no fluye ningún calor hacia fuera ni hacia dentro del sistema. Mira la figura 17-7a, en la que aparece un cilindro envuelto en un material aislante. El aislante impide que el calor fluya hacia dentro o hacia fuera del sistema, así que cualquier cambio que se produzca en él será adiabático.

Al analizar el trabajo realizado durante un proceso adiabático, podemos afirmar que $Q = 0$, así que ΔU (la variación de la energía interna) equivale a $-L$. Como la energía interna de un gas ideal vale $U = (3/2)nR\Delta T$ (mira el capítulo 14), el trabajo realizado es el siguiente:

$$L = \left(\frac{3}{2}\right)nR(T_f - T_i)$$

donde T_f representa la temperatura final y T_i representa la temperatura inicial. De modo que, si el gas realiza trabajo, ese trabajo procede de una variación en la temperatura: si la temperatura baja, el gas realiza trabajo sobre su entorno.

La gráfica de la figura 17-8 representa la presión en función del volumen durante un proceso adiabático. La curva que representa el proceso en esta figura, llamada *adiabática*, es diferente de las curvas del proceso isotermo, denominadas *isotermas*. El trabajo realizado cuando el calor total del sistema es constante queda representado por el área sombreada bajo la curva.

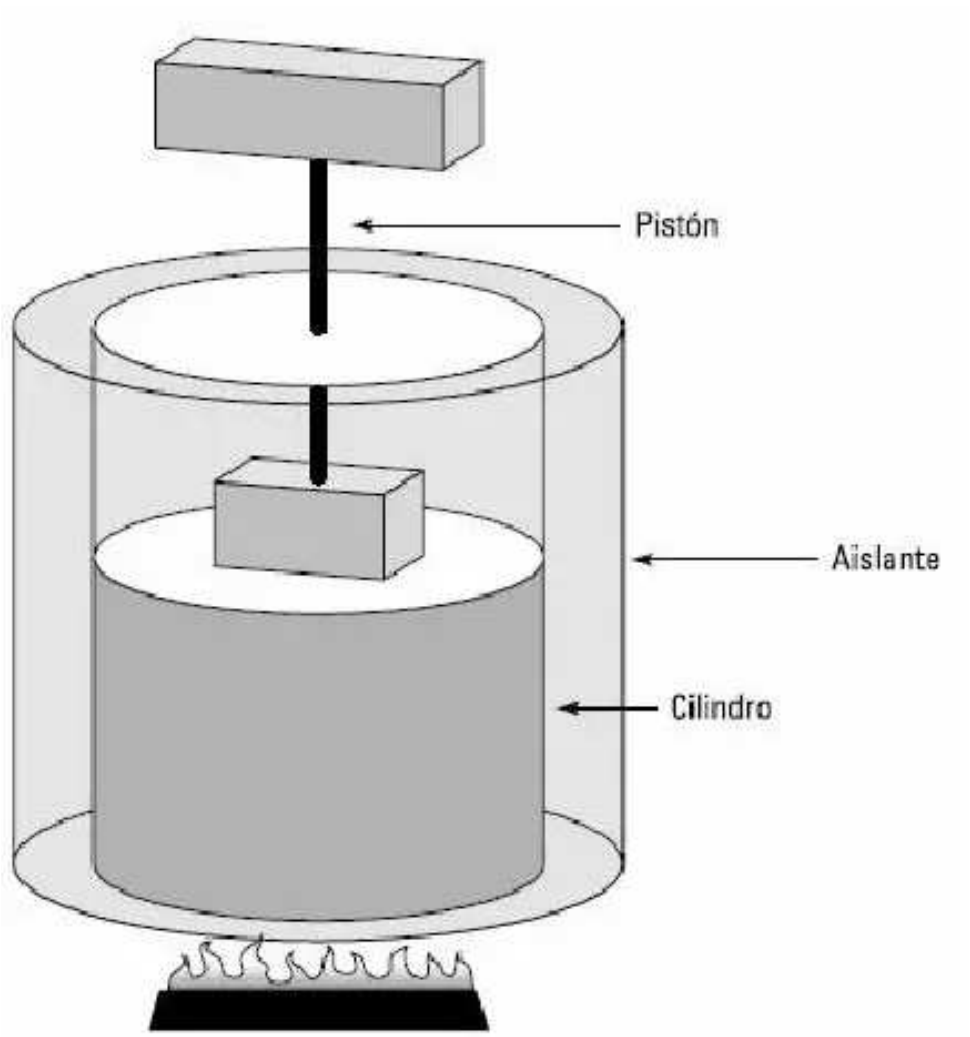


Figura 17-7.
En un sistema adiabático no hay ni entrada ni la salida de calor

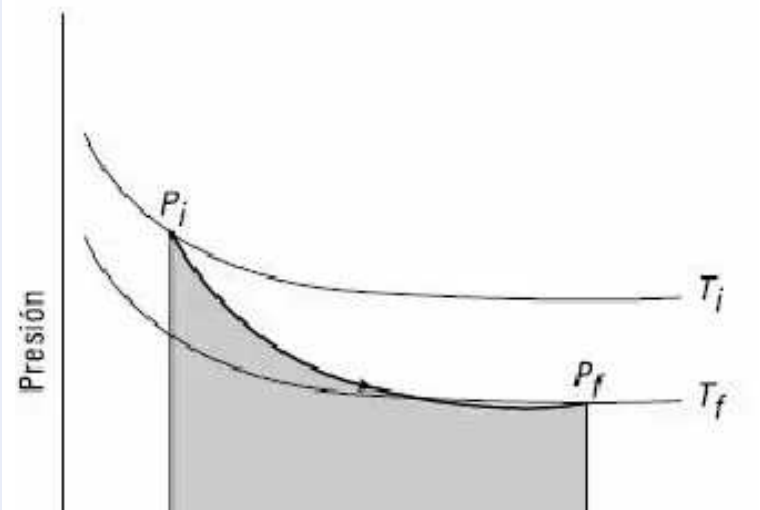




Figura 17-8.
Gráfica adiabática en la que se representa la relación entre la presión y el volumen

Durante la expansión o compresión adiabática se puede relacionar la presión y el volumen iniciales con la presión y el volumen finales de este modo:

$$P_i V_i^{\gamma} = P_f V_f^{\gamma}$$

En esta ecuación, γ es el cociente entre los valores que toma el calor específico de un gas ideal a presión constante (numerador) y a volumen constante (denominador); recuerda que el *calor específico* indica cuánto calor puede acumular un material (consulta el capítulo 15):

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

¿Y cómo se halla el valor del calor específico? Pues eso es lo que viene a continuación.

Cómo hallar el calor específico molar

Para hallar el calor específico hay que relacionar el calor, Q, con la temperatura, T. Normalmente se usa la fórmula $Q = cm\Delta T$, en la que c es el calor específico, m es la masa y ΔT es la variación de la temperatura.

Sin embargo en el caso de los gases resulta más sencillo hablar de *calor específico molar*, que se representa como C y cuyas unidades son los julios/mol-kelvin (J/mol·K). Con el calor específico molar se usa cierto número de moles, n, en lugar de la masa, m:

$$Q = Cn\Delta T$$

Para hallar C hay que tener en cuenta dos cantidades distintas, C_p (a presión constante) y C_v (a volumen constante). Al despejar Q, la primera ley de la termodinámica dice que:

$$Q = L + \Delta U$$

De modo que si puedes resolver ΔU y L en función de T, ya lo tienes.

Piensa primero en el calor a volumen constante (Q_V). El trabajo realizado (L) es $P\Delta V$, así que si el volumen se mantiene constante, no se realiza trabajo; $L = 0$, de modo que $Q_V = \Delta U$. Y ΔU, la variación de la energía interna de un gas ideal, vale $(3/2)nR\Delta T$ (mira el capítulo 16). Por tanto, Q a volumen constante vale lo siguiente:

$$Q_V = \Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$$

Céntrate ahora en el calor a presión constante (Q_P). En ese caso, el trabajo (L) es igual a $P\Delta V$; y como $\Delta V = nRT$, puedes representar el trabajo como nRT: $L = P\Delta V = nR\Delta T$. Si en esa fórmula la presión se mantiene constante, la variación de energía, ΔU, sigue siendo $(3/2)nR\Delta T$ por la mera razón de que el volumen sigue siendo constante. Por tanto, esto es lo que vale Q:

$$\begin{aligned} Q_P &= L + \Delta U \\ &= \frac{3}{2} nR\Delta T + nR\Delta T \end{aligned}$$

Entonces, ¿cómo se halla el calor específico molar a partir de todo esto? Has decidido que $Q = Cn\Delta T$, lo que relaciona el intercambio de calor, Q, con la variación de temperatura, ΔT, a través del calor específico molar, C. Esta ecuación se cumple cuando se produce intercambio de calor a volumen constante, Q_V, así que puedes escribir que:

$$Q_V = C_V n\Delta T$$

donde C_V es el calor específico a volumen constante. Ya tienes una expresión para Q_V, así que puedes reemplazarlo en la ecuación anterior:

$$\frac{3}{2} nR\Delta T = C_V n\Delta T$$

Ahora puedes dividir los dos lados por $n\Delta T$ para obtener el calor específico a volumen constante:

$$C_V = \frac{3}{2} R$$

Si aplicas el mismo procedimiento para hallar el calor específico a presión constante, obtienes:

$$C_P = \frac{3}{2} R + R = \frac{5}{2} R$$

Ya tienes el calor específico molar de un gas ideal. La constante que buscas, γ, es el cociente entre esas dos ecuaciones:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5}{3}$$



Para un gas ideal se puede hallar la relación entre la presión y el volumen en dos puntos cualesquiera a lo largo de la curva adiabática de esta manera:

$$P_i V_i^{5/3} = P_f V_f^{5/3}$$

Cómo hallar la presión final después de un cambio adiabático

Imagina que partes de 1 L de gas que está a una presión de 1 atmósfera. Tras un cambio adiabático (en el que no se gana ni pierde calor), acabas con 2 L de gas. ¿Qué presión habrá ahora, P_f? Al despejar P_f en un lado de la ecuación, obtienes:

$$P_f = \frac{P_i V_i^{5/3}}{V_f^{5/3}}$$

Introduce los números y realiza las operaciones:

$$P_f = \frac{P_i V_i^{5/3}}{V_f^{5/3}} = \frac{(1\ \text{atm})(1\ \text{L})^{5/3}}{(2\ \ \text{L})^{5/3}} \approx 0{,}31\ \text{atm}$$

La presión final asciende a 0,31 atmósferas.

Amplía el laboratorio y resuelve un problema práctico sobre un cambio adiabático

Mientras pasas unas vacaciones en la Antártida, la directora de un equipo de científicos en el Polo Sur se entera de que el físico más famoso del mundo anda por allí y corre a buscarte para pedirte ayuda. “Disculpe, tenemos un gran problema”, te confiesa.

“Dígame”, respondes.

Ella te lo explica: “Hemos dejado a un expedicionario en el Polo Sur dentro de un laboratorio provisto de paredes con cámara de vacío que impiden la pérdida o ganancia de calor frente al entorno. Es un ambiente cómodo y agradable; pero resulta que nos hemos pasado al presurizar. Está a dos atmósferas y eso es muy molesto. Queremos expandir el volumen del laboratorio para dejar el interior a una atmósfera”.

Tu afán constante por ayudar a los colegas te anima a abrir la libreta. El laboratorio se construyó con paredes con cámaras de vacío, así que no hay intercambio de calor con el exterior. Por tanto, la expansión será adiabática y hay que aplicar la siguiente ecuación:

$$P_i V_i^{5/3} = P_f V_f^{5/3}$$

El equipo quiere reducir la presión de 2 a 1 atm, así que:

$$\frac{P_f}{P_i} = 0{,}5$$

Al resolver la ecuación presión-volumen para la fracción de las presiones, P_f/P_i, obtienes:

$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{V_i^{5/3}}{V_f^{5/3}}$$

$$\frac{P_f}{P_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{5/3}$$

Si elevas ambos lados de la ecuación a la potencia 3/5, llegas a:

$$\left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{3/5} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)$$

Si inviertes ahora los términos a ambos lados de la ecuación (que es lo mismo que elevar ambos términos a la potencia –1), obtienes lo siguiente:

$$\left(\frac{P_i}{P_f}\right)^{3/5} = \left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Por último, multiplica ambos lados por V_i para llegar a:

$$V_f = V_i\left(\frac{P_i}{P_f}\right)^{3/5}$$

Si introduces el valor del cociente de presiones, tienes:

$$V_f = V_i\left(\frac{P_i}{P_f}\right)^{3/5}$$

Así que V_f vale alrededor de $5V_i$. Te vuelves hacia la directora y le dices: “Hay que expandir el volumen del laboratorio el 50 %”.

“Gracias. ¿Qué le debo?”, te contesta ella.

“Nunca cobro a colegas científicos”, respondes tú.

Escuela de calor: el segundo principio de la termodinámica

El segundo principio de la termodinámica dice que el calor fluye de manera



natural desde un objeto a una temperatura determinada hacia un objeto a una temperatura inferior, y que el calor no fluye en el sentido contrario por sí solo.
En efecto, las observaciones cotidianas confirman esta ley: ¿Cuándo fue la última vez que notaste que un objeto se enfriaba más que su entorno a menos que otro objeto realizara alguna clase de trabajo?

Puedes forzar que el calor fluya fuera de un objeto, cuando de manera natural fluiría hacia él, si realizas algún trabajo (como pasa con las neveras o los aparatos de aire acondicionado), pero el calor no se desplaza de forma espontánea en ese sentido.

Motores térmicos: pon a trabajar el calor

Hay muchas maneras de convertir el calor en trabajo. Serviría, por ejemplo, una máquina de vapor con un calentador y una serie de pistones, o un reactor nuclear que generara vapor sobrecalentado capaz de hacer girar una turbina.

Un motor térmico usa una fuente de calor para realizar trabajo; en la figura 17-9 se ve el principio en el que se basa una máquina de ese tipo. Una fuente de calor calienta el motor, el cual realiza trabajo. El calor residual que se pierde por el camino se deriva a un sumidero de calor, que tiene una capacidad calorífica efectiva infinita porque está preparado para albergar mucha energía calorífica sin cambiar de temperatura. El sumidero de calor podría ser el aire circundante o un radiador con agua, por ejemplo. Mientras el sumidero de calor permanezca a una temperatura inferior a la de la fuente de calor, el motor térmico podrá realizar trabajo, al menos en teoría.

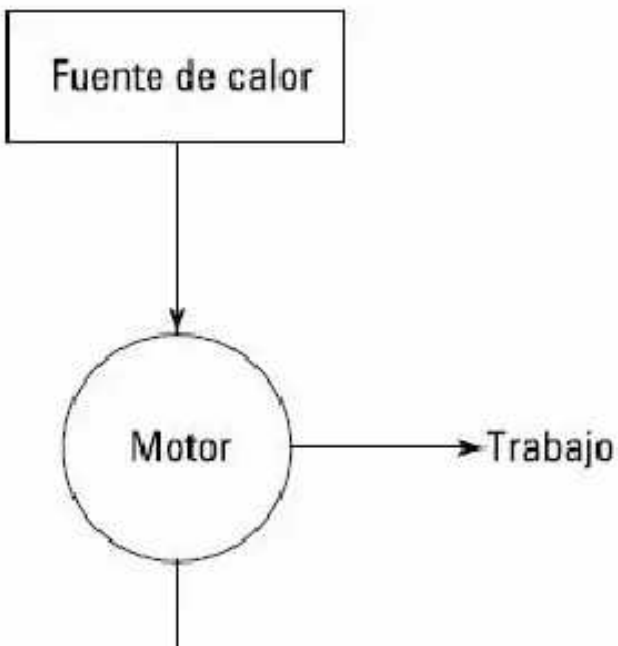




Figura 17-9.
Los motores térmicos convierten el calor en trabajo

Valoración del trabajo del calor: el rendimiento de un motor térmico

Ahora vas a ver representado el calor que aporta la fuente de calor mediante el símbolo Q_c (de calor); y el calor enviado al disipador de calor le corresponderá el símbolo Q_f (de frío).

Mediante algunos cálculos se puede hallar el rendimiento de un motor térmico. El rendimiento es el cociente entre el trabajo que realiza el motor, L, y la cantidad del calor aportado (la parte del calor suministrado que el motor convierte en trabajo):

$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{Trabajo}}{\text{Aporte de calor}} = \frac{L}{Q_c}$$

Si el motor convierte todo el calor aportado en trabajo, entonces el rendimiento es 1. Si no convierte nada del aporte de calor en trabajo, entonces el rendimiento es 0. Por lo general, el rendimiento se expresa mediante un porcentaje, así que puedes representar esos valores como el 100 % y el 0 %, respectivamente.



Como la energía total se conserva, el calor que entra en el motor debe equivaler al trabajo realizado más el calor que va al sumidero de calor, lo que significa que $Q_c = L + Q_f$. Por tanto, se puede reescribir el rendimiento usando solo los términos de Q_c y Q_f.

$$\text{Rendimiento} = \frac{L}{Q_c} = \frac{Q_c - Q_h}{Q_c} = 1 - \left(\frac{Q_h}{Q_c}\right)$$

Cómo sacar calor del motor de un coche

Imagina que tienes un motor térmico con un rendimiento del 78 % y que produce $2{,}55 \times 10^7$ J de energía. Puede que esta sea la energía producida por el motor de un coche al quemar un tanque de combustible. ¿Cuánto calor usa el motor y cuánto calor despide? Bueno, sabes que $L = 2{,}55 \times 10^7$ J y que:

$$\text{Rendimiento} = \frac{L}{Q_c}$$

$$0{,}780 = \frac{2{,}55 \times 10^7\ \text{J}}{Q_c}$$

Al despejar Q_c llegas a:

$$Q_c = \frac{2{,}55 \times 10^7\ \text{J}}{0{,}780} \approx 3{,}27 \times 10^7\ \text{J}$$

La cantidad de calor aportado es de $3{,}27 \times 10^7$ J. Entonces, ¿cuánto calor se pierde y va al sumidero, Q_f? Sabes que $Q_c = L + Q_f$, y puedes reordenar el problema para resolver Q_f:

$$Q_f = Q_c - L$$

Al introducir los números obtienes:

$$Q_h = Q_c - L = (3{,}27 \times 10^7\ \text{J}) - (2{,}55 \times 10^7\ \text{J}) = 7{,}2 \times 10^6\ \text{J}$$

La cantidad de calor enviado al sumidero asciende a $7{,}2 \times 10^6$ J.

Calcula el calor de tu coche de carreras

Estás en un circuito probando el nuevo coche de carreras que has desarrollado para físicos. Es un vehículo que te llena de orgullo porque tiene una eficacia del 25 %. Según tus cálculos, hoy ya ha realizado 8.000 J de trabajo. Pero de repente ves que un mecánico está a punto de echarle mano al radiador. "¡No toque eso!, ¡estará caliente!", le dices.

"¿A qué temperatura puede estar?", pregunta él.

¿La temperatura exacta? El coche libera el exceso de calor a través del radiador, piensas tú. Así que ¿de cuánto calor se habrá desprendido? Si el rendimiento del coche es el 25 % y ha realizado 8.000 J de trabajo, entonces la aportación de calor ha tenido que ser:

$$Q_c = \frac{L}{\text{Rendimiento}}$$

Al introducir los números obtienes:

$$Q_c = \frac{L}{\text{Rendimiento}} = \frac{8\,000\ \text{J}}{0{,}25} = 32\,000\ \text{J}$$

Vale, se han aportado 32.000 J de calor. Sabes que esa cantidad es igual al trabajo realizado más la pérdida de calor $Q_c = L + Q_f$, así que el calor que se pierde será:

$$Q_f = Q_c - L$$

Sabes que el aporte de calor ha sido de 32.000 J y que el motor ha desarrollado 8.000 J de trabajo; entonces reemplazas las letras por los datos y realizas los cálculos:

$$Q_f = Q_c - L = 32\,000\ \text{J} - 8000\ \text{J} = 24\,000\ \text{J}$$

"¿A qué temperatura puede estar el radiador?", preguntas al mecánico. "Pues a veinticuatro mil julios; ¡bastante caliente! ¿no?".

"Pero eso ¿cuántos grados son?", responde él. Bueno, si el radiador pesa 10 kg y absorbe 24.000 J de energía, ¿cuánto cambiará su temperatura? Si su calor específico es de 460 J/kg·K, entonces habrá experimentado la siguiente variación de temperatura:

$$\Delta T = \frac{24\,000\ \text{J}}{(10\ \text{kg})(460\ \text{J/kg}\cdot\text{K})} \approx 5{,}2\ \text{K}$$

Una diferencia de 5,2 K es lo mismo que una diferencia de 5,2 °C. "Ah, ¿solo cinco grados? Tampoco es para tanto", responde el mecánico. Te preguntas si deberías decirle que eso es más de 40 °F.

Limitación del rendimiento: Carnot dice que no se puede tener todo

A partir de la cantidad de trabajo que realiza un motor térmico y de su rendimiento, se puede calcular la cantidad de calor que entra y sale de él (junto con un poco de ayuda por parte de la ley de conservación de la energía, que vincula entre ellas las tres magnitudes: el trabajo, el calor de entrada y el calor de salida). Pero ¿por qué no desarrollar motores térmicos con un rendimiento del 100 %? Convertir en trabajo todo el calor introducido en un motor térmico sería magnífico, pero el mundo real no funciona así. Los motores térmicos tienen algunas pérdidas inevitables, como las que provoca el rozamiento en los pistones de una máquina de vapor.

Cuando Sadi Carnot, ingeniero del siglo XIX, estudió el problema, llegó a la conclusión de que, en efecto, lo mejor que se puede hacer es usar un motor que no tenga tales pérdidas. Si el motor no tiene pérdidas, el sistema recuperará el mismo estado en el que se encontraba antes de iniciar el proceso. Esto se denomina *proceso reversible*. Por ejemplo, si un motor térmico pierde energía para vencer el rozamiento, no sigue un proceso reversible porque no acaba llegando al mismo estado cuando completa el proceso. El motor térmico más eficaz es aquel que opera de forma reversible.

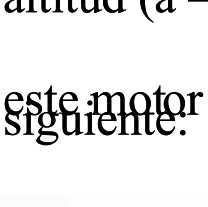
El principio de Carnot dice que ninguna máquina no reversible es tan eficaz como una reversible y que todas las máquinas reversibles que funcionan entre dos temperaturas fijas, tienen el mismo

rendimiento. Pero esto tiene truco: no existen máquinas totalmente reversibles, así que Carnot inventó una máquina ideal.

Cómo hallar el rendimiento en una máquina de Carnot

Ninguna máquina real puede funcionar de forma reversible, así que Carnot imaginó una especie de máquina reversible ideal. En la *máquina de Carnot*, el calor procedente de la fuente de calor se suministra a una temperatura constante T_c. Pero, mientras tanto, el calor liberado va a parar a un sumidero de calor que se mantiene a una temperatura estable, T_f. Como la fuente de calor y el disipador siempre están a la misma temperatura, puede decirse que el cociente entre el calor suministrado y el calor liberado es el mismo que el cociente entre esas dos temperaturas (expresadas en kelvins):

$$\frac{Q_f}{Q_c} = \frac{T_f}{T_c}$$



Y como el rendimiento de un motor térmico es Rendimiento = 1 – (Q_f/Q_h), la eficacia de una máquina de Carnot equivale a:

$$\text{Rendimiento} = 1 - \frac{Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

Esta ecuación representa el *máximo rendimiento posible* de un motor térmico. No se puede superar. Pero como, según dicta el tercer principio de la termodinámica (consulta el último apartado de este capítulo), no se puede alcanzar la temperatura del cero absoluto, T_f nunca vale 0; así que el rendimiento siempre es 1 menos algo. Nunca podrás tener un motor térmico con un rendimiento del 100 %.

Uso de la ecuación con una máquina de Carnot

Es fácil aplicar la ecuación del máximo rendimiento posible (Rendimiento = 1 – Q_f/Q_c = 1 – Tf /Tc). Por ejemplo, imagina que desarrollas un invento fantástico: una máquina de Carnot que usa un globo para conectar el suelo (a 27 °C), como fuente de calor, con el aire situado a 10.000 m de altitud (a –27 °C), que te sirve como sumidero de calor. ¿Qué rendimiento máximo puedes sacarle a este motor térmico? Tras convertir las temperaturas a kelvins e introducir los números obtienes lo siguiente:

$$\text{Rendimiento} = 1 - \frac{Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \left(\frac{248\ \text{K}}{300\ \text{K}}\right) \approx 0{,}173$$

Tu máquina de Carnot no puede rendir más del 17,3 %: no es muy eficaz, no. Por otro lado, supón que usas la superficie del Sol (a unos 5.800 K) como fuente de calor y el espacio interestelar (a unos 3,4 K) como sumidero de calor (la ciencia-ficción consiste en ideas de este tipo). Esto ya sería otra historia:

$$\text{Rendimiento} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \left(\frac{3{,}40\ \text{K}}{5{,}800\ \text{K}}\right) \approx 0{,}999$$

Tu máquina de Carnot tendría un rendimiento teórico del 99,9 %.

Veamos otro ejemplo. Estás en Hawái tomándote unas merecidas vacaciones en compañía de otros físicos igual de trabajadores que tú. El verano ha sido tórrido y mientras te relajas en la tumbona de

la playa, lees un artículo sobre la crisis energética causada por el zumbido de tanto aparato de aire acondicionado. Dejas el periódico a un lado cuando los felices físicos mecidos por las olas te llaman para que te des un chapuzón.

"¿Está caliente el agua?", preguntas. "Mucho; a unos 300 K", responden mientras flotan arriba y abajo.

Vaya, piensas. Si pudieras construir una máquina de Carnot y usar la superficie del océano como fuente de calor (300 K) y el fondo del océano (a unos 7 °C, o 280 K) como sumidero de calor, ¿qué eficacia tendría? Y ¿cuánto aporte de calor necesitarías para cubrir todas las necesidades energéticas de un país como Estados Unidos durante un año (en torno a 1×10^{20}J)?

Sabes que Rendimiento = $1 - (T_f/T_c)$, así que introduces los números y realizas las operaciones para hallar el valor:

$$\text{Rendimiento} = 1 - \left(\frac{280\ \text{K}}{300\ \text{K}}\right) \approx 0{,}067$$

Así que su rendimiento sería del 6,7 %. Entonces, ¿cuánto aporte de calor se precisaría para conseguir 1×10^{20} J? Sabes que Rendimiento = L/Q_c, así que:

$$Q_c = \frac{L}{\text{Rendimiento}}$$

Al introducir los datos y realizar las cuentas, tienes:

$$Q_c = \frac{1 \times 10^{20}\ \text{J}}{0{,}067} \approx 1{,}5 \times 10^{21}\ \text{J}$$

¿Qué variación de temperatura experimentará el océano Pacífico al extraer ese calor de su superficie? Supón que el metro de agua más superficial del océano Pacífico contiene alrededor de

superficie? Supón que el metro de agua más superficial del océano Pacífico contiene alrededor de $1{,}56 \times 10^{14}$ m^3 de agua, lo que se corresponde con $1{,}56 \times 10^{17}$ kg de agua.

La pérdida o la ganancia de calor están vinculadas a la variación de la temperatura mediante la ecuación $Q = cm\Delta T$, así que la variación de la temperatura ascenderá a:

$$\Delta T = \frac{Q}{cm}$$

Al introducir los números y realizar los cálculos obtienes una variación de la temperatura de:

$$\Delta T = \frac{1{,}5 \times 10^{21}\ \text{J}}{(4186\ \text{J/kg} \cdot °\text{C})(1{,}56 \times 10^{17}\ \text{kg})} \approx 4{,}5°\text{C}$$

De modo que si conectaras esta máquina de Carnot desde la superficie del océano Pacífico hasta el fondo y succionaras todo el calor que hay en el primer metro de agua más próximo a la superficie, la temperatura de ese primer metro de agua descendería 4,5 °C para cubrir toda la demanda energética anual de un país como Estados Unidos.

Para ir a contracorriente, las bombas de calor

Por lo común, las máquinas de Carnot toman el calor de una reserva térmica (Q_c), realizan un trabajo, y a continuación desechan el calor residual en un depósito frío (Q_f). Pero ¿qué pasa si intercambias los depósitos caliente y frío y ejerces un trabajo real sobre la máquina de Carnot (en lugar de que la máquina ejerza un trabajo sobre ti)? Pues que puedes *bombear calor hacia arriba*, desde el depósito frío hacia el depósito caliente. Esto se consigue si se conecta la entrada de una máquina de Carnot al depósito frío y se conecta el escape con el depósito caliente.

¿Por qué razón querrías desplazar calor en la Tierra? Piensa en una habitación fría en un día aún más frío. Si conectas una máquina de Carnot al exterior (que está más frío que el interior) y ejerces algún trabajo sobre la máquina de Carnot, puedes introducir calor en la estancia. Este uso de la máquina de Carnot recibe el nombre de *bomba de calor*, porque se aplica un trabajo para impulsar el calor contracorriente, del depósito frío al caliente.

¿Por qué las bombas de calor brindan un buen recurso para calentar las casas? Reflexiona sobre cómo la calentarías con la alternativa del calor eléctrico. Si se usa la electricidad necesaria para incrementar en 1.000 J el calor del interior, hay que pagar esos 1.000 J de energía. Pero si bombeas el calor del exterior al interior, la mayoría del calor proviene del depósito frío; en ese caso solo hay que aportar el trabajo necesario para bombear el calor al interior del depósito caliente.

Las bombas de calor también sirven para mover el calor en el sentido contrario, es decir, para enfriar. En este caso, el trabajo mecánico se utiliza para bombear el calor desde una fuente hacia otro sitio cuya temperatura es inferior. La nevera de casa usa energía eléctrica para accionar un compresor, que forma parte del ciclo de refrigeración.

compresor, que forma parte del ciclo de refrigeración.

Cómo calentar con menos trabajo

El funcionamiento de una bomba de calor requiere menos trabajo que el calor transferido. Por ejemplo, imagina que te vas de vacaciones a una cabaña de madera que tienes a 20 °C (eso equivale a 293 K). Quieres bombear al interior un poco de calor del exterior, que está a 10 °C (283 K) y calculas que debes bombear 4.000 J de calor. ¿Cuánto trabajo debes ejercer para bombear 4.000 J al interior de la casa?

Desembalas una máquina de Carnot y la conectas con el exterior (que está más frío) de manera que use este como depósito caliente y el interior de la cabaña (que está más caliente) como depósito frío. Para conseguir que el calor fluya a contracorriente de este este modo, debes ejercer un trabajo sobre la máquina de Carnot en lugar de que esta realice un trabajo sobre ti.

Entonces, ¿cuánto trabajo necesitas para bombear 4.000 J de calor hacia dentro? Puedes comenzar con esta ecuación:

$$Q_c = L + Q_f$$

En este caso, Q_c se corresponde con el calor introducido en la cabaña y Q_f es el calor que se obtiene del exterior. L es la cantidad de trabajo que hay que suministrarle a la bomba de calor. Quieres conocer el trabajo, así que reordenas la ecuación:

$$L = Q_c - Q_f$$

Para una máquina de Carnot, $Q_f/Q_c = T_f/T_c$. Por tanto, la fórmula para hallar el calor tomado de fuera es la siguiente:

$$Q_f = Q_c\left(\frac{T_f}{T_c}\right)$$

Ahora se introduce ese valor de Q_f en la ecuación del trabajo ($L = Q_c - Q_f$) y se simplifica:

$$L = Q_c\left[1-\left(\frac{T_f}{T_c}\right)\right]$$

Como quieres conseguir 4.000 J de calor dentro de la cabaña, $Qc = 4.000$ J, al insertar los datos del calor y la temperatura y realizar las operaciones obtienes:

$$L = 4\,000\text{ J}\left[1-\left(\frac{283\text{ K}}{293\text{ K}}\right)\right] \approx 136\text{ J}$$

De modo que solo necesitarías 136 J de trabajo para bombear al interior 4.000 J de calor desde el

exterior. ¿Ves por qué son tan atractivas las bombas de calor? Si usaras calor eléctrico, tendrías que aportar los 4.000 J íntegros.

Sin embargo, como la temperatura exterior desciende cada vez más, para bombear el calor hacia el interior hay que realizar más trabajo cuanta mayor diferencia de temperatura haya que contrarrestar.

Por ejemplo, ¿qué pasaría si la temperatura exterior fuera de –20 °C (es decir, 253 K)? En este caso, ¿cuánto trabajo tendrías que ejercer sobre la máquina de Carnot para bombear 4.000 J de calor al interior de la vivienda?

Puedes recurrir a la misma ecuación del trabajo que acabas de deducir:

$$L = Q_c\left[1-\left(\frac{T_f}{T_c}\right)\right]$$

Al introducir los números y realizar los cálculos obtienes:

$$L = 4\,000\text{ J}\left[1-\left(\frac{253\text{ K}}{293\text{ K}}\right)\right] \approx 546\text{ J}$$

De modo que cuando la temperatura exterior es de 10 °C, solo necesitas 136 J para bombear 4.000 J de calor a la cabaña. Pero cuando la temperatura exterior desciende hasta los –20 °C, se precisan 546 J para bombear esos 4.000 J. Fíjate en que en ambos casos consigues 4.000J y en los dos casos gastas mucho menos que los 4.000 J que hay que aportar para conseguir mediante calor eléctrico la temperatura deseada en el interior.

Comprueba el rendimiento de una bomba de calor



El calor que aporta una bomba de calor es mayor que el trabajo introducido en la bomba de calor. Para medir la diferencia entre el calor obtenido por una bomba de calor y la cantidad de trabajo invertido, se emplea el *coeficiente de rendimiento* (conocido por sus siglas en inglés: COP, de *coefficient of performance*):

$$\text{COP} = \frac{Q_c}{L}$$

El coeficiente de rendimiento indica cuánto calor se obtiene de una bomba de calor por trabajo invertido.

En el caso del calor eléctrico, donde se consume/paga todo el calor obtenido, el coeficiente de rendimiento es 1. Sin embargo, el coeficiente de rendimiento de las bombas de calor es muy superior

a 1, lo que indica que la cantidad de calor que se obtiene es mucho mayor que la cantidad de trabajo invertido.

El coeficiente de rendimiento depende de las temperaturas interior y exterior. El coeficiente de rendimiento se puede expresar de manera que su dependencia de la temperatura sea explícita.

Como $L = Q_c - Q_f$, la ecuación del coeficiente de rendimiento se transforma en:

$$\text{COP} = \frac{Q_c}{L} = \frac{Q_c}{Q_c - Q_f}$$

O, si multiplicas el numerador y el denominador por $1/Q_c$, también puedes expresarlo de este modo:

$$\text{COP} = \frac{Q_c}{L} = \frac{1}{(1 - Q_f / Q_c)}$$

Como con las máquinas de Carnot, $Q_f / Q_c = T_f / T_c$, puedes llegar a lo siguiente:

$$\text{COP} = \frac{1}{(1 - Q_f / Q_c)} = \frac{1}{(1 - T_f / T_c)}$$

Imagina que bombeas calor para pasar de 283 K a 293 K. El coeficiente de rendimiento será:

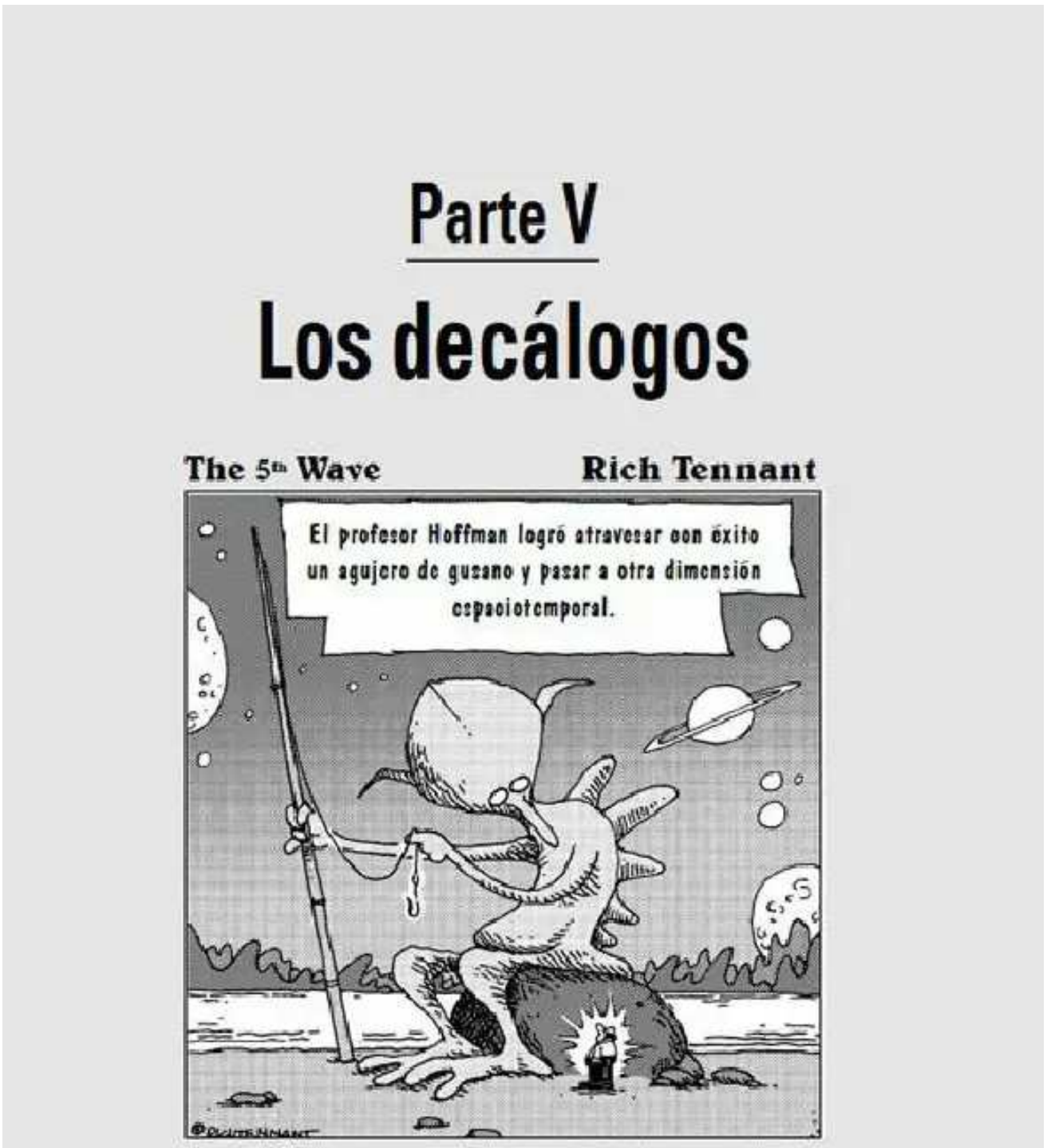
$$\text{COP} = \frac{1}{(1 - T_f / T_c)} = \frac{1}{(1 - 283\ \text{K} / 293\ \text{K})} \approx 29$$

De modo que cuando el interior está a 293 K y el exterior está a 283 K, se bombea una cantidad de energía 29 veces mayor que el trabajo invertido para realizar la transferencia de calor. No está mal.

No te enfríes: el tercer (y último) principio de la termodinámica

El cero absoluto es el límite más bajo para la temperatura de cualquier sistema y sirve como referencia para formular la *tercera ley de la termodinámica*. Es muy sencilla; dice que es imposible alcanzar el cero absoluto (0 K, o –273,15 °C) mediante cualquier proceso que tenga un número finito de pasos. En otras palabras, no hay modo de llegar al cero absoluto. Cada paso del proceso para reducir la temperatura de un objeto hasta el cero absoluto puede acercar esa temperatura un poco más, pero nunca llegará del todo hasta él.

Aunque no se pueda alcanzar el cero absoluto a través de ningún proceso conocido, sí cabe acercarse mucho. Y con un equipo caro, se descubren cada vez más hechos singulares relacionados con el mundo cercano al cero absoluto. Tengo un colega que descubrió cómo se comporta el helio líquido a temperaturas muy muy bajas, por debajo de dos milésimas de un kelvin (< 0,002 K). Por ejemplo, el helio llega a salirse de recipientes por sí solo si se le deja. Por esta y otras observaciones varias, él y otros dos compañeros obtuvieron el Premio Nobel de Física en 1996 (para leer más sobre este tema mira en nobelprize.org).



En esta parte...

En esta sección del libro vamos a darle rienda suelta a la física y a dejar que se desmelene. Aquí encontrarás una relación de los descubrimientos e ideas que han tenido más impacto en el mundo de la física y que han cambiado la cosmovisión de la gente. También encontrarás

información sobre diez científicos eminentes y sus aportaciones a esta materia.

Capítulo 18

Diez héroes de la física

En este capítulo

- Conocerás personas que realizaron grandes aportaciones a la física
- Le pondrás nombre a las leyes y unidades más conocidas

A lo largo de los siglos, la física ha tenido miles de héroes, gente que amplió esta disciplina de una manera o de otra. En este capítulo encontrarás diez héroes de la física que han aportado su granito de arena para convertirla en lo que es hoy. Y como la edad da ciertos privilegios, aparecen por orden cronológico en función de su año de nacimiento.

Galileo Galilei

Galileo Galilei (1564-1642) era italiano y ejerció como físico, matemático, astrónomo y filósofo. Fue una figura crucial para la revolución científica: en diversas ocasiones lo han calificado como el padre de varias disciplinas modernas, como la astronomía de observación y la física tal como la entendemos hoy.Tal vez lo que más se conoce sobre él es que perfeccionó el telescopio y las observaciones que consiguió realizar con ese instrumento. Algunos de sus logros fueron la confirmación de las fases de Venus, el descubrimiento de los cuatro satélites más grandes de Júpiter (ahora llamados *satélites galileanos*), y la observación y el estudio de las manchas solares. También estudió el movimiento de los objetos en aceleración constante. Pero es célebre, sobre todo, por

defender la concepción *heliocéntrica* del sistema solar, según la cual los planetas giran alrededor del Sol, no de la Tierra. Esta postura era muy difícil de mantener en el año 1610 y le creó problemas con la Iglesia católica, que la declaró "falsa y contraria a las Escrituras" en 1616. En el año 1632 fue uzgado por la Santa Inquisición, que lo acusó de herejía y lo obligó a retractarse. Pasó el resto de su vida bajo arresto domiciliario. Los físicos modernos pueden alegrarse de que estas cosas ya no sean

frecuentes actualmente.

Robert Hooke

Al igual que muchos de los primeros físicos, Robert Hooke (1635-1703) tocó muchos palos: fue científico, arquitecto e inversor, entre otras cosas. Se lo conoce sobre todo por su ley de la elasticidad, la *ley de Hooke*, según la cual la fuerza de recuperación que actúa sobre un objeto

sometido a un tirón elástico es proporcional al desplazamiento del objeto y a una constante que suele llamarse *constante elástica* (se habla de ella en el capítulo 13). No obstante, Hooke experimentó con disciplinas muy distintas; de hecho, fue la primera persona que usó el término *célula* para aludir a la unidad básica de la vida. Aunque era de origen muy modesto, hizo bastante fortuna a través de sus inversiones. Tras el Gran Incendio de Londres tuvo un papel muy activo en la inspección y el registro de los daños mediante cartografía detallada. Asimismo, era muy conocido como arquitecto y en Londres aún perduran algunos edificios diseñados por él.

Isaac Newton

Isaac Newton (1643-1726) fue un genio excepcional. Nacido en Inglaterra, fue físico, matemático, astrónomo, filósofo natural y teólogo. Algunos de sus logros son los siguientes:

- Estableció las bases de la mayor parte de la mecánica clásica.
- Descubrió la gravitación universal.
- Descubrió las tres leyes del movimiento.
- Confeccionó el primer telescopio reflector.
- Desarrolló la teoría del color a partir de los prismas.
- Descubrió una ley empírica del enfriamiento.
- Estudió la velocidad del sonido.
- Compartió con Gottfried Leibniz el mérito de desarrollar el cálculo diferencial e integral.

- Demostró el teorema general del binomio, un problema matemático de la antigüedad sobre el desarrollo de la suma de dos términos en una serie.
- Desarrolló el método newtoniano para la aproximación de las raíces de una función.
- Se sumó al estudio de series de potencias.

Newton ejerció gran influencia en los físicos que lo sucedieron durante tres siglos. En 2005 les preguntaron a los miembros de la Real Sociedad Británica quién había tenido un impacto mayor en la historia de la ciencia y había realizado una aportación mayor a la humanidad, si Isaac Newton o Albert Einstein. La Real Sociedad eligió a Newton.

Benjamin Franklin

Mucha gente conoce a Benjamin Franklin (1706-1790) por ser uno de los padres fundadores de los Estados Unidos de América. Fue escritor, impresor, teórico político, político, jefe de correos, científico, inventor, hombre de estado y diplomático. Sus inventos fueron:

- El pararrayos.
- Las lentes bifocales.
- El horno de Franklin.
- El odómetro (cuentakilómetros) de carruajes.
- La armónica de cristal (un instrumento musical muy popular en aquella época).
- La primera biblioteca con servicio de préstamo público de Estados Unidos.

Franklin fundó el primer cuerpo de bomberos de Pensilvania. Fue un periodista e impresor eminente de Filadelfia (la mayor ciudad de las colonias británicas en aquellos tiempos). Hizo fortuna con la publicación de *El almanaque del pobre Richard* y del periódico *The Pennsylvania Gazette*. Tuvo un gran peso en la fundación de la Universidad de Pensilvania y fue elegido primer presidente de la Sociedad Filosófica de América. Se convirtió en héroe nacional cuando encabezó la iniciativa para que el Parlamento británico revocara el impopular impuesto de la Ley del Timbre. Como científico,

Franklin es famoso por sus estudios sobre electricidad. La idea de que los rayos son electricidad tal vez parezca obvia en la actualidad, pero en la época de Franklin, las descargas más grandes creadas artificialmente solo medían unos dos centímetros de longitud. Nadie sabe si realmente llevó a cabo su experimento más célebre: el de atar una llave a la cuerda de una cometa y hacerla volar durante

una tormenta para comprobar si salían chispas de la pieza metálica, lo que indicaría que los relámpagos son electricidad. No obstante, dejó por escrito cómo realizar el experimento y decía que es importante elevar la cometa antes de que empiece la tormenta para evitar el riesgo de electrocutarse.

Charles-Augustin de Coulomb

Charles-Augustin de Coulomb (1736-1806) es conocido sobre todo por desarrollar la *ley de Coulomb*, la cual define la fuerza electrostática de atracción o repulsión entre cargas eléctricas. De hecho, la unidad de carga eléctrica en el Sistema Internacional es el culombio (cuyo símbolo es C), llamada así en honor a este científico. Coulomb destacó con su obra de extenso título *Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion et sur l'élasticité des fils de metal* ("Estudios

teóricos y experimentales sobre la fuerza de torsión y la elasticidad de los hilos de metal"). Además, a lo largo de su vida, investigó en diversas materias, pero su fama deriva de su labor en los temas relacionados con los efectos electrostáticos. Reveló que la atracción y la repulsión electrostáticas varían de forma inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre las cargas. Pero aún quedaba mucho por hacer en esta materia. Coulomb creía que las cargas se debían a fluidos eléctricos.

Amedeo Avogadro

Amedeo Avogadro (1776-1856) es conocido, sobre todo, por el número de Avogadro (aproximadamente, $6{,}022 \times 10^{23}$), el número de moléculas que contiene un mol (consulta el capítulo 16 para conocer los detalles). Se doctoró como abogado y ejerció ese oficio, pero en 1800 empezó a estudiar matemáticas y física, y le parecieron tan interesantes (¿a quién no?) que se convirtieron en su nueva ocupación. Avogadro fue un pionero en física microscópica al elaborar la *hipótesis de Avogadro*, que dice que "bajo las mismas condiciones de temperatura y volumen, cualquier gas contiene idéntica cantidad de moléculas". Por desgracia, la aceptación de la hipótesis fue lenta debido a la oposición de otros científicos y a la confusión general entre moléculas y átomos. Cincuenta años más tarde, Stanislao Cannizzaro consiguió la aceptación general de la hipótesis de Avogadro durante el Congreso de Karlsruhe. Johann Josef Loschmidt calculó el número de Avogadro por primera vez en 1865, y se sintió tan satisfecho que lo denominó *número de Loschmidt*, pero la comunidad científica general lo rebautizó como *número de Avogadro* en reconocimiento a la primera persona que había señalado su existencia.

Nicolas Léonard Sadi Carnot

Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796-1832) fue un militar francés que también era físico e ingeniero. En 1824 publicó su obra cumbre *Reflexiones sobre la potencia motriz del fuego y sobre las*

máquinas adecuadas para desarrollar esta potencia, en la que dio a conocer la descripción teórica de las máquinas térmicas, ahora llamada *ciclo de Carnot*. Aquel trabajo sentó las bases teóricas del segundo principio de la termodinámica (consulta el capítulo 17). Carnot es considerado por algunas personas el padre de la termodinámica debido a conceptos tales como el rendimiento de Carnot, el teorema de Carnot, la máquina térmica de Carnot, y otros.

James Prescott Joule

James Joule (1818-1889) fue un físico inglés que se dedicó al estudio de la relación entre el calor y el trabajo (las máquinas de vapor eran muy grandes en su tiempo). Sus estudios sirvieron para conocer leyes sobre la conservación de la energía (consulta el capítulo 9), que condujeron al desarrollo del primer principio de la termodinámica (consulta el capítulo 17). Como resultado, la unidad de energía en el Sistema Internacional se denominó *julio*. Joule también estudió el extremo del termómetro opuesto al vapor y se acercó todo lo que pudo al cero absoluto, junto con lord Kelvin (que es el físico que viene a continuación). Joule trabajó en muchos temas; de hecho fue él quien descubrió la relación entre la corriente eléctrica a través de una resistencia y el calor generado, lo que ahora se conoce como *ley de Joule*.

William Thomson (lord Kelvin)

William Thomson (1824-1907) realizó una labor crucial en el análisis matemático de la electricidad y la formulación de la primera y la segunda leyes de la termodinámica. Como muchos físicos de su época, se interesó por múltiples áreas del conocimiento; comenzó su andadura como ingeniero en telegrafía eléctrica e inventor, lo que le brindó fama y riqueza. Cuando tuvo suficiente dinero para hacer lo que quería, Thomson se dedicó a la física, por supuesto. Su protagonismo en el ámbito de la física se debe a haber desarrollado la escala de temperatura del cero absoluto, que actualmente lleva su nombre (la escala Kelvin, que está descrita en el capítulo 14). Ya era caballero cuando entró a formar parte de la nobleza en reconocimiento a sus logros en el campo de la termodinámica. También es muy conocido por sus trabajos para desarrollar una brújula náutica. La reina Victoria le concedió el título de lord Kelvin por su labor en la telegrafía trasatlántica.

Albert Einstein

Albert Einstein (1879-1955) tal vez sea el físico más conocido en todo el mundo. Einstein, cuyo nombre se interpreta como sinónimo de genialidad, realizó numerosas aportaciones a la física, entre las que se incluyen las siguientes:

- Las teorías especial y general de la relatividad.

- La fundación de la cosmología relativista.
- La explicación del avance del perihelio de Mercurio, que equivale a la rotación gradual del eje de la órbita elíptica del planeta.
- La predicción de la curvatura de la luz debido a la gravedad (*lentes gravitatorias*).
- El primer teorema de fluctuación-disipación, que explica el *movimiento browniano* de las moléculas (consiste en el movimiento vibrante aleatorio de pequeñas partículas suspendidas en un fluido, debido a colisiones con las moléculas del fluido).
- La teoría de los fotones.
- La dualidad onda-partícula.
- La teoría cuántica del movimiento atómico en los sólidos.

Einstein fue el científico que alertó al presidente Franklin D. Roosevelt de que Alemania estaba en condiciones de desarrollar la bomba atómica, justo antes de que estallara la Segunda Guerra Mundial. Tras aquella advertencia, Roosevelt puso en marcha el Proyecto Manhattan de altísimo secreto, que condujo a la fabricación de la bomba atómica. En 1921, Einstein obtuvo el máximo galardón de todos, el Premio Nobel "por sus aportaciones a la física teórica y sobre todo por descubrir la ley del efecto fotoeléctrico". Einstein tenía los despistes propios de científicos que dedican todo su tiempo a reflexionar sobre sus estudios. Decía que había pintado de color rojo la puerta principal de su casa para reconocerla. La gente bromeaba contando la anécdota de que una vez le preguntó a una niña: "Pequeña, ¿sabes dónde vivo?". Y la niña le respondió: "Sí, papá. Yo te llevaré a casa".

Capítulo 19

Diez teorías físicas salvajes

En este capítulo

- Identificarás la distancia y el tiempo más pequeños
- Te sentirás a gusto con la incertidumbre
- Explorarás el espacio en busca de hechos físicos
- Descubrirás la verdad de los hornos microondas
- Te orientarás en el mundo físico

En este capítulo encontrarás diez hechos físicos sorprendentes sobre los que, seguramente, nunca llegarás a leer u oír en una clase convencional. No obstante, como con todo lo que tenga que ver con la física, no debes contemplar estos hechos como verdaderos y defintivos, ya que solo son el estado actual de las teorías correspondientes; y en este capítulo algunas de las teorías se vuelven realmente disparatadas, así que no te sorprendas si en los próximos años te enteras de que han quedado obsoletas.

Se puede medir la distancia más pequeña posible

En la actualidad los físicos tienen una teoría que defiende la existencia de la distancia más pequeña

En la actualidad los físicos tienen una teoría que defiende la existencia de la distancia más pequeña posible. Se trata de la *longitud de Planck*, que debe su nombre al físico Max Planck. Esa longitud es la división más pequeña en que, en teoría, se puede diseccionar el espacio. Pero, en realidad, la longitud de Planck (alrededor de $1{,}6 \times 10^{-35}$ m, o unas 10^{-20} veces el tamaño aproximado de un protón) no es más que la longitud más pequeña con alguna relevancia física dentro del universo tal como lo concebimos en la actualidad. Con cualquier longitud inferior a esa se desmorona la noción de distancia.

Tal vez exista una cantidad mínima de tiempo posible

De la misma manera que la longitud de Planck es la distancia mínima posible (consulta el apartado anterior), el tiempo de Planck es la cantidad mínima de tiempo posible. El *tiempo de Planck* es el tiempo que tarda la luz en recorrer una longitud de Planck, o $1{,}6 \times 10^{-35}$ m. Si la velocidad de la luz es la mayor velocidad posible, es fácil deducir que la menor cantidad de tiempo que se puede medir tiene que ser la longitud de Planck dividida por la velocidad de la luz. La longitud de Planck es muy pequeña y la velocidad de la luz es muy rápida, lo que arroja un valor muy muy reducido para el tiempo de Planck: El tiempo de Planck es de $5{,}3 \times 10^{-44}$ s; para valores inferiores a eso, la noción del tiempo deja de tener sentido.

$$\text{Tiempo de Planck} = \frac{1{,}6 \times 10^{-35}\ \text{m}}{3{,}0 \times 10^{8}\ \text{m/s}} \approx 5{,}3 \times 10^{-44}\ \text{s}$$



Algunas voces defienden que el tiempo se descompone en cuantos de tiempo, llamados *cronones* y que cada cronón dura un tiempo de Planck.

Heisenberg afirma que la certeza es imposible

Tal vez hayas oído hablar del principio de incertidumbre, pero quizá no sepas que lo propuso un físico llamado Werner Heisenberg; eso explica que reciba el nombre de *principio de incertidumbre de Heisenberg*. Este principio parte de la naturaleza ondulatoria de la materia, tal como propuso Louis de Broglie. La materia se compone de partículas, como los electrones. Pero las partículas también se comportan como ondas (a menudo como ondas de luz), lo que pasa es que normalmente no lo notamos porque la longitud de onda de las partículas es muy pequeña.

Las partículas tienen propiedades de ondas y cuanto más localizada está la onda, más seguros podemos estar de la posición que ocupa la partícula en cuestión. Sin embargo, la longitud de onda está en relación directa con la cantidad de movimiento de la partícula. Cuanto más definida está la

longitud de una onda, más certeza hay sobre su cantidad de movimiento; pero debido a la naturaleza de las ondas, cuanto más definida es la longitud de una onda, más se esparce la onda por el espacio. Por eso, cuanta más seguridad se tiene sobre su cantidad de movimiento, menos certeza se tiene sobre su posición, y viceversa. Esto permite afirmar también que cuanto más precisa sea la posición, menos certeza se tiene sobre su cantidad de movimiento (y por tanto sobre su velocidad).

Los agujeros negros no dejan salir la luz

Los agujeros negros se forman cuando estrellas especialmente masivas agotan todo su combustible; entonces se contraen hacia el centro y se convierten en objetos superdensos, mucho más pequeños que el astro original. Solo las estrellas muy grandes acaban convertidas en agujeros negros; en cambio, las que no tienen suficiente masa como para compactarse tanto suelen transformarse en

estrellas de neutrones. Una *estrella de neutrones* se forma cuando la gravedad aplasta todos los electrones, protones y neutrones, y los convierte en una masa única de neutrones con la densidad de un núcleo atómico.

Pero los agujeros negros van más allá de todo eso. Se compactan tanto que ni siquiera la luz es capaz de salir de su intenso campo gravitatorio. ¿Cómo puede ser? Se supone que los fotones que

conforman la luz no tienen ninguna masa. ¿Cómo pueden quedar atrapados en un agujero negro?

En realidad los fotones están afectados por la gravedad, un hecho que predice la teoría de la relatividad general de Einstein. Algunos experimentos han confirmado que la luz que pasa cerca de objetos masivos dentro del universo se curva por el efecto de sus campos gravitatorios. La gravedad afecta a los fotones y el tirón gravitatorio de un agujero negro es tan fuerte que los fotones no consiguen salir de él.

La gravedad curva el espacio

Isaac Newton brindó a la física una teoría grandiosa de la gravitación y gracias a él disponemos de esta conocidísima ecuación:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

En esa fórmula F representa la fuerza; G es la constante de la gravitación universal; m_1 representa una de las masas; m_2 representa la otra masa; y r representa la distancia entre las dos masas (consulta el capítulo 7).

Newton consiguió demostrar que lo que hace que las cosas se caigan al suelo es lo mismo que mantiene los planetas en sus órbitas. Pero se topó con un problema que nunca logró resolver: ¿cómo

puede actuar la gravedad de manera instantánea a cierta distancia?

Aquí es donde interviene Einstein y desarrolla la versión moderna del problema. En lugar de concebir la gravedad como una mera fuerza, propuso en su teoría de la relatividad general que el espacio y el tiempo son, en realidad, aspectos distintos de una entidad única denominada

espaciotiempo. La masa y la energía curvan el espaciotiempo; esa curvatura ¡*es* la gravedad!



La idea de Einstein es que la masa y la energía curvan el espacio y el tiempo (y, en última instancia, de ahí procede la idea de los agujeros de gusano en el espacio). La curvatura del espacio y el tiempo

es la *gravedad*. Cuando se trabaja con la relatividad, el tiempo se trata desde un punto de vista matemático como la cuarta dimensión. Los vectores que se emplean tienen cuatro componentes: tres para los ejes X, Y y Z, y uno para el tiempo, T.

Lo que ocurre en realidad cuando un planeta orbita alrededor del Sol es que sencillamente sigue el camino más corto a través del espaciotiempo curvo por el que viaja. La masa del Sol curva el

espaciotiempo a su alrededor, y los planetas siguen esa curvatura.

La materia y la antimateria se destruyen mutuamente

Uno de los aspectos más fabulosos de la física de alta energía, también llamada *física de partículas*, es el descubrimiento de la antimateria. La antimateria es algo así como lo opuesto a la materia. Las partículas equivalentes a los electrones se llaman *positrones* (provistos de carga positiva) y las equivalentes a los protones son los *antiprotones* (provistos de carga negativa). Hasta los neutrones

tienen antipartículas: los *antineutrones*. Un neutrón está formado por partículas más pequeñas llamadas *quarks*, que también tienen su propia versión de antipartículas. Así que el antineutrón no tiene ninguna carga eléctrica, al igual que el neutrón, pero cada uno de los quarks que lo conforman consiste en la antiversión de los quarks de los neutrones.

La materia es una especie de lado positivo y la antimateria es una suerte de lado negativo. Cuando ambos lados se juntan, se destruyen mutuamente y dejan tras de sí energía pura: ondas de luz de alta energía llamadas rayos *gamma*. Y tal como ocurre con cualquier otra energía radiante, los rayos gamma pueden considerarse energía calorífica, así que si un gramo de materia y un gramo de antimateria se juntan, se producirá un estallido bastante grande.

Esa explosión, gramo a gramo, es mucho más intensa que la de una bomba atómica convencional, en la que solo se convierte en energía el 0,7 % del material fisible. Cuando la materia choca con la antimateria, todo se convierte en energía.

Si la antimateria es lo contrario de la materia ¿no debería albergar el universo la misma cantidad de una que de otra? Esto es un enigma, y el debate continúa. ¿Dónde está toda la antimateria? Aún no se ha llegado a un consenso. Algunos científicos afirman que podría haber cantidades ingentes de antimateria a nuestro alrededor sin que la gente lo supiera. Por toda la Galaxia podría haber esparcidas nubes inmensas de antimateria, por ejemplo. Otros defienden que el universo trata la materia y la antimateria de maneras algo diferentes, pero lo suficiente como para que solo pueda perdurar la materia que conocemos en el universo.

Las supernovas son las explosiones más potentes que existen

De todos los sucesos que pueden producirse en cualquier lugar del universo, ¿en cuál interviene más energía? ¿Qué acontecimiento libera la mayor cantidad de energía? ¿Qué hecho se lleva la palma en cuanto a explosiones? La supernova del barrio, un objeto menos amigable de lo que parece. Las

supernovas se producen cuando estalla una estrella muy masiva. El combustible del astro se agota y la liberación interna de energía no es capaz de seguir manteniendo su estructura. Cuando llegase momento, la estrella se condensa sobre sí misma, y, si tiene la masa suficiente, la energía gravitatoria potencial que poseía se libera de repente después de la contracción.

La última supernova conocida que se formó entre los 100 millones de estrellas que conforman la Vía Láctea, se produjo hace casi 400 años. (Digo conocida porque la luz tarda un poquillo en llegar a la Tierra, así que podría haberse originado una supernova hace 100 años, pero si se encuentra lo bastante alejada de la Tierra, nadie habría reparado en ello aún.)

La mayoría de las estrellas que se convierten en supernovas estallan a una velocidad aproximada de 10.000.000 m/s, es decir, alrededor de 35.888.000 km/h. Como dato comparativo, la velocidad de la detonación de los explosivos más potentes está entre 1.000 y 10.000 m/s.

Como se conoce muy bien la física implicada en la explosión de una estrella, la observación del brillo aparente de una supernova en galaxias lejanas permite inferir a qué distancia se halla dicha galaxia. Eso ha brindado los datos más exactos sobre la velociad a la que se expande el universo.

El universo empieza con el Big Bang y acaba con el Big Crunch

Las primeras ideas sobre la naturaleza del universo a gran escala se basaron en la hipótesis de que el universo es estático e inmutable y que ha existido siempre y seguirá así por toda la eternidad.

El astrónomo Edwin Hubble midió la velocidad de las galaxias y descubrió que se separan unas de otras y que cuanto más distante se encuentra una galaxia, más deprisa se aleja. Esto solo podía significar una cosa: que el universo está expandiéndose. (Para hacerte una idea de cómo funciona, imagina las galaxias como lunares pegados sobre un globo mientras este se infla. Cada uno de esos puntos se aparta de todos los demás a medida que el globo se infla; cuanta mayor separación hay entre ellos, más deprisa de apartan unos de otros.) Esto implica que el universo de ayer era un poco más pequeño que el de hoy, y fue más pequeño cada vez según se retrocede en el tiempo hasta llegar a un instante en que ¡todo el universo estaba concentrado en un solo punto! Ese fue el punto en el que el espacio y el tiempo estaban fundidos en lo que se denomina una *singularidad*. Desde esa singularidad ocurrió un acontecimiento violento y único llamado Big Bang (que podría traducirse como *gran explosión*) a partir del cual el espacio, el tiempo y el universo se expandieron hasta lo que es en la actualidad.

Como el universo nació con el Big Bang, empezamos a preguntarnos si tendrá que morir algún día. O, en caso de no hacerlo nunca, cuál será el destino último del universo. Pues bien, la teoría de la relatividad general de Einstein resulta de gran utilidad en este caso porque revela cómo se curvan el espacio y el tiempo a partir de una distribución determinada de la materia y la energía. La teoría predice que el destino último del universo depende de la densidad de la masa y la energía del universo; si hubiera bastante, entonces esa masa y esa energía ejercerían suficiente atracción como para detener la expansión del universo e invertirla, de manera que el universo entero volvería a contraerse hasta acabar concentrado en un solo punto; ese suceso es el Big Crunch (que podría traducirse como *gran implosión*). En caso contrario, el universo seguiría expandiéndose por siempre jamás, lo que lo enfriaría y oscurecería sin fin. ¡Ninguna de las dos opciones suena muy atractiva!

La física más caliente está en los hornos de microondas

Dentro de un microondas ocurren un montón de procesos físicos, hechos cotidianos en los que tal vez nunca habías reparado antes de dominar la física. ¿Qué pasa en realidad allá dentro? Un dispositivo llamado *magnetrón* genera ondas de radiación parecidas a las que intervienen en el transporte de la energía térmica (consulta el capítulo 15). Estas ondas se denominan *ondas electromagnéticas* y su forma se asemeja a la de las ondas sinusoidales.

Las ondas electromagnéticas con diferentes longitudes de onda tienen propiedades muy distintas. Si su longitud de onda se sitúa dentro de un rango determinado, son visibles en forma de luz; aquellas cuya longitud de onda es más larga, calientan el agua. Las ondas ejercen fuerza sobre las moléculas cuando atraviesan el agua, y producen en ellas una oscilación similar al movimiento armónico simple (capítulo 13).

Tal vez recuerdes que las moléculas de agua tienen polaridad en función de la distribución de los átomos de hidrógeno y oxígeno y de la distribución de los electrones. Los átomos de hidrógeno y oxígeno comparten electrones, pero los electrones pasan más tiempo pegados al núcleo de oxígeno,

que ejerce más atracción. Eso significa que un extremo de la molécula tiene carga parcial positiva y que el otro tiene una carga parcial negativa.

Una microonda se compone de un campo eléctrico oscilante. Las moléculas de agua, con sus cargas parciales, rotan hasta alinearse con ese campo variable. Con la oscilación, las moléculas de agua se sacuden y empujan las moléculas circundantes, es decir, las que conforman el alimento que está dentro del horno. El incremento de ese movimiento de oscilación y choque de las moléculas se corresponde justamente con el incremento de la temperatura... ¡y ya está la comida lista! La frecuencia de las microondas determina la frecuencia de las moléculas oscilantes (la frecuencia de su movimiento armónico simple) y eso transfiere energía a las moléculas, más deprisa cuanto mayor es la intensidad de la onda, es decir, su frecuencia; por eso la frecuencia de las microondas es perfecta para elevar la temperatura a la velocidad necesaria para cocer los alimentos.



Los hornos de microondas se inventaron por casualidad, en los principios del desarrollo del radar. Un tipo llamado Percy Spencer se dejó una chocolatina olvidada en un lugar inadecuado (junto a un magnetrón empleado para originar ondas de radar) y se le derritió. “Ajá, esto podría ser de alguna utilidad”, pensó Percy; y antes de darse cuenta había inventado, no ya los hornos de microondas, sino también las palomitas para hacer en el microondas (no es broma).



El universo está repleto de microondas, que son una especie de fulgor térmico remanente del Big Bang. El descubrimiento de esto que llamamos *radiación cósmica de fondo de microondas* en la década de 1960 confirmó de manera contundente la teoría del Big Bang.

¿Se puede medir el universo?

Las constantes fundamentales se fijan en forma de leyes de la física, las cuales explican el universo. Esas constantes describen cosas tales como la intensidad de la gravedad y la masa relativa de las partículas fundamentales. Los físicos confían en desarrollar una teoría capaz de explicar la razón de que las constantes físicas elementales tengan los valores que tienen. Les encantaría que su teoría definitiva de todo resultara ser completamente autosuficiente y no dejara nada sin explicación, ni siquiera los valores de las constantes fundamentales.

Los físicos han calculado cómo sería el mundo con unas constantes ligeramente distintas. ¿Qué

Los físicos han calculado cómo sería el mundo con unas constantes ligeramente distintas. ¿Qué pasaría si la gravedad fuera un poco más débil? ¿Qué sucedería si las fuerzas que mantienen juntos los átomos que conforman la materia fueran algo más intensas? Y la respuesta hallada es que si alguna de esas constantes tuviera valores tan solo ligeramente diferentes de los que presentan, entonces los humanos no podríamos vivir en el universo. Por ejemplo, si la gravedad fuera un poco más débil, no podrían formarse estrellas y no existiría el Sol. Y si la gravedad fuera un poco más intensa, entonces las estrellas agotarían su combustible tan deprisa ¡que no daría tiempo a que se desarrollara la vida! ¿Cómo se explica la razón de que las constantes estén afinadas con tanta precisión?

El *principio antrópico* dice que las constantes deben tener los valores que tienen porque, de no ser así, no estaríamos aquí para medirlos. ¡Este es un razonamiento muy interesante que no satisface a mucha gente!

Otro misterio relacionado con las constantes es la cuestión de por qué la gravedad es tan débil. La gravedad es extremadamente débil comparada con otras fuerzas, como las eléctricas (la misma clase de fuerza que hace que se te erice el pelo cuando frotas un globo contra la camiseta y luego te lo acercas a la cabeza). Este interrogante ha llevado a algunos físicos a pensar en otras dimensiones además del espacio y del tiempo.

Glosario

Este glosario contiene los conceptos físicos que aparecen con más frecuencia en este libro. Los términos en cursiva remiten a su propia definición en el lugar que le correponda por orden alfabético en el glosario.

Aceleración angular: tasa de variación de la *velocidad angular*.

Aceleración centrípeta: *aceleración* necesaria para mantener un objeto en movimiento circular; la aceleración centrípeta se dirige hacia el centro del círculo.

Aceleración: tasa de variación de la *velocidad*, expresado como un *vector*.

Adiabático: que no libera calor ni lo absorbe del entorno.

Calor específico: *capacidad calorífica* de una materia por kilogramo.

Calor latente: calor que hay que suministrar a 1 kg de una sustancia para inducir un cambio de fase.

Calor: flujo de energía térmica.

Cantidad de movimiento (o momento, o momento lineal): Producto de la *masa* de un objeto por su *velocidad*; la cantidad de movimiento es un *vector*.

Capacidad calorífica: cantidad de *calor* necesario para subir un grado la temperatura de una unidad de masa de una sustancia.

Cero absoluto: límite mínimo de la temperatura físicamente posible.

Cinemática: especialidad de la mecánica dedicada al movimiento sin tener en cuenta la *fuerza* o la *masa*.

Colisión elástica: colisión en la que se conserva la *energía cinética* (la *cantidad de movimiento* también se conserva, como en cualquier colisión).

Colisión inelástica: colisión en la que no se conserva la energía cinética (aunque sí se conserve la *cantidad de movimiento*, como sucede en cualquier colisión) .

Conducción: transmisión de calor a través de un material mediante el contacto directo.

Conductividad térmica: propiedad de una sustancia que revela la intensidad con que puede desplazarse el *calor* a través de ella.

Conservación de la energía: ley de la física que dice que la cantidad total de energía de un sistema cerrado no cambia.

Constante de Boltzmann: constante termodinámica que vale 1,38 × 10–23J/K; cuantifica la cantidad promedio de energía de las partículas individuales a una temperatura determinada: sale de dividir la constante de los gases ideales por el *número de Avogadro*.

Convección: mecanismo de transporte de calor mediante el movimiento de un gas o un líquido calentados.

Cuerpo negro: objeto que absorbe toda la *radiación* que incide sobre él, alcanza un equilibrio termodinámico con esa energía incidente y la irradia íntegramente.

Densidad relativa: *densidad* de una sustancia en relación con una sustancia de referencia.

Densidad: magnitud física que se obtiene dividiendo la masa por el volumen.

Desplazamiento angular: ángulo entre la posición angular inicial y final.

Desplazamiento: Variación de posición de un objeto en cuanto a distancia y dirección.

Dígitos significativos (o números significativos): cantidad de dígitos con valor conocido; depende de la precisión de la medida y de los cálculos ulteriores.

Dilatación térmica: incremento de la longitud o del volumen de una materia a medida que se calienta.

Emisividad: propiedad de una sustancia que revela su capacidad de emitir *radiación*.

Energía cinética: *energía* que porta un objeto debido a su movimiento.

Energía potencial: energía que tiene un objeto debido a su configuración interna o a la posición que ocupa en el instante en que una *fuerza* actúa sobre él.

Energía: capacidad de un sistema para realizar *trabajo*.

Escalar: cantidad provista de magnitud pero carente de dirección (a diferencia de un vector, que tiene ambas cosas).

Factor de conversión: número que relaciona dos unidades.

Fase (de la materia): uno de los cuatro estados claramente diferenciados de la materia: sólido (las moléculas permanecen bastante quietas en su lugar), líquido (las moléculas fluyen con libertad pero permanecen bastante unidas entre sí), gaseoso (las moléculas fluyen con libertad y permanecen bastante separadas unas de otras en relación con su tamaño), y plasma (los átomos se han descompuesto y crean un gas de partículas subatómicas).

Flotabilidad: fuerza que empuja hacia arriba un cuerpo inmerso en un fluido. El módulo de esta fuerza es igual al peso del fluido desplazado por el objeto en cuestión.

Frecuencia: cantidad de ciclos de un hecho periódico por unidad de tiempo.

Fuerza centrípeta: *fuerza* dirigida hacia el centro del círculo que mantiene un objeto en movimiento circular.

Fuerza normal: *fuerza* que ejerce una superficie contra un objeto en una dirección perpendicular a esa superficie.

Hercio: unidad de *frecuencia* en el S*istema Internacional* de unidades. Equivale a 1 ciclo/s. Su símbolo es Hz.

Impulso: producto de la cantidad de fuerza ejercida sobre un objeto por el tiempo durante el cual se aplica dicha fuerza.

Inercia de rotación: véase *momento de inercia*.

Inercia: tendencia de una masa a oponer resistencia a cualquier cambio de movimiento.

Isobárico: que está a *presión* constante.

Isocórico: que tiene volumen constante.

Isotérmico: que está a *temperatura* constante.

Julio: unidad de energía en el S*istema Internacional* de unidades. Su símbolo es J y equivale a 1 N/m.

N/m.

Kelvin: unidad de temperatura en el S*istema Internacional* de unidades; un kelvin mide lo mismo que un grado Celsius, pero la escala kelvin comienza en el cero absoluto. Su símbolo es K.

Kilogramo: unidad de masa en el S*istema Internacional* de unidades. Su símbolo es kg.

Ley de conservación de la cantidad de movimiento: ley que establece que la *cantidad de movimiento* de un sistema no cambia a menos que actúe una fuerza externa.

Línea de corriente: líneas en un flujo fluido que son paralelas a la velocidad del fluido en cada uno de los puntos.

Masa: medida cuantitativa de la propiedad de la materia que consiste en oponer resistencia a ser acelerada.

Mecánica: rama de la física que trata sobre el movimiento de los objetos y las fuerzas que actúan sobre ellos.

Módulo (o magnitud de un vector): dimensión, tamaño o longitud asociada a un *vector* (los vectores se componen de una dirección y un módulo o magnitud) .

Mol: cantidad de sustancia que se define por el número de átomos (o moléculas si la sustancia es molecular) equivalente al *número de Avogadro*.

Momento (o momento lineal): véase *cantidad de movimiento*.

Momento angular: producto del *momento de inercia* de un objeto por su *velocidad angular*.

Momento de fuerza: producto del vector de posición del punto de aplicación de la fuerza (con respecto al punto al cual se mide el momento) por el vector fuerza.

Momento de inercia: propiedad de la materia que la hace resistirse a la aceleración angular.

Movimiento armónico simple: movimiento repetitivo en el que la *fuerza* restauradora o recuperadora es proporcional al *desplazamiento*.

Newton: unidad de *fuerza* en el *Sistema Internacional* de unidades. Su símbolo es N y es la fuerza necesaria para proporcionarle 1 m/s^2 de aceleración a una masa de 1 kg.

Número de Avogadro: cantidad de moléculas que hay en un mol, $6{,}022 \times 10^{23}$.

Oscilar: moverse o balancearse de un lado a otro con regularidad.

Pascal: unidad de *presión* en el S*istema Internacional* de unidades. Su símbolo es Pa y su relación con el *newton* es 1 Pa = 1 N/m^2.

Período: tiempo que dura un ciclo completo de un suceso recurrente.

Peso: *fuerza* que ejerce un campo gravitatorio sobre una *masa*.

Potencia: tasa de desarrollo de trabajo dentro de un sistema.

Presión estándar: una atmósfera, o $1{,}01 \times 10^5$ Pa.

Presión: *fuerza* aplicada a una superficie dividida por el área de superficie sobre la que actúa la fuerza.

Radiación: mecanismo físico que transporta *calor* y *energía* en forma de ondas electromagnéticas.

Radián: unidad de ángulo en el S*istema Internacional* de unidades. Su símbolo es rad. Un círculo equivale a 2π rad. Un radián es el ángulo que subtiende un arco de igual longitud que el radio del círculo.

Resultante: resultado obtenido de operar con *vectores*.

Rozamiento dinámico: *rozamiento* que resiste el movimiento de un objeto que ya está en movimiento.

Rozamiento estático: *rozamiento* que actúa sobre un objeto estático.

Rozamiento: fuerza que actúa entre dos superficies oponiéndose a cualquier movimiento relativo entre ellas.

Sistema Internacional: sistema de unidades basado en el metro (m), el kilogramo (kg) y el segundo (s).

Sistema sajón de unidades: sistema de unidades basado en el pie, la libra y el segundo.

Temperatura estándar: temperatura de 0 °C.

Temperatura: medida del movimiento molecular en una sustancia; cuando dos objetos permanecen en contacto térmico pero no se da ningún flujo de calor entre ellos, se dice que están a la misma temperatura.

Termodinámica: especialidad de la física centrada en el *calor* y la *materia*.

Trabajo: producto de una *fuerza* por el *desplazamiento* a lo largo del cual actúa esa fuerza y por el coseno del ángulo entre ellos; la fuerza es igual a la cantidad de *energía* que transfiere una fuerza.

Vector: objeto matemático dotado de un *módulo* (o magnitud) y una dirección.

Velocidad angular: tasa de variación del *desplazamiento angular*.

Velocidad: tasa de variación de la posición de un objeto. Se expresa en forma de vector, cuyo *módulo* recibe a veces el nombre de celeridad.

Viscosidad: magnitud que mide la espesura de un fluido; la tasa de variación de la velocidad a través de un flujo fluido aumenta con la viscosidad.

Física para Dummies
Steven Holzner, PhD

No se permite la reproducción total o parcial de este libro, ni su incorporación a un sistema informático, ni su transmisión en cualquier forma o por cualquier medio, sea éste electrónico, mecánico, por fotocopia, por grabación u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito del editor. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual (Art. 270 y siguientes del Código Penal)

Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos) si necesita reproducir algún fragmento de esta obra.
Puede contactar con CEDRO a través de la web www.conlicencia.com o por teléfono en el 91 702 19 70 / 93 272 04 47

Título original: *Physics I for Dummies, 2nd Edition*

© de la imagen de cubierta, shutterstock, 2014
© de las infografías Wiley, Composition Services Graphics, 2011

© Steven Holzner, PhD, 2011

© de la traducción Dulcinea Otero-Piñeiro, 2014
Revisión científico-técnica: David Galadí-Enríquez

© Centro Libros PAPF, SLU, 2014
Grupo Planeta
Avda. Diagonal, 662-664
08034 - Barcelona
www.planetadelibros.com

Primera edición en libro electrónico (epub): septiembre de 2014

ISBN: 978-84-329-0233-8 (epub)

Conversión a libro electrónico: Newcomlab, S. L. L.
www.newcomlab.com